

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет
им. В.М. Шукшина»
(ФГБОУ ВО «АГПУ им. В.М. Шукшина»)

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

Изучение темы «Элементы теории графов» в системе предпрофильной подготовки учащихся 9-го класса

Выпускная квалификационная работа

Допустить к защите
Зав. кафедрой _____
«___» _____ 2016 г.

Выполнил студент
Ф-МИ111 группы
Зайцева Марина Геннадьевна

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент

Чупина Екатерина Ивановна

(подпись)

Оценка _____
«___» _____ 2016 г.

Подпись _____
(Председатель ГЭК)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический
университет имени В.М. Шукшина»
(АГГПУ им. В.М. Шукшина)

АННОТАЦИЯ

на выпускную квалификационную работу бакалавр

студента Зайцевой Марины Геннадьевны группы Ф-МИ111

Направление 050100.62 Педагогическое образование

Профиль Математика и Информатика

Тема Изучение темы «Элементы теории графов» в системе предпрофильной подготовки учащихся 9-го класса

Abstract:

Research is devoted to the development of the course content by choice "Elements of graph theory ," according to the requirements of pre training .

In the first chapter reveals the objectives , the theoretical basis of the content and methods of organization of pre training in the senior classes of the basic school .

The second chapter of the thesis includes the development of the work program of optional course "Elements of graph theory " ,

the proposed methodology for training courses and study values the topic " Elements of graph theory " for the self-determination of students in the selection profile.

The application contains practical materials , developed in the course of the study : the content of the course of studies and educational materials for their conduct .

References used in the research includes 37 sources.

Автор ВКР

(подпись)

(ФИО)

Руководитель ВКР

(подпись)

(ФИО)

Содержание

Введение.....	3
Глава I. Теоретические основы содержания и методики предпрофильной подготовки учащихся основной школы	7
1. Цели и задачи предпрофильной подготовки учащихся основной школы.....	7
2. Курс по выбору как одна из форм предпрофильной подготовки учащихся.....	13
2.1. Основные функции курсов по выбору в предпрофильной подготовке.....	13
2.2. Вопросы разработки, организации и проведения курсов по выбору.....	16
Выводы по первой главе.....	22
Глава II. Содержание курса по выбору «Элементы теории графов» в рамках предпрофильной подготовки учащихся по математике.....	24
1. Программа курса по выбору «Элементы теории графов».....	24
1.1. Пояснительная записка.....	24
1.2. Содержание элективного курса.....	27
1.3 Учебно-тематический план	27
1.4. Список литературы для учителя и учащихся.....	28
2. Разработка уроков и методических рекомендаций по проведению элективного курса «Элементы теории графов»	29
3. Значение темы «Элементы теории графов» для самоопределения учащихся в выборе профиля.....	44
Выводы по второй главе.....	45
Заключение.....	46
Список используемой литературы.....	48
Приложение.....	52

Введение

Одним из важнейших направлений модернизации системы образования является переход к профильному обучению в старшей школе. Выпускник основной ступени стоит перед необходимостью совершения ответственного выбора - предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления своей деятельности. Выбор учащимся образовательной программы того или иного профиля в старшей школе сегодня в большинстве случаев носит случайный характер. Определяющими факторами чаще всего становятся семейные традиции, рекомендации друзей и знакомых, личное отношение к учителю-предметнику и др., что не всегда ведет к единственно правильному выбору профиля. Поэтому уже в 9 классе основной школы учащимся важно начать осуществление своего выбора и получить информацию о возможных путях продолжения образования.

Учесть факт формирования интересов учащихся к тому или иному профилю в более раннем возрасте должна помочь система курсов по выбору в рамках предпрофильной подготовки учащихся, которая, в свою очередь, является необходимым условием эффективности профильного обучения.

Курсы по выбору – это новейший механизм актуализации и индивидуализации процесса обучения. С хорошо разработанной системой курсов по выбору каждый ученик может получить образование с определённым желаемым уклоном в ту или иную область знаний.

В системе предпрофильного обучения актуальным будет проведение курса по выбору по теории графов. Теория графов – это направление дискретной математики, особенностью которой является геометрический подход к изучению математических объектов. Часто ее относят к топологии. Однако она пересекается со многими направлениями теории множеств, комбинаторной математики, алгебры, геометрии, теории игр, математической логики и другими математическими дисциплинами.

На практике этой теорией пользуется инженер при вычеркивании электрических схем, химик при анализе валентных связей в сложных

молекулах, историк при вычерчивании родственных связей в генеалогических деревьях, социолог при анализе иерархии подчиненности в огромных корпорациях, военачальник при вычерчивании коммуникаций, по которым доставляются подкрепления, и другие.

В виде графов можно интерпретировать схемы дорог, географические карты и молекулы химических соединений, связи между людьми. Это приводит к широкому использованию теории графов в физике и кибернетике, химии и биологии, экономике и статистике. Особо важна роль теории графов в современном программировании, которое связано с большими массивами всевозможной информации, которую необходимо обрабатывать и передавать людям. Всё это показывает актуальность данной темы.

Все вышесказанное послужило основанием для выбора **темы нашего исследования:** «Изучение темы «Элементы теории графов» в системе предпрофильной подготовки учащихся 9-го класса».

Цель исследования: разработка содержания курса по выбору «Элементы теории графов», соответствующего требованиям предпрофильной подготовки.

Объект исследования: процесс предпрофильного обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: содержание, организационные формы и методы предпрофильного обучения математике в рамках курса по выбору «Элементы теории графов».

Гипотеза исследования: Изучение элементов теории графов в рамках курса по выбору на этапе предпрофильной подготовки учащихся будет более успешным, если:

- содержание курса по выбору будет доступно пониманию учащихся;
- система задач, решаемых на занятиях курса с помощью теории графов, будет интересной и познавательной для учащихся;

- система методов, используемых в ходе обучения учащихся, будет направлена на выявление интересов, склонностей и развитие их исследовательских способностей.

Цель, объект, предмет исследования и выдвинутое предположение актуализировали необходимость постановки следующих **задач исследования:**

- изучить теоретические основы содержания и методики предпрофильной подготовки учащихся основной школы;
- выявить влияние курсов по выбору на профильные предпочтения учащихся;
- проанализировать имеющиеся методические разработки по изучению данной темы;
- определить объем и содержание темы «Элементы теории графов» для курса по выбору в рамках предпрофильной подготовки;
- разработать рабочую программу и учебное содержание курса по выбору «Элементы теории графов»;

Для решения поставленных задач нами были использованы следующие **методы исследования:**

- изучение и анализ психолого-педагогической, методической и математической литературы по исследуемой проблеме;
- анализ опыта работы учителей по проведению курсов по выбору в рамках предпрофильной подготовки.

На защиту выносятся:

- программа и учебное содержание курса по выбору «Элементы теории графов» для учащихся основной школы в контексте предпрофильной подготовки;
- методические рекомендации по проведению занятий данного курса;

Методическая новизна исследования состоит в том, что в методической литературе отсутствуют разработки, предлагающие

использовать курс по выбору «Элементы теории графов» на этапе предпрофильной подготовки.

Теоретическая значимость исследования заключается в систематизации материала, требований, форм и методов для изучения темы «Элементы теории графов» на этапе предпрофильного обучения.

Практическая значимость заключается в следующем: разработанный материал будет полезен для учителей математики, учащихся, студентов.

Дипломная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы и приложения.

Во введении отражены актуальность исследуемой темы, объект, предмет, гипотеза, цель, задачи и методы исследования.

В первой главе раскрываются цели, теоретические основы содержания и методики организации предпрофильной подготовки в выпускных классах основной школы.

Вторая глава дипломной работы содержит разработку рабочей программы курса по выбору «Элементы теории графов», предлагаемую методику проведения занятий курса и обоснование значения темы «Элементы теории графов» для самоопределения учащихся в выборе профиля.

В списке литературы представлена литература, использованная при проведении исследования (37 источников).

Приложение содержит практические материалы, разработанные в ходе исследования.

Глава I. Теоретические основы содержания и методики предпрофильной подготовки учащихся основной школы.

1. Цели и задачи предпрофильной подготовки учащихся основной школы

В настоящее время в качестве нормативно-правовой основы предпрофильного обучения школьников выступает «Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования» [17]. Данный документ определяет предпрофильную подготовку как систему психологической, педагогической, организационной и информационной поддержки учащихся, содействующей их профильному самоопределению по завершении основного общего образования.

Предпрофильное обучение, осуществляемое в основной школе, предшествует профильному обучению. Главной целью предпрофильной подготовки учащихся является «проверка возможностей ученика на основе широкой палитры небольших курсов, охватывающих основные области знания, позволяющие составлять представление о характере профессионального труда людей на основе личного опыта, выявление интересов» [17].

Согласно концепции, задачами предпрофильного обучения являются:

- выявление склонностей и интересов, способностей школьников и формирование практического опыта в различных сферах познавательной и профессиональной деятельности;
- оказание психолого-педагогической помощи в приобретении школьниками представлений о социальных, жизненных ценностях, в том числе связанных с профессиональным становлением;
- развитие широкого спектра профессиональных и познавательных интересов, ключевых компетенций, которые обеспечивают успешность в будущей профессиональной деятельности;

- формирование способности принимать осознанное решение о выборе дальнейшего направления образования, пути получения профессии [17].

Осуществление указанных задач требует подготовки учащихся к обоснованному выбору профиля обучения в период обучения в основной школе и усиления её в 8 и 9-х классах.

С учётом психологических и возрастных особенностей школьников условно можно выделить следующие этапы предпрофильного обучения:

- 1-4-е классы;
- 5-7-е классы;
- 8-9-е классы.

Ниже приведем характеристику каждого из них.

1-4-е классы: формирование у младших школьников ценностного отношения к труду, понимание его роли в жизни человека и обществе; развитие интереса к учебно-познавательной деятельности, основанной на посильной практической включённости в различные её виды, в том числе: игровую, трудовую, социальную, исследовательскую.

5-7-е классы: развитие у школьников личностного смысла в приобретении познавательного опыта и интереса к профессиональной деятельности; представления о собственных интересах и возможностях (формирование образа «Я»). На этом этапе важно предусмотреть включение учащихся в деятельность развивающего характера, ориентированную на приобретение первоначального опыта в различных сферах социально-профессиональной практики: сервисе, искусстве, медицине, технике, экономике, сельском хозяйстве и культуре в целом.

8-9 (10)-е классы: уточнение образовательного запроса в ходе факультативных занятий и других курсов по выбору; индивидуальное и групповое консультирование с целью выявления и формирования адекватного принятия решения о выборе профиля обучения; формирование

образовательного запроса, соответствующего интересам и способностям, ценностным ориентациям [19, с. 71–84].

В 9 классе осуществляется предпрофильная подготовка школьников, включающая овладение ими способностью получения представлений об "образе Я", минимальной профессиональной компетентностью, а также приобретение необходимого практического опыта для обоснованного выбора профиля образования. Предпрофильное обучение должно включать в себя мощный психологический, социально-педагогический, и диагностический блоки, предоставляющие школьникам возможность не только выяснить своё отношение к тому или иному виду деятельности, но и познать свои профессионально важные качества, степень, потенциал и уровень их развития.

В связи с этим, предпрофильная подготовка должна:

- предусматривать усиление интеграции образовательных и предметных областей с внеучебной практикой, направленной на формирование ключевых компетенций профессионального самоопределения;
- обеспечивать, в случае необходимости, возможность переориентации школьника с одного профиля на другой;
- обеспечиваться высоким уровнем оснащения учебного процесса, современными мастерскими, лабораториями, рабочими местами, комфортными условиями и высокой культурой труда.

Проблема выбора профиля является непростым испытанием для учащихся. Многим впервые в жизни предстоит совершить серьезный шаг, от которого во многом будет зависеть их дальнейшая судьба: подготовленность к успешной сдаче экзаменов и перспективы на продолжение образования после школы. Перед учеником по окончании основной школы будет стоять сложная задача не только правильного выбора профиля, но и возможности реализации обучения на данном профиле.

Предпрофильное обучение является подсистемой профильного образования старшей школы и выполняет подготовительную функцию, в результате которой осуществляется комплексная работа с учащимися по обоснованному выбору дальнейшего пути обучения. Это нужно для того, чтобы учащиеся могли определиться в выборе будущего профиля обучения. В том случае, если школьник принимает решение после 9-го класса совершить профессиональный выбор: пойти учиться в учебное заведение начального или среднего профессионального образования, на краткосрочные профессиональные курсы и др., то такой подход позволит сформировать личную ответственность за сделанный выбор.

Отметим, что подросток в возрасте 14-16 лет, еще не обладает достаточной личностной зрелостью для совершения выбора, имеющего решающее значение для всей его дальнейшей судьбы. Часто у ребят нет гражданской и нравственной платформы для профессионального самоопределения, плохо осознаются мотивы выбора, не сформированы важнейшие личностные качества.

Как отмечает И. Артюхова, становление личности старших подростков в процессе профессионального самоопределения происходит эффективнее, если:

- профессиональное самоопределение рассматривается и как механизм развития личности, и как результат этого развития;
- в полной мере учитываются актуальные возрастные (и психологические, и социальные) потребности старших подростков, а также противоречия, возникающие при их реализации;
- психолого-педагогическая работа по профессиональному самоопределению старших подростков строится на основе личностного подхода: учащийся становится активным субъектом процесса профессионального самоопределения, самостоятельно

принимающим важные жизненные решения (выбор образования, профиля обучения, профессии);

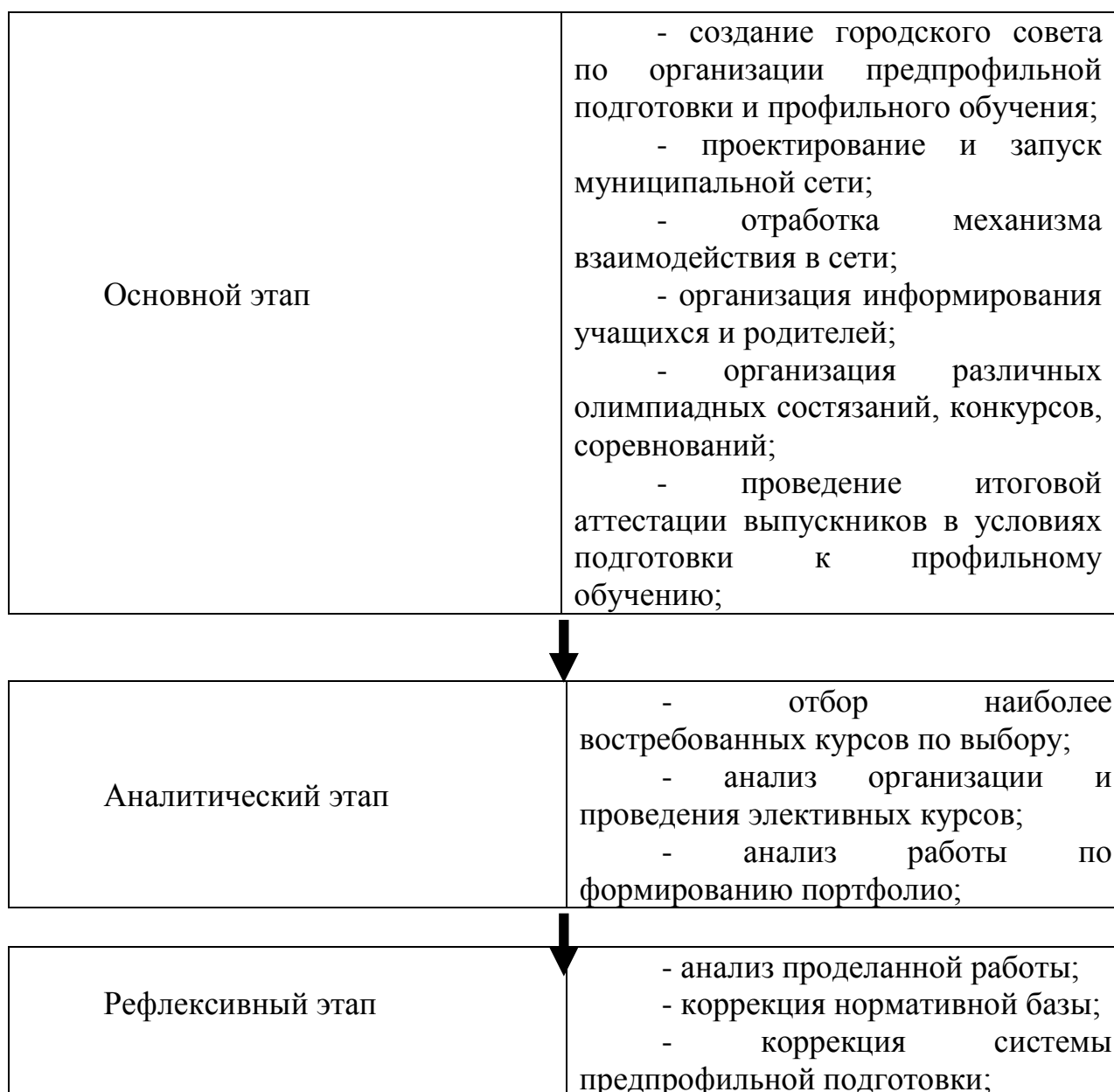
- предметом психолого-педагогического воздействия является целостное становление личности, которое содержательно разбивается на следующие взаимосвязанные компоненты: ценностно-нравственный, мотивационно-волевой, личностно-развивающий, когнитивный, эмоциональный;
- достигается согласованность действий всех субъектов профориентации, а также их ориентированность на интериоризацию старшими подростками гражданских и нравственных ценностей общества, результатом которой выступает сформированность ценностных ориентаций как смыслообразующего компонента в структуре профессионального самоопределения;
- используется обновленная педагогическая технология становления личности старших подростков в процессе профессионального самоопределения [5, с. 80].

Работа по организации и введению предпрофильной подготовки предполагает несколько этапов: подготовительный, основной, аналитический, рефлексивный.

Каждый из этапов включает пошаговые действия, обеспечивающие результативность работы.

Подготовительный этап	<ul style="list-style-type: none"> - создание организационно функциональной модели; - разработка программы введения профильного обучения, нормативной базы;
-----------------------	---





[1, С. 77]

Таким образом, суть предпрофильной подготовки – создать образовательное пространство, способствующее самоопределению учащегося 9-го класса, через информационную работу, организацию курсов по выбору, профильную и профессиональную ориентации.

2. Курс по выбору как одна из форм предпрофильной подготовки учащихся

2.1. Основные функции курсов по выбору в предпрофильной подготовке

Предпрофильная подготовка представляет собой систему психологической, педагогической, информационной и организационной поддержки учащихся основной школы, содействующей их самоопределению по завершению основного общего образования. К предпрофильной подготовке относится ориентация и информирование учащихся 9-х классов в отношении их возможного выбора профилирующих курсов в старшей школе, направлений для продолжения обучения в системе профессионального образования.

Предпрофильная подготовка может осуществляться в виде различных комбинаций курсов по выбору. Формы обучения на курсах могут быть как академическими, так и ориентированными на инновационные педагогические технологии. Перспективными являются групповые методы, коммуникативные, разработка индивидуальных учебных планов, проектно-исследовательская деятельность и другие способы обучения, которые развивают самостоятельность и творческую инициативу учеников.

Как мы указали ранее, целями курсов по выбору являются: помощь старшекласснику, сделавшему выбор образовательной области для её дальнейшего более детального изучения, увидеть многообразие видов деятельности с нею связанных; создание условий для того, чтобы ученик утвердился или отказался от сделанного им выбора направления дальнейшего обучения и связанного с ним вида профессиональной деятельности; создание условий для повышенной готовности подростков к самоопределению и осознанному выбору варианта будущего обучения.

Южанина Н. А. выделяет следующие основные функции курсов предпрофильной подготовки:

- профориентационная функция (т. е. функция профессионального самоопределения);
- функции самореализации и самоутверждения;
- функция адаптации;
- функция развития;
- компетентностная функция [36].

Данные функции определяют целевую установку, принципы, структурные компоненты и критерии оценки эффективности организации предпрофильного обучения.

С нашей точки зрения, основная из перечисленных функций курсов по выбору в предпрофильной подготовке – профориентационная. Она заключается в сочетании специально организованных процедур практического знакомства с содержанием образовательной деятельности по тому или иному направлению, информационной поддержки выбора профиля дальнейшего образования. Профессиональное самоопределение является составной частью личностного самоопределения. Готовность к профессиональному самоопределению формируется на основе профессионального интереса, проявляющегося в старших классах, когда учебно-профессиональная деятельность школьников становится ведущей. Основой для формирования профессионального интереса становится познавательный интерес; его «специализация» – необходимое условие профильного обучения. Выбор профиля обучения основывается на потребности школьников углублять и расширять свои знания, умения и навыки в интересующей их области.

Осуществление функций самореализации и самоутверждения помогает учащимся проявить свои знания и способности, активизировать творческую деятельность, получить эмоциональное удовлетворение. А также дает возможность быть самостоятельным, уметь брать ответственность за себя, за успешность своего личного выбора и осуществления жизненных планов. Кроме того, помогает иметь твердую гражданскую позицию, уметь учиться,

овладевать новыми способами деятельности, профессиями в зависимости от требований современного рынка труда.

Следующая функция осуществляет адаптацию к условиям дальнейшего профильного обучения. В случае выбора учеником определенного профиля (гуманитарного, физико-математического, естественно-научного) он будет готов осваивать материал на достаточно высоком уровне [18].

Развивающая функция направлена на то, чтобы привить интерес к предмету; осуществить развитие творческих способностей и мышления у школьников, интересующихся определенной сферой науки. Таким образом, учитываются интересы, склонности, способности учащихся. Создаются условия для максимального развития их познавательных запросов в определённых предметных областях. При этом существенно расширяются возможности построения индивидуальной образовательной траектории, обеспечивается более высокий уровень подготовки ученика для продолжения обучения в избранном направлении.

Компетентностная функция характеризует способность ребёнка распознавать, каковы отношения в окружающем его мире, понять, как традиционные ценности вписываются в современность. В соответствии с таким подходом определены следующие критерии оценки качества образования:

- наличие у учащихся общекультурных и учебно-познавательных компетенций;
- наличие информационно-коммуникационных компетенций;
- наличие социальных компетенций [36].

Среди учащихся наиболее востребованными являются: умение ориентироваться в среде проживания; знания и умения, связанные с будущей профессией; навыки работы с компьютером. Это свидетельствует о том, что школьники ориентированы на овладение культурой социального общения, на самореализацию в профессии. В связи с этим необходимо направлять образовательную деятельность на формирование независимой личности,

способной неординарно мыслить, активно действовать, нести ответственность за принятые решения, прогнозировать будущее.

Отметим, что, выбирая профиль обучения, учащийся стремится к достижению своих целей, являющихся для него ценностями. Они и определяют соответствующий выбор целей и средств приобретения знаний, умений и навыков в ходе образовательного процесса в старшей школе.

2.2. Вопросы разработки, организации и проведения курсов по выбору

Курсы по выбору, предназначенные для предпрофильной подготовки, могут иметь разный объем, относиться к отдельной теме, дисциплине, образовательной области, классу, школе, иметь разную продолжительность.

Анализируя действующие учебные планы и минимально необходимые потребности в предпрофильной подготовке, базовый (минимальный) объем определен примерной величиной в 100 часов. Таким образом, они могут быть рассчитаны максимально на 34-35 учебных часов (если считать 3 учебных часа в среднем на 34-35 учебных недель в году).

Кроме того, как отмечает Т. И. Галкина, треть объема предпрофильной подготовки, суммарно примерно 30-35 часов за год, отводится учебным планом на информационную работу и профильную ориентацию. В информационную работу входит знакомство с местными учреждениями возможного продолжения образования после 9-го класса, изучение особенностей их образовательных программ, условий приема, посещение дней открытых дверей и др. Менее половины данного времени должно быть отведено на мероприятия по профильной ориентации: это психолого-педагогическая диагностика, анкетирование и консультирование девятиклассников, без и с их родителями, пробы [10, с. 123].

Программы курсов по выбору, ориентированных на предпрофильную подготовку имеют черты функционального и структурного сходства, общий алгоритм конструирования.

Программа должна отражать требования Закона об образовании, концепции, нормативные положения, рекомендации, существующие в регионе и Российской Федерации и обеспечивать решение задач предпрофильной подготовки учащихся.

Требования к учебным программам:

- взаимосвязь учебных программ в рамках образовательной программы в целом, образовательной области, отражение законченного, целостного (не фрагментарного) содержания образования;
- программа должна иметь признаки нормативного документа, в неявном виде представляющего через содержание образования цели обучения, и служить инструментарием учителю, раскрывающему сущность содержания программы на уроках;
- процессуальный характер программы (под процессуальностью понимается построение программы, при котором эта программа показывает содержание образования в единстве с процессом обучения: последовательные этапы достижения конечных целей обучения, последовательность расположения и взаимосвязи всех элементов содержания, деятельную сторону их усвоения, раскрывает методы, организационные формы и средства обучения).

Рассмотрим, из каких структурных компонентов должна состоять программа элективных курсов, а также раскроем содержание этих структурных компонентов.

Программа элективных курсов должна включать следующие структурные компоненты [2]:

- титульный лист;
- пояснительную записку;
- учебно-тематический план;
- содержание изучаемого курса;
- методические рекомендации;

- литературу.

Титульный лист включает:

- наименование образовательного учреждения;
- сведения о том, где, когда и кем утверждена программа;
- название элективного курса;
- класс, на который рассчитана программа;
- ФИО, должность автора (авторов) программы;
- название города, населенного пункта;
- год разработки программы.

Пояснительная записка включает:

- аннотация, обоснование необходимости введения данного курса в школе;
- указание на место и роль курса в обучении (важно показать, каково место курса в соотношении, как с общеобразовательными, так и с базовыми профильными предметами: какие межпредметные связи реализуются при изучении элективных курсов, какие общеучебные и профильные умения и навыки при этом развиваются, каким образом создаются условия для активизации познавательного интереса учащихся, профессионального самоопределения);
- цель и задачи элективного курса (цель курса – для чего он изучается, какие потребности субъектов образовательного процесса удовлетворяет: учащихся, учителей, школьного сообщества, общества; задача курса – что необходимо для достижения целей);
- сроки реализации программы (продолжительность обучения, этапы);
- основные принципы отбора и структурирования материала;

- методы, формы обучения, режим занятий (результат изучения элективного курса – это ответ на вопрос: какие знания, умения, навыки, необходимые для построения индивидуальной образовательной программы в школе и успешной профессиональной карьеры по ее окончании, будут получены, какие виды деятельности будут освоены, какие ценности будут предложены для усвоения);
- предполагаемые результаты;
- инструментарий для оценивания результатов.

Учебно-тематический план включает:

- перечень разделов, тем;
- количество часов на изучение каждой темы;
- вид занятий.

Содержание изучаемого курса включает перечень тем и описание.

Методические рекомендации включают:

- основные содержательные компоненты по каждому разделу или теме;
- описание приемов и средств организации учебно-воспитательного процесса, форм проведения занятий;
- дидактические материалы.

Литература включает список литературы, а также других видов учебно-методических материалов и пособий, необходимых для изучения курса, как для учителя, так и для учащихся.

Для оценивания программы элективного курса разработаны критерии.

В соответствии с программой, разрабатывается содержание курса по выбору.

В зависимости от типа, целей и задач курса по выбору его содержание может представлять собой:

- расширенный, углубленный вариант какого-то раздела базового учебного предмета;
- введение в одну из сопутствующих данному предмету наук, профессий;
- совокупность фрагментов из различных разделов одного или нескольких предметов, если курс ориентирован на определенный уровень обобщения или освоение определенного вида деятельности.

Содержание курсов должно предусматривать практическую направленность, включать не только информацию, расширяющую сведения по учебным предметам, но и знакомить учеников со способами деятельности.

В целях формирования интереса и положительной мотивации к тому или иному профилю через освоение новых аспектов содержания и способов деятельности, содержание курсов предпрофильной подготовки может включать оригинальный материал, выходящий за рамки школьной программы, причем название курсов должно быть привлекательным для ученика.

Технологии, используемые в системе курсов по выбору, должны быть ориентированы на то, чтобы ученик получил такую практику, которая поможет ему лучше овладеть общеучебными умениями и навыками, что позволит ему успешно осваивать программу старшей профильной школы [4].

А. Рассадкин выделяет основные формы, средства, методы и приемы, направленные на повышение интереса учащегося к излагаемому в ходе курса материалу:

- использование в преподавании курсов активных методов; проведение эвристических проб, позволяющих точнее определиться в выборе профиля обучения;
- обучение в малых группах, состоящих из учащихся разных классов и школ;
- реализация новых подходов в организации курсов предпрофильной подготовки, в которой допускается, что курсы изучаются не

еженедельно, а в период учебных сессий или методом погружения в режиме 2-4 часовых занятий;

- осуществление в процессе прохождения курсов предпрофильной подготовки безотметочного обучения;
- проведение рейтинговых соревнований, олимпиад, марафонов и других мероприятий с учащимися, позволяющими использовать ресурс «портфолио»;
- введение накопительной оценки учебных достижений учащихся по типу «портфолио» [32, с. 11 – 20].

Отметим, что прежде чем ввести курс по выбору в школе, по мнению Роботовой А. С., следует действовать в такой последовательности:

- выявить ребят, которые действительно интересуются предметом математика;
- найти и систематизировать материал, рассказывающий, в каких профессиях и специальностях востребованы знания, формируемые в ходе предлагаемого курса, чтобы стимулировать интерес к нему у учащихся;
- обосновать цели, логику, структуру и содержание курса по выбору «Элементы теории графов»;
- определить тематику и содержание курса;
- обдумать и обосновать задания для школьников, выполняя которые они смогут освоить тему нашего курса;
- обосновать оценочные критерии выполненных заданий;
- определить для себя критерии успешности отдельного занятия;
- учить и побуждать самих учащихся к оценке того, что они узнали, чему научились, хотели бы научиться, о чём хотели бы узнать [33, с. 52].

Все вышесказанное можно объединить в следующий алгоритм разработки программы учебного курса по выбору.

1. Определение общих целей предпрофильной подготовки.

2. Определение результатов обучения по программе, соответствующих целям предпрофильного обучения и уровню разработанности знаний в науке и практике.
3. Разработка содержания знаний и умений, необходимых для реализации целей обучения.
4. Определение соответствующей заявленным целям обучения последовательности изучения учебного материала.
5. Группировка содержания учебного материала по разделам и темам.
6. Определение соответствующих целям обучения методов раскрытия учебного материала.
7. Определение времени, требуемого на изучение отдельных разделов и тем и всей программы в целом.
8. Разработка учебно-тематического плана изучения материала.

Вывод по первой главе

Анализ теоретических основ содержания и методики предпрофильной подготовки учащихся основной школы показал:

1. Предпрофильное обучение, осуществляемое в основной школе, предшествует профильному обучению.
2. Смысл предпрофильной подготовки состоит в том, чтобы создать образовательную среду, способствующую самоопределению при помощи организации различных курсов по выбору, осуществлять информационную работу по профильной и профессиональной ориентации.
3. Основными функциями курсов предпрофильной подготовки, которые определяют целевую установку, принципы, структурные компоненты и критерии оценки эффективности организации предпрофильного обучения, являются:
 - профориентационная функция (т. е. функция профессионального самоопределения);

- функции самореализации и самоутверждения;
- функция адаптации;
- функция развития;
- компетентностная функция (Южанина Н. А.) [36].

4. Программа курса по выбору должна иметь общепринятую структуру и содержать компоненты: титульный лист; пояснительную записку; учебно-тематический план; содержание изучаемого курса; методические рекомендации; литературу.

5. Содержание курса по выбору должно удовлетворять познавательным возможностям девятиклассников, и предоставлять ученику возможность приобретения опыта работы на уровне повышенных требований, развивать его учебную мотивацию.

6. Курсы должны сформировать у учащихся умение объективно оценивать свои способности в результате обучения по выбранному профилю.

Глава II. Разработка курса по выбору «Элементы теории графов» в рамках предпрофильной подготовки учащихся по математике

1. Программа курса по выбору «Элементы теории графов»

1.1. Пояснительная записка

Учебный курс, излагающий основные положения теории графов, привлечет внимание школьников, которые интересуются математикой и ее приложениями. Тема носит ярко выраженную прикладную направленность. На простых примерах учащимся показывается применение теории графов к решению различных практических задач.

Теория графов успешно применяется при решении логических задач, задач на смекалку. Так же графы помогают школьникам при решении олимпиадных задач, которые требуют максимальной изобретательности при минимальных математических знаниях.

Кроме того, понятие «граф» очень емко и тесно связано со многими основными понятиями, на которых базируется математика, в том числе и школьная.

Учащиеся узнают о начальных понятиях теории графов, ее основных теоремах. Реализация занятий будет способствовать формированию у обучаемых навыков построения математических моделей, и, кроме этого, развитию у них мышления, связанного с решением дискретных математических задач. Решение графовых задач является простым, но действенным средством для развития абстрактного мышления учащихся, развития их математических способностей.

Одновременно учащиеся будут знакомиться с понятиями и утверждениями теории графов, которая в настоящее время широко применяется практически во всех научных дисциплинах, экономике, технике. Являясь частью дискретной математики, теория графов используется в программировании для создания эффективных алгоритмов.

Теория графов привлекательна и существованием нерешенных задач, в том числе имеющих традиционную занимательную форму.

Учащимся, заинтересовавшимся работой в области теории графов или ее приложений, предстоит много увлекательных и перспективных дел.

Поисковые и исследовательские задания будут способствовать формированию навыков самообразования, расширят знания в программных областях (химия, физика, биология и т. д.) и внепрограммных (социология, строительство, транспорт и т. д.).

Данный элективный курс расширяет базовый курс математики, знакомит учащихся с элементами дискретной математики, которая незначительно присутствует в обязательной программе (блок – схемы, дерево возможностей при изучении комбинаторных конфигураций и т.д.). Поэтому обучение графам позволит готовить учащихся к восприятию курсов по дискретной математике при дальнейшем обучении.

Цели элективного курса:

- 1) освоение новых способов деятельности для решения практических, жизненных задач;
- 2) активизация познавательной деятельности школьников;
- 3) определение учащихся с дальнейшей профессиональной деятельностью.

Задачи:

- 1) знакомство учеников:
 - с начальными понятиями теории графов;
 - с приемами доказательств утверждений теории графов, решений графовых задач;
 - с приемами построения простейших математических моделей и их исследованием методами теории графов;
- 2) расширение их математического и общенаучного кругозора;
- 3) повышение информационной и коммуникативной компетентности учащихся;

- 4) создание положительной мотивации учения;
- 5) активизация познавательной деятельности школьников;

Ожидаемые результаты

В рамках изучения данного курса учащиеся должны овладеть следующими *знаниями и умениями*:

- знать основные понятия теории графов (элементы графа, маршрут, цепь, цикл, дерево, эйлеров граф, гамильтонов граф, полный граф, связный граф, плоский граф);
- знать основные теоремы теории графов (теорема Эйлера, лемма о рукопожатиях, теорема о зависимости между количеством вершин и количеством рёбер в дереве);
- знать способы сведения некоторых текстовых задач к графовым;
- знать в каких областях возможно применение теории графов;
- уметь описывать с помощью графов различные ситуации;
- уметь решать простейшие (типовые) задачи на применение полученных знаний из данной предметной области.

Изучение данного элективного курса *предполагает*:

- повышение интереса у учащихся к теории графов через решение занимательных задач;
- ускорение развития математического и логического мышления школьников;
- развитие познавательных способностей учащихся;
- знакомство учащихся с исследовательской деятельностью;
- определение учащихся с дальнейшим профессиональным выбором.

1.2. Содержание элективного курса

№ п/п	Тема	Содержание
1	Введение в теорию графов	Введение в теорию графов. Задачи, приводящие к графам. Понятие графа. Применение графа.
2	Основные понятия и определения	Элементы графа. Ребра, вершины. Степень вершины. Лемма о рукопожатии. Полные графы. Маршруты в графе. Понятие маршрута. Цепи. Замкнутые маршруты, циклы. Связные графы.
3	Эйлеровы и гамильтоновы графы	Эйлеровы графы. Задача о Кёнигсбергских мостах. Определение эйлерова графа. Определение эйлерова цикла. Гамильтоновы графы. Гамильтонов граф Гамильтонов цикл (путь).. Гамильтонова цепь.
4	Деревья	Деревья. Граф-дерево; определение и основные свойства деревьев.
5	Плоские графы	Плоские графы Определение плоского графа. Грани плоского графа. Формула Эйлера о соотношении чисел граней, ребер и вершин плоского графа.
6	Сетевые графы	Сетевые графы. Ориентированный граф; дуга, путь. Сетевой график, работа, событие. Применение сетевых графиков.

1.3. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование темы	Кол-во часов	Форма проведения занятия
-------	-------------------	--------------	--------------------------

1	Введение в теорию графов	1	Урок-лекция
2	Основные понятия и определения	3	
	Элементы графа.	1	Комбинированный урок
	Маршруты в графе	1	Урок-лекция
	Маршруты в графе	1	Урок закрепления новых знаний
3	Эйлеровы и гамильтоновы графы	3	
	Эйлеровы графы	1	Комбинированный урок
	Гамильтоновы графы	1	Урок-лекция
	Гамильтоновы графы	1	Урок закрепления новых знаний с презентацией проектов
4	Деревья	1	Комбинированный урок
5	Плоские графы	2	
	Планарные и плоские графы	1	Урок-лекция
	Плоские графы	1	Урок закрепления новых знаний
6	Сетевые графы	2	
	Сетевые графы	1	Урок-лекция
	Применение сетевых графиков	1	Урок закрепления новых знаний
7	Проверочная работа	1	Урок контроля знаний
8	Итоговое занятие	1	Итоговый урок
	Всего	14	

Курс рассчитан на 14 ч. и предназначен для предпрофильной подготовки учащихся 9-х классов

1.4. Список литературы для учителя и учащихся

1. Березина Л.Ю. Графы и их применение. Пособие для учителей. Москва «Просвещение», 1979г.
2. Берж К. Теория графов и её применение. – М.:ИИЛ, 1962г.
3. Емеличев В. А., Мельников О. И. и др. Лекции по теории графов. - Наука, 1990г. Кизбикенов К.О. Дискретная математика (учебное пособие), Барнаул, 2008г.

4. Занесюк В.П. Графы в математике и в жизни / программа интеллектуального развития учащихся / выпуск 6 / Инновационный образовательный центр – М. 1997г.
5. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов: Учебно-методическое пособие. – Мн.: ТетраСистемс, 2001г.
6. Оре О. Графы и их применение. Москва, 2002г.
7. Харари Ф. Теория графов. – М. Мир, 1993г.
8. Ресурсы сети Internet:
 - БИБ www.sci-lib.net
 - Книжная полка. www.books.krst.ru
 - www.gti.kis.ru

2. Разработка уроков и методических рекомендаций по проведению элективного курса «Элементы теории графов»

Рекомендуемые формы и методы проведения занятий

Учебно-воспитательный процесс должен происходить с учетом возрастных характеристик школьников, с одной стороны, и с учетом их индивидуальных особенностей, с другой.

В подростковом возрасте начинается формирование теоретического мышления, содержащее способность рассуждать дедуктивно на основе общих посылок, при выдвижении и проверке гипотез. Решение задачи подросток чаще начинает не с конкретных действий, а с анализа условий и высказывания предположений, которые впоследствии доказывает или опровергает. Повышается способность к абстрагированию и обобщениям. Запоминание перестает носить механический характер, а становится осознанным.

Желательно разумное сочетание *объяснительно-репродуктивного* и *проблемного обучения*, при котором объяснение материала учителем, решение упражнений и задач с целью совершенствование знаний,

осмысление полученной информации, получения и закрепления навыков чередуется с самостоятельным, но под контролем учителя, поиском учащимися путей решения поставленной задачи. Процесс обучения должен быть организован так, чтобы возникающие при обучении догадки, гипотезы, нечеткие знания обгоняли формирования конкретных знаний [30].

Следует воспитывать дисциплину мышления учащихся. Учитель регулярно должен объяснять ученикам, что между условием задачи и ответом необходим процесс логических рассуждений, обосновывающих ответ; что внешняя правдоподобность рассуждений не всегда приводит к верному результату; что выполнение утверждения для большого количества случаев не является гарантией его выполнения всегда и т. д. Учитель должен обучать школьников строгому перебору и исследованию всех вариантов в случае сведения задачи к составляющим ее подзадачам.

Курс имеет много занимательных задач. Занимательные задачи повышают интерес школьников к занятиям математикой, позволяют использовать в процессе обучения их любознательность.

Подготовка к восприятию графов начинается с построения различных соответствий и отношений. На этом этапе происходит первичное знакомство с построением простейших описательно-иллюстративных графовых моделей.

В дальнейшем изучение материала происходит блоками через систему тематически ориентированных задач, которые подводят учащихся к теоретическим обобщениям и выводам. Теорем в курсе мало, они почти очевидны, их доказательства просты и коротки.

При обучении учитель выбирает объем материала, степень строгости его изложения, методы и приемы обучения в соответствии со своими склонностями и возможностями с учетом возрастных особенностей учащихся и их подготовленности. Если учащиеся хорошо подготовлены, то доказательства должны быть строгими, при средней подготовке школьников в некоторых случаях доказательства могут быть упрощены или заменены иллюстрацией выполнимости теорем для конкретных графов.

При изучении курса школьники получают сведения по теории графов, приобретают навыки сведения реальных ситуаций к графовым моделям, учатся производить содержательные рассуждения и строить простейшие алгоритмы, неявно знакомятся с математической индукцией, понятиями «необходимые и достаточные условия».

При организации обучения могут использоваться как традиционные уроки (при изучении теоретического материала), так и групповые или индивидуальные занятия при выполнении практических работ. Также предполагаются творческие задания.

Основное внимание при изучении курса уделяется развитию способности решения задач, возникающих в реальных жизненных ситуациях, с использованием знаний учебного и жизненного опыта. Оценивание результатов освоения курса предполагаются в виде выполнения теста, использующего полученные умения и навыки [30].

Урок № 1

Тема: «Введение в теорию графов».

Цели урока:

1. Ознакомление с целями курса и его содержанием.
2. Ознакомление с приёмами построения графовых моделей.
3. Ознакомление с применениями графов в науке и жизнедеятельности человека.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: На первом занятии учителю рекомендуется хотя бы кратко обрисовать перспективы работы элективного курса и сформулировать три-пять требований, которым обязан подчиняться каждый член курса. Решение задач, приводящих к понятию графа, учитель осуществляет самостоятельно на доске. При решении задачи 2 учитель должен требовать от учеников иллюстрации ответа с помощью чертежа. Если ученики не смогут предоставить такую иллюстрацию, то учителю следует

самому нарисовать граф, соответствующий решению задачи. Уместно дать возможность учащимся самим решить эту задачу. Ученики могут разбиться на группы по 2-3 человека и обсудить решение задачи соответственно в группах. Далее проверяется решение задачи в каждой группе. Таким образом, у каждой группы может получиться своя схема. Следует обратить внимание учащихся на то, что схемы разные, но, по сути, выражают одно и то же решение [3].

Генеалогическое дерево своей семьи каждый ученик может оформить на своё усмотрение: на больших плакатах, красочно, с фотографиями. В конце урока необходимо подвести итоги.

Урок № 2

Тема: «Элементы графа»

Цели урока:

1. Ознакомление с понятием граф, элементы графа, степени вершин, полный граф.
2. Ознакомление с леммой о рукопожатиях и её следствиями.
3. Формирование умений:
 - Находить степени вершин;
 - Различать полный и неполный графы;
 - Применять лемму о рукопожатиях к решению задач
4. Развитие умения составлять графовые модели жизненных ситуаций.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации. Имеет смысл обратить внимание учащихся на то, что точки пересечения рёбер графа не являются его вершинами. И во избежание путаницы вершины графа часто изображают не точками, а маленькими заштрихованными кружочками. Рёбра иногда удобней изображать не прямолинейными отрезками, а криволинейными – «дугами».

Учителю необходимо как можно больше привести примеров графов, чтобы у учеников сложилось чёткое представление об этом понятии. Также, для того чтобы учащиеся лучше поняли и представили, что такое граф, целесообразно сделать карточки, на которых изображены графы в виде диаграмм или перечислением элементов, раздать каждому ученику и пусть среди множества рисунков он выберет те, которые являются графами [6].

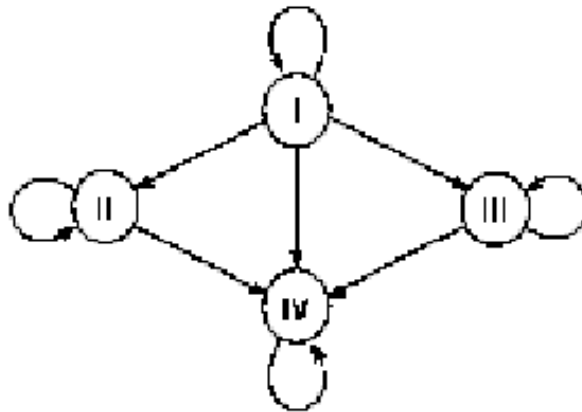
На данном уроке целесообразно предоставить ученикам рекомендации по решению логических задач с помощью графов. Можно предложить следующий алгоритм:

Рекомендации по решению логических задач с помощью графов

1. Изучите азы теории графов, прежде, чем взойти на ее вершины. Никогда не беритесь за последующее, не усвоив предыдущего.
2. Первичное знакомство с этой теорией необходимо начинать с построения простейших описательно-иллюстративных графовых моделей.
3. Научитесь понимать и правильно употреблять термины, связанные с графами и их элементами: вершина графа, ребра, степень вершины.
4. Изучите сначала соответствующие методы решения задач с помощью графов.
5. Прежде чем заглядывать в ответы и решения, надо сделать всё возможное и невозможное для самостоятельного отыскания пути к ответу.
6. Помните, что между условием и ответом необходим процесс логических рассуждений, обосновывающий ответ. Помните, что внешняя правдоподобность рассуждений не всегда приводит к верному результату.
7. Решение задачи нужно начинать с анализа условий и высказывания предположений, которые впоследствии или доказываются или опровергаются.
8. При работе над вопросом задачи главное и самое трудное – определить, в какой связи искомая величина находится с данными в задаче величинами. Будьте настойчивы и терпеливы, но постарайтесь найти эту связь.

9. Большую роль при решении логических задач играют такие приемы мышления, как синтез и анализ. Поэтому старайтесь рассуждать связно и последовательно; формулируйте вопросы точно и определенно.

Целесообразно показать применение графов в медицине, например, граф переливания крови.



На этой схеме объект моделирования – различные виды групп крови человека (обозначены кругами) – это вершины графа. А стрелками показано, какую кровь можно переливать человеку с данной группой крови. Стрелки – дуги графа. Дуга, исходящая от вершины и направленная к этой же вершине – петля. Данный граф отражает такую жизненную ситуацию как переливание крови [24].

Важно акцентировать внимание учащихся на следующем:

1. Любой неполный граф можно дополнить до полного графа.
2. В полном графе каждая его вершина принадлежит одному и тому же числу рёбер.
3. Для задания полного графа достаточно знать число его вершин.
4. В полном графе с n вершинами число рёбер равно $n(n-1)/2$.

В задании 4 необходимо записать на доске результаты всех учеников, чтобы была видна зависимость, что сумма степеней в генеалогическом дереве в 2 раза больше числа рёбер. В данном задании важна наглядность. Все основные моменты и определения ученики должны записать в тетради.

В конце урока необходимо подвести итоги.

Урок № 3

Тема: «Маршруты в графе».

Цели урока:

1. Ознакомление с понятиями «маршрут», «цепь», «цикл», связный граф.
2. Формирование умений различать маршруты, цепи, циклы на уровне представлений, а также связные и несвязные графы.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: На этом уроке рассматривается теория, знакомая ученикам из повседневной жизни. Учителю следует сказать, что с маршрутом и циклом каждый из вас встречается каждый день. Привести примеры маршрута и цикла, по возможности, должен каждый ученик. Далее по аналогии учитель должен дать возможность ребятам самим сформулировать определения маршрута и цикла в графе.

После введения понятия связности, уместно организовать работу по карточкам. Учитель заранее заготавливает карточки, на которых изображены графы, показывает карточку ученику, а тот должен сказать, связный или несвязный граф изображён на рисунке. Свой ответ необходимо обосновать. Количество карточек должно быть равно количеству учеников в классе. При подобной работе каждый ученик сможет проговорить, осмыслить и запомнить определения связного и несвязного графов.

Урок № 4

Тема: «Эйлеровы графы»

Цели урока:

1. Ознакомление с понятиями «эйлеров граф», «связный граф», «эйлеров цикл».
2. Ознакомление с задачей о Кёнигсбергских мостах.
3. Решение задач на нахождение эйлерова цикла, эйлерова пути.

Содержание урока: Данный урок проводится с использованием презентации (см. Приложение 2 на компакт-диске), на которой отображён весь материал.

Методические рекомендации: Урок необходимо начать с рассмотрения задачи о Кенигсбергских мостах. В связи с решением этой задачи сообщить учащимся, что эту задачу сначала пытались решить сами жители города Кенигсберга. Однако решить её никто не смог. В дальнейшем задача привлекла внимание учёных разных стран. Решить её удалось в 1736 году известному швейцарскому математику Л. Эйлеру [35].

Важно акцентировать внимание на следующем вопросе, какой граф можно начертить одним росчерком (т.е. без отрыва карандаша от бумаги, проводя по каждому ребру только один раз). При этом рассмотреть два случая:

1. Росчерк заканчивается в той же точке, в которой начинается.
2. Росчерк заканчивается в другой точке, отличной от начальной.

Далее следует сделать выводы:

1. Если число рёбер, сходящихся в каждой вершине графа чётно, то этот граф можно начертить одним росчерком. При этом движение можно начинать с любой вершины и закончить в той же вершине.
2. Если в графе только две вершины, в которых сходится нечётное число рёбер, в остальных же вершинах сходится чётное число рёбер, то этот граф можно начертить одним росчерком. При этом движение нужно начать с одной из вершин, в которой сходится нечётное число ребер, и закончить в другой.
3. Граф с более чем двумя нечётными вершинами невозможно начертить одним росчерком. После этого надо сказать школьникам, что фигура (граф), которую можно начертить одним росчерком (без отрыва карандаша от бумаги и без

повторения движения по каждому ребру), называется уникарсальной фигурой.

По ходу урока учитель комментирует все определения и утверждения. Ученики записывают в тетрадь все основные моменты, которые вынесены на слайды презентации.

Уроки № 5-6

Тема: «Гамильтоновы графы»

Урок № 5

Цели урока:

1. Ознакомление с понятиями «гамильтонов граф», «гамильтонов цикл», «правильный многогранник».
2. Ознакомление с головоломкой Гамильтона.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: Доклады имеет смысл разбить на части. Связывать отдельные части доклада может сам учитель. Докладчик вместе с темой получает от учителя список рекомендуемой литературы, а также краткие разъяснения относительно темы, плана, узловых моментов, продолжительности выступления. Учитель должен заранее подготовить макет додекаэдра, чтобы дети увидели, что представляет собой данная фигура. Возможно проведение конкурса на самую красивую графическую или текстовую задачу. При получении домашнего задания, ученики должны получить от учителя развёртки правильных многогранников.

Урок № 6

Тема: «Гамильтоновы графы»

Цели урока:

1. Решение задач по нахождению гамильтонова пути;
2. Ознакомление с Задачей о коммивояжёре.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: Материал урока содержит сложные рисунки. Для экономии времени и избежания ошибок, учитель должен заранее приготовить распечатки рисунков и во время урока раздать их ученикам.

Следует обратить внимание учащихся на то, что эйлеровы и гамильтоновы пути сходны по способу задания. Первые содержат все рёбра, и притом по одному разу каждое, вторые – все вершины, по одному разу каждую. Но, несмотря на внешнее сходство, задачи их отыскания резко отличаются по степени трудности. Для решения вопроса о существовании эйлерова цикла на графе достаточно выяснить, все ли его вершины чётны. Критерий же существования гамильтонова цикла на произвольном графе ещё не найден [4].

При рассмотрении «Задачи о странствующем торговце» следует обратить внимание учащихся на то, что эту задачу всегда можно решить посредством последовательных испытаний, находя необходимое время, расстояние или стоимость для различных возможных порядков обхода городов. Однако необходимо акцентировать внимание учеников, что для большого числа городов это становится почти невозможным, такое решение будет очень сложным и громоздким и его использование будет нецелесообразным. Тем не менее, для некоторых достаточно громоздких примеров это сосчитано. Так, например, найдена кратчайшая циклическая аэролиния, проходящая по всем главным городам США. В конце урока подвести итоги.

Урок № 7

Тема: «Деревья»

Цели урока:

1. Ознакомление с понятием «дерево».
2. Решение задач с использованием деревьев.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: Целесообразно на данном уроке сообщить учащимся о применении деревьев в различных областях человеческой жизни:

1. Графы и информация. Двоичные деревья играют весьма важную роль в теории информации. Предположим, что определенное число сообщений требуется закодировать в виде конечных последовательностей различной длины, состоящих из нулей и единиц. Если вероятности кодовых слов заданы, то наилучшим считается код, в котором средняя длина слов минимальна по сравнению с прочими распределениями вероятности [21].

2. Теория поиска: Двоичные кодовые деревья допускают интерпретацию в рамках теории поиска. Каждой вершине при этом сопоставляется вопрос, ответить на который можно либо «да», либо «нет». Утвердительному и отрицательному ответу соответствуют два ребра, выходящие из вершины. Опрос завершается, когда удается установить то, что требовалось. Таким образом, если кому-то понадобится взять интервью у различных людей, и ответ на очередной вопрос будет зависеть от заранее неизвестного ответа на предыдущий вопрос, то план такого интервью можно представить в виде двоичного дерева.

3. Химия. Молекула каждого предельного углеводорода представляет собой дерево. Если удалить все атомы водорода, то оставшиеся атомы углеводорода также будут образовывать дерево, каждая вершина которого имеет степень не выше 4. Следовательно, число возможных структур предельных углеводородов, т. е. число гомологов данного вещества, равно числу деревьев с вершинами степени не больше четырех.

4. Биология: Деревья играют большую роль в биологической теории ветвящихся процессов. Для простоты мы рассмотрим только одну разновидность ветвящихся процессов – размножение бактерий. Предположим, что через определенный промежуток времени каждая бактерия либо делится на две новые, либо погибает. Тогда для потомства одной бактерии мы получим двоичное дерево.

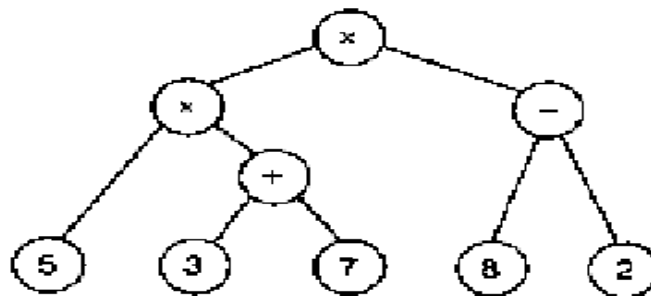
5. Генетика: С помощью дерева можно наглядно представить исследование пары генов G и g, передаваемых потомку родителями.

6. В управлении: Модель управления предприятием (школой, театральным коллективом и т. д.) очень удобно представлять в виде дерева.

7. Информатика: Каталог файлов на диске, также как и библиотечный каталог — примеры информационных моделей в форме дерева.

8. В научной и учебной деятельности с помощью деревьев часто представляют классификацию изучаемых объектов. Классифицирование — распределение объектов по классам в зависимости от их общих признаков, фиксирующее закономерные связи между классами объектов в единой системе данной отрасли знания [13].

9. Математика: Наглядным средством изображения последовательности вычисления математических выражений, т.е. их смысла, являются графы. Например, для формулы $5 \cdot (3 + 7) \cdot (8 - 2)$ дерево будет иметь



такой вид.

Урок № 8

Тема: «Плоские графы»

Цели урока:

1. Ознакомление с понятиями «плоский граф», «грань плоского графа».
2. Ознакомление с «Задачей о трех домах и трех колодцах».
3. Ознакомление с формулой Эйлера.
4. Решение задач на применение формулы Эйлера.

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: Важно обратить внимание учащихся на то, что плоский граф имеет плоское представление и не плоское представление. В задании на составление таблицы можно предложить ученикам такой вариант работы: всех учащихся разбить на 4 группы. Каждая группа получает это задание и выполняет у себя в тетради. На доске заранее заготовлена таблица. Один представитель от группы выходит к доске и записывает свои варианты решения. Как только таблица будет заполнена, один из группы сообщает всем, что они заметили при выполнении задания. Свои выводы должна сообщить каждая группа.

Также необходимо обратить внимание учеников на то, что прежде чем применять формулу Эйлера к тому или иному графу, в первую очередь необходимо убедиться, что данный граф является плоским и связным.

Целесообразно сообщить учащимся о применении плоских графов в физике: Еще недавно одной из наиболее сложных и утомительных задач для радиолюбителей было конструирование печатных схем. Печатной схемой называют пластинку из какого-либо диэлектрика (изолирующего материала), на которой в виде металлических полосок вытравлены дорожки. Пересекаться дорожки могут только в определенных точках, куда устанавливаются необходимые элементы (диоды, триоды, резисторы и другие), их пересечение в других местах вызовет замыкание электрической цепи. В ходе решения этой задачи необходимо вычертить плоский граф, с вершинами в указанных точках.

Урок № 9

Тема: «Сетевые графы»

Цели урока: Ознакомление с понятиями «сетевой график», «работа», «событие», «путь».

Содержание урока: (Материал урока представлен в Приложении 1.).

Методические рекомендации: Данная тема показывает построение сети сложного комплекса работ, определение по сети самого ответственного

участка. Обратить внимание учащихся на применение графов в строительстве (для составления чертежей, для расчёта материала, чтобы рассчитать количество рабочих и т. д.). Все вводимые в этой теме понятия имеют естественную природу; рассматривается комплекс работ, достаточно близкий и знакомый учащимся. Данный урок целесообразно провести в виде лекции.

Урок № 10

Тема: Проверочная работа.

Цели урока:

1. Формирование навыков самостоятельной деятельности;
2. Проверка уровня усвоения материала;
3. Развитие творческого мышление учащихся.

Содержание: Проверочная работа в виде теста, направленная на проверку знаний по теме «Элементы теории графов», рассчитанная на 40 минут, представлена в Приложении 1.

Урок № 11

Тема: Подведение итогов.

Цели урока:

1. Подведение итогов самостоятельной деятельности.
2. Проверка уровня усвояемости материала.
3. Развитие творческого мышления.

Содержание:

На этом уроке целесообразно подвести итоги изучения всего курса:

- 1) обсудить, что изучалось на элективном курсе;
- 2) выслушать выступления учащихся, желающих представить составленные ими задачи;
- 3) выяснить какие бы темы учащиеся хотели рассмотреть в дальнейшем;

- 4) ознакомить учеников с краткими аннотациями следующих элективных курсов.

3. Значение темы «Элементы теории графов» для самоопределения учащихся в выборе профиля

Выбор профиля обучения будет обоснованным, если ученики готовятся к нему во время всего периода обучения в основной школе. В 9-м классе познавательные способности учащихся дифференцируются, начинается «мягкая профилизация» обучения. У школьников появляются первые представления о творческой научно – исследовательской деятельности, накапливаются умения самостоятельно расширять знания; ребята постигают логику научной деятельности.

Предполагается, что школьники могут ошибиться в выборе, но эта ошибка легко исправима, ибо поможет им более точно выбрать профиль в старшей школе [37].

Теория графов – это направление дискретной математики, особенностью которой является геометрический подход к изучению математических объектов. Она пересекается со многими направлениями теории множеств, комбинаторной математики, алгебры, геометрии, теории игр, математической логики и другими математическими дисциплинами.

Методы теории графов завоевали признание не только математиков, но и инженеров, экономистов, психологов, лингвистов, биологов, химиков. Использование языка и методов теории графов часто ускоряет решение практических задач, упрощает расчеты, повышает эффективность научной, инженерной и конструкторской деятельности.

Таким образом на практике этой теорией пользуется инженер при вычерчивании электрических схем, химик при анализе валентных связей в сложных молекулах, историк при вычерчивании родственных связей в генеалогических деревьях, социолог при анализе иерархии подчиненности в огромных корпорациях, военачальник при вычерчивании коммуникаций, по которым доставляются подкрепления, и другие.

В виде графов можно интерпретировать схемы дорог, географические карты и молекулы химических соединений, связи между людьми. Это приводит к широкому использованию теории графов в физике и кибернетике, химии и биологии, экономике и статистике. Особо важна роль теории графов в современном программировании, которое связано с большими массивами всевозможной информации, которую необходимо обрабатывать и передавать людям. Всё это помогает школьнику определиться в выборе профиля.

Выводы по второй главе

1. Основными целями разработанного элективного курса «Элементы теории графов» являются:
 - освоение новых способов деятельности для решения практических, жизненных задач;
 - активизация познавательной деятельности школьников;
 - определение учащихся с дальнейшей профессиональной деятельностью [16].
2. Содержание элективного курса подобрано таким образом, чтобы учащиеся получили начальное представление о теории графов, и ее применении для решения практических задач.
3. Содержание занятий направлено на формирование у обучаемых навыков построения математических моделей, и развитие мышления, связанного с решением дискретных математических задач.
4. Разнообразные занимательные задачи, включенные в занятия элективного курса, направлены на повышение интереса школьников к занятиям математикой, создание условий для повышенной готовности подростков к самоопределению и осознанному выбору варианта будущего обучения.

Заключение

Проблема профильного обучения в школе является актуальной в условиях модернизации российской системы образования. В её решении заключены значительные резервы повышения качества подготовки выпускников общеобразовательных школ. Оно играет важную роль в самоопределении школьников в отношении направления своей будущей профессиональной деятельности. В рамках системы профильного обучения вводится предпрофильная подготовка учащихся, включающая их знакомство с миром профессий и приобретение навыков самооценки для обоснования выбора профиля дальнейшего обучения.

Наиболее важными в предпрофильном обучении являются курсы по выбору (элективные курсы), помогающие выпускникам 9-х классов сделать свой выбор относительно избираемых ими профилирующих направлений будущего обучения и широкой сферы последующей профессиональной деятельности.

Теоретический анализ позволил акцентировать внимание на разработке содержания элективных курсов и методики их преподавания в предпрофильных классах, которые бы способствовали повышению интереса учащихся к математике и самоопределению школьников в своей ближайшей перспективе.

В ходе исследования были решены следующие **задачи исследования**:

- изучены теоретические основы содержания и методики предпрофильной подготовки учащихся основной школы;
- проанализированы имеющиеся методические разработки по изучению данной темы;
- определены объем и содержание темы «Элементы теории графов» для курса по выбору в рамках предпрофильной подготовки;
- разработаны рабочая программа и учебное содержание курса по выбору «Элементы теории графов»;

- разработана методика проведения занятий курса в соответствии с требованиями предпрофильной подготовки учащихся.

Таким образом, цель дипломной работы была достигнута, и запланированные задачи были полностью реализованы. Исследование можно считать законченным.

Список литературы:

1. Алгебра. 8 класс [Текст]: поурочные планы по учебнику А. Г. Мордковича / Сост.: Е. А. Ким. – Волгоград: Учитель, 2009. – 221 с.
2. Алгебра. 9 класс [Текст]: поурочные планы по учебнику А. Г. Мордковича / Сост.: Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – Волгоград: Учитель, 2008. – 255 с.
3. Алгебра 9 кл. [Текст] : учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров, Н. Е. Федорова, М. И. Шабунин. – М.: Просвещение, 2006. – 255 с. – Библиогр.: с. 250-255.
4. *Альхова, З.Н.* Внеклассная работа по математике [Текст] : монография / З.Н. Альхова, А.В. Макеева. - Саратов: Лицей, 2013.– 10 с.
5. *Артюхова, И.В.* Предпрофильная подготовка учащихся 9-х классов [Текст] / И. Артюхова // Школьный психолог. – 2005. – №20. – С. 80 – 84. - Библиогр.: с. 44.
6. *Башмаков, М. И.* Уравнения и неравенства [Текст] : учеб. пособие / М. И. Башмаков. – М.: Наука, 1976 – 96 с.
7. *Бордовская, Н. В.* Педагогика. [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. В. Бордовская, А. А. Реан. – СПб.: Питер, 2006 – 304 с.
8. *Березина, Л.Ю.* Графы и их применение. [Текст] : пособие для учителей. / Л.Ю. Березина . – Москва.: Просвещение, 1979 – 33 с.
9. *Берж, К.* Теория графов и её применение. [Текст] : учеб. пособие / К. Берж. – М.:ИИЛ, 1962 – 55 с.
10. *Галкина, Т. И.* Организация профильного обучения в школе [Текст] : книга современного завуча / Т. И. Галкина, Н. В. Сухенко. – Ростов н/Д: Феникс, 2011 – 288 с.
11. *Гарднер, М.* Математические головоломки и развлечения [Текст] : – М. Мир, 2000 – 33 с.

12. *Гладкая, И. В.* Основы обучения и предпрофильной подготовки [Текст] : учеб. пособие для учителей/ И. В. Гладкая. - Спб.: КАРО, 2005. – 105с.
13. Графы и их применение [Текст] / Под. ред. И. М. Яглома. - М. : Наука, 2002. – 306 с. – Библиогр.: с. 50-56.
14. *Гусев, В. А.* Внеклассная работа по математике в 7-9 классах [Текст]: монография / В. А. Гусев. - М., Просвещение, 1984 – 12 с.
15. *Донец, Г. А.* Алгебраический подход к проблеме раскраски плоских графов [Текст] : учеб. Пособие / Г. А. Донец, Н. З. Шор. - К.: Наукова думка, 1982. — 144 с.
16. Книжная полка [Электронный ресурс]. - Топология графов (28304 bytes). - М. : ГПНТБ РФ, 2013. - Режим доступа www.books.krst.ru Tuesday, 10 May 2013 09:31:34
17. Концепция профильного обучения в учреждениях общего и среднего образования [Текст] // Школьные технологии. – 2002. – №4. – С. 79.
18. *Кордемский, Б. А.* Математические заглазки [Текст]: Б. А. Кордемский. – М.: Издательский дом Оникс: Альянс – В, 2000.
19. *Ладнушкина, Н. М.* Предпрофильная подготовка выпускников основной школы [Текст] // Школьные технологии. – 2005. – №1. – С. 71 – 84.
20. *Макарычев, Ю.Н.* Алгебра: Элементы статистики и теории вероятностей. [Текст]: учеб. пособие для учащихся 7-9 кл. / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 2003. – 78 с.
21. *Макарычев, Ю. Н.* Алгебра 8 кл. [Текст]: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М.: Просвещение, 2006. – 238 с.
22. *Макарычев, Ю. Н.* Алгебра 9 кл. [Текст]: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков. – М.: Просвещение, 2006. – 270 с.

23. *Мельников, О. И.* Занимательные задачи по теории графов [Текст]: учебно-методическое пособие / О. И. Мельников. – Мн.: ТетраСистемс, 2001г.
24. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика [Текст] : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Л. Луканкин. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с. – Библиогр.: с. 460-462.
25. Методика разработки элективных курсов [Электронный ресурс]. - СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2014. - Режим доступа: <http://edu.of.ru/attach/17/8265.doc> . Tuesday, 18 May 2016 09:31:34.
26. *Мордкович, А. Г.* Алгебра. 9 кл. [Текст] : учеб. для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2000. – 191с.
27. *Нестеренко, Ю. В.* Задачи на смекалку [Текст] : монография / Ю. В. Нестеренко, С. Н. Олехник, М. К. Потапов . – М.: Дрофа, 2005. – 30 с.
28. *Перельман, Я. И.* Занимательные задачи и опыты [Текст]: монография / Я. И. Перельман. - М, Детская литература, 2005. – 90 с. – Библиогр.: с. 87-90.
29. *Петунин, О. В.* Элективные курсы на этапе предпрофильной подготовки [Текст] / О. В. Петунин // Школьные технологии. - 2006. - № 1. - С. 88-89. – Библиогр.: с. 88.
30. Предпрофильная подготовка учащихся 9-х классов [Электронный ресурс]. - М. : ГПНТБ РФ, 2000. – Режим доступа <http://www.rc.petromuk.spb.ru/files/file/predprof.doc>. Tuesday 3 May 2016 09:31:34.
31. Примерные требования к программам элективных курсов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.prosv-ipk.ru/attach.asp?a_no=42893
32. *Рассадкин, А.* Профильная школа: в поисках базовой модели [Текст] / А. Рассадкин // Директор школы. - 2003.- № 6. - С. 11 - 20.

33. *Роботова, А. С.* Элективный курс в профильной школе как введение в науку [Текст]: учебно-методическое пособие для учителей / И. Н. Никонов / Под ред. А. П. Тряпицыной. - СПб.: КАРО, 2005. – 80 с.
34. *Харари, Ф.* Теория графов [Текст] : монография / Ф. Харрари.- М. Мир, 1993. – 90 с. – Библиогр.: с. 87-90с.
35. *Чередникова, А. В.* Введение в теорию графов [Текст] : учеб. пособие / А. В. Чередникова, И. В. Землякова. - Кострома: Изд-во Костром. гос. технол. ун-та, 2011. – 24 с.
36. *Южанина, Н. А.* Организация предпрофильной дифференциации обучения в основной школе [Текст] : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01 : защищена 12.12.2004 / Южанана Нина Анатольевна. – Ульяновск, 2004.
37. *[Toft-Jensen]* Toft B., Jensen T.R. Graph colouring problems. John Wiley & Sons, Inc., 1994.

Приложение

Приложение 1

Урок № 1

Тема: «Введение в теорию графов».

Цели урока:

4. Ознакомление с целями курса и его содержанием.
5. Ознакомление с приёмами построения графовых моделей.
6. Ознакомление с применениями графов в науке и жизнедеятельности человека.

1. Урок необходимо начать с нескольких слов об актуальности изучения данного курса, о целях и его значении. Далее рассматриваются две задачи, приводящих к понятию графа.

Задача 1. Как вы помните, охотник за мёртвыми душами Павел Иванович Чичиков побывал у известных вам помещиков по одному разу у каждого. Он посещал их в следующем порядке: Манилова, Коробочку, Ноздрёва, Собакевича, Плюшкина, Тентетникова, генерала Батрищева, Петуха, Констанжогло, полковника Кошкарёва. Найдена схема, на которой Чичиков набросал взаимное расположение имений и просёлочных дорог, соединяющих их (рис.1.1). Установите, какое имение кому принадлежит, если ни по одной из дорог Чичиков не проезжал более одного раза.

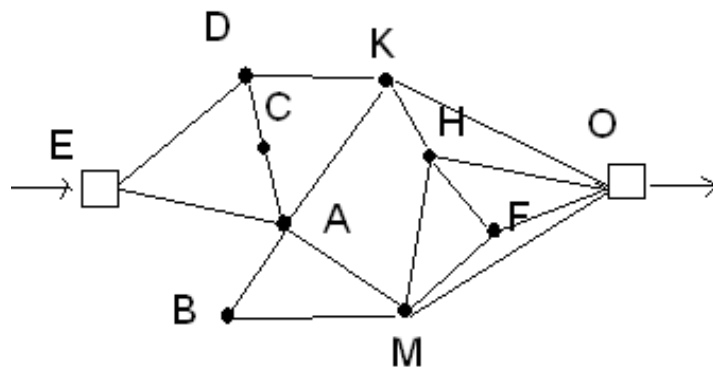


рис.1.1

Решение.

По схеме видно, что путешествие Чичиков начал с имения Е, а кончил имением О. Замечаем, что в имения В и С ведут только по две дороги, поэтому по этим дорогам Чичиков должен был проехать. Отметим их жирной линией (рис. 1.2).

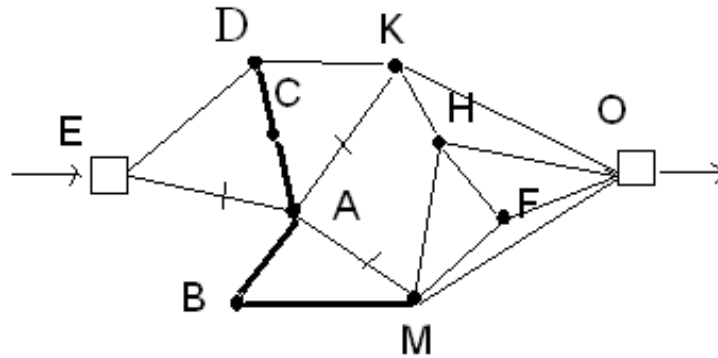


рис.1.2

Определены участки маршрута, проходящие через А: АС и АВ. По дорогам АЕ, АК и АМ Чичиков не ездил. Перечеркнем их (рис. 1.2). Отметим жирной линией ED; перечеркнём DK. Перечеркнём МО и МН; отметим жирной линией MF; перечеркнём FO; отметим жирной линией FH, НК и КО (рис. 1.3). Найдём единственно возможный при данном условии маршрут.

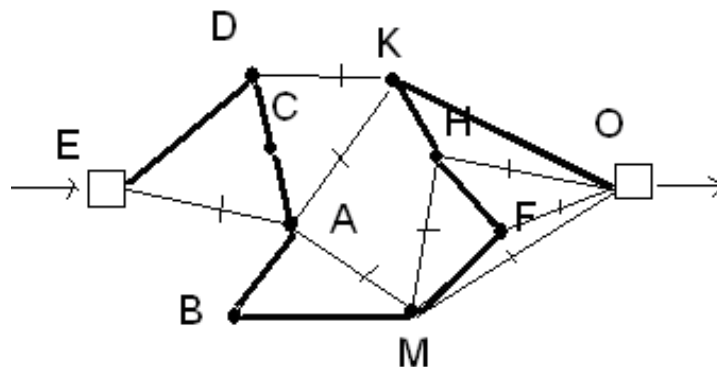


рис.1.3

Подведём итог: задача решена в ходе преобразования картинki. С рисунка 1.3 остаётся только считать ответ: имение Е принадлежит Манилову, D – Коробочке, С – Ноздрёву, А – Собакевичу, В – Плюшкину, М – Тентетникову, F – Бетрищеву, Н – Петуху, К – Констанжогло, О – Кошкарёву.

Задача 2. Утверждают, что в компании из пяти человек каждый знаком с двумя и только с двумя другими. Возможна ли такая компания?

Решение.

Каждого из этой компании изобразим на рисунке кружком. Если двое знакомы, соединим соответствующие кружки отрезками. Оказывается, что такие ситуации не только возможны, но и все их можно описать аналогичными схемами (рис.1.4).

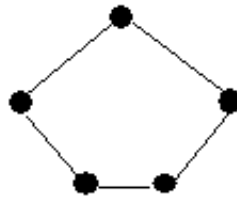


рис.1.4

Из рассматриваемой компании нельзя выделить ни «четырёхугольник», ни «треугольник», поскольку тогда из оставшихся нельзя будет составить компанию, удовлетворяющую условию, т.е. схема знакомства единственная.

Всякую схему, напоминающую многоугольник, принято называть циклом.

После рассмотрения данных задач, необходимо задать ученикам вопрос:

- Что общего у схем, которые помогли нам решить задачи? (Все они состоят из точек (кружков) и отрезков, соединяющих пары точек).

Рассмотрение таких схем приводит к понятию графа.

2. Опираясь на презентацию Урок 1 (см. Приложение 2 на компакт-диске), вводится понятие «граф». (*Граф* - набор точек, некоторые из которых соединены линиями. Точки именуются *вершинами* графа, а отрезки – *рёбрами*); приводятся примеры графов (схема московского метро, генеалогическое дерево); представлены некоторые краткие сведения из истории (появление теории графов, теория деревьев и т.д.); рассматривается схема применения метода графов в науке и жизнедеятельности человека.

3. Подведение итогов.

Какую бы область человеческой жизни мы не затрагивали, в этой области обязательно находилась проблема или задача, решаемая с помощью графов. Метод графов прост и удобен, поэтому так распространен. Теория графов играет очень важную роль в жизни человека.

7. В качестве домашнего задания целесообразно учащимся предложить составить генеалогическое дерево своей семьи.

Урок № 2

Тема: «Элементы графа.».

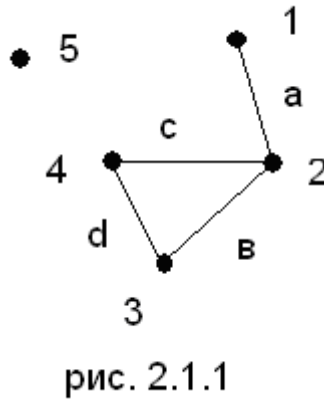
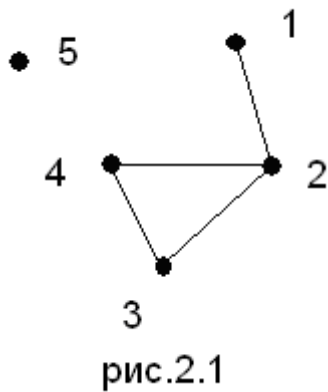
Цели урока:

5. Ознакомление с понятием граф, элементы графа, степени вершин, полный граф.
6. Ознакомление с леммой о рукопожатиях и её следствиями.
7. Формирование умений:
 - Находить степени вершин;
 - Различать полный и неполный графы;
 - Применять лемму о рукопожатиях к решению задач
8. Развитие умения составлять графовые модели жизненных ситуаций.

1. На прошлом уроке ребята познакомились с общим понятием графа. Данный урок следует начать с формулировки полного определения графа и его элементов (вершины, рёбра). Познакомить учащихся с понятиями смежные вершины и рёбра, степень вершины.

Определение. *Граф* - фигура, состоящая из точек (называемых *вершинами*) и отрезков, соединяющих некоторые пары этих вершин. Отрезки могут быть прямолинейными или криволинейными: они называются *рёбрами* графа. Такой способ задания называется диаграммой. Также граф может быть задан перечислением вершин и рёбер. Множество вершин обозначается буквой V , а множество рёбер буквой E .

На рис. 2.1 изображён граф, заданный множеством вершин $V=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ и множеством рёбер $E=\{(1, 2), (2, 3), (4, 2), (4, 3)\}$.



Задание 1. Изобразите граф с множеством вершин $V=\{1, 2, 3, 4\}$ и множеством рёбер $E=\{(1, 3), (2, 3), (2, 4)\}$.

Определение. Две вершины, являющиеся концами одного ребра, называются *смежными*. Рёбра называются смежными, если они имеют общую вершину.

Определение. Число рёбер, выходящих из одной вершины V , называется *степенью вершины* и обозначается $d(V)$.

Задание 2. Посмотрите на рис.2.1:

- 1) Какие вершины будут смежными? (1 и 2, 2 и 3, 2 и 4, 3 и 4);
- 2) Какие рёбра будут смежными? Обозначим рёбра на рисунке буквами (рис. 2.1.1) (a, b, c; b, d; c, d).

Задание 3. Каковы степени вершин графа, изображённого на рис. 2.1.1? ($d(1)=1, d(2)=3, d(3)=2, d(4)=2, d(5)=0$)

Рекомендуется ученикам задать следующие вопросы:

- Почему $d(5)=0$? (Из данной вершины не выходит ни одного ребра);
- Почему $d(1)=1$? (Из данной вершины выходит 1 ребро);

Обратить внимание: Вершины, которые имеют степень 0, называются *изолированными*, а вершины степени 1 – *висячими*. Таким образом, вершина 5 – изолированная, а вершина 1 – висячая.

2. Лемма о рукопожатиях.

Ученики могут сами сформулировать данную лемму. Для этого следует предложить следующее задание.

Задание 4. *Подсчитайте в своём генеалогическом дереве суммы степеней вершин и число рёбер (составить генеалогическое дерево своей семьи – домашнее задание предыдущего урока).*

- *Какую зависимость вы видите?* Ученики должны заметить, что сумма степеней в генеалогическом дереве в 2 раза больше числа рёбер. Исходя из этого, вводится, формулируется и доказывается «Лемма о рукопожатиях».

Лемма о рукопожатиях: Сумма степеней вершин графа равна удвоенному числу рёбер.

Доказательство.

У каждого ребра 2 вершины. Степень вершины показывает, сколько рёбер из неё выходит. Сложив все степени, получим в результате, что каждое ребро подсчитано дважды.

Следствие 1: Сумма степеней вершин графа всегда является чётным числом.

Следствие 2: В графе число вершин нечётной степени чётно.

Иллюстрация применения леммы: Если в компании из 100 человек каждый пожмёт другому руку, сколько будет рукопожатий?

Решение.

Каждый из 100 человек должен пожать руку остальным 99 членам компании. А так как в любом рукопожатии всегда участвуют два человека, то произведение $100 \cdot 99$ учитывает каждое рукопожатие дважды. Количество рукопожатий равно $(100 \cdot 99) / 2 = 4950$.

Далее рассматриваются 2 задачи на применение следствий из леммы.

Задача 1. *В Стране Чудес Диснейленд на заколдованном озере 7 островов, из каждого из них ведёт 1, 3 или 5 мостов. Докажите, что хотя бы один из мостов ведёт на берег.*

Решение.

Пусть G - граф, в котором вершины – части суши (острова или окружающая озеро земля (берег)), всего 8 вершин. Рёбра графа – мосты. Степень каждой из 7 вершин, соответствующей островам, равна 1, 3 или 5. Нужно показать, что степень 8-ой вершины (берег) не равна 0. Докажем *МОП*. Допустим, что

$d(8)=0$. Тогда имеем в графе 7 вершин нечётной степени, что противоречит следствию 2 леммы о рукопожатиях.

Задача 2. Можно ли соединить 15 телефонов проводами 14 различных цветов так, чтобы от каждого телефона отходило 14 проводов разных цветов?

Решение.

Пусть вершины графа – телефоны, рёбра – провода. Всего вершин 15, степень каждой вершины равна 14. По следствию 2 в графе не может быть 15 вершин нечётной степени.

Ответ: нельзя.

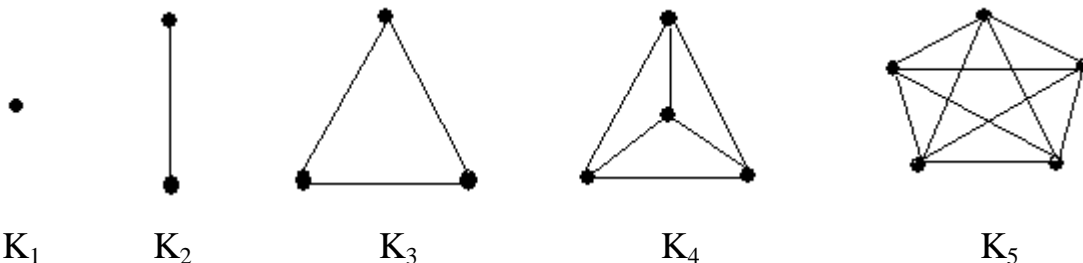
3. Вводится понятие полного графа.

Определение. Граф называется *полным*, если любая пара его вершин соединена ребром. Полный граф с вершинами обозначается K_n .

Задание 5. Нарисуйте полный граф с n вершинами, если:

а) $n=2$; б) $n=3$; в) $n=5$

В качестве проверки можно показать графы с 1, 2, 3, 4, 5 вершинами:



В полном графе каждая его вершина принадлежит одному и тому же числу рёбер.

Задание 6. 1. Чему равна степень каждой вершины в полном графе с n вершинами? ($n-1$);

2. Определите число рёбер. ($n(n-1)/2$)

Обратить внимание: Для задания полного графа достаточно знать число его вершин.

4. Подведение итогов.

- Приведите примеры жизненных ситуаций, которые можно описать с помощью полного графа? (Например, соревнования, которые проходят по круговой системе);

- С какими способами задания графов вы познакомились?

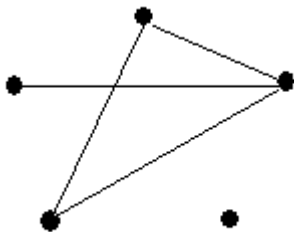
5. Домашнее задание.

1) **Задача.** *Может ли в государстве, в котором из каждого города выходит ровно 3 дороги, быть ровно 100 дорог между городами?*

Решение.

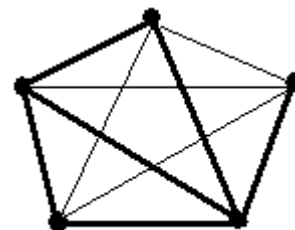
Построим граф G , в котором вершины изображают города, а рёбра – дороги. Из условий задачи следует, что степень каждой вершины графа G равна трём. Пусть граф G имеет n вершин. Из леммы о рукопожатиях вытекает, что $2 \cdot 100 = 3n$. Последнее равенство при целых n невозможно. Поэтому ответ на вопрос, поставленный в задаче, отрицательный.

2) *Сколько рёбер следует добавить к графу, для того чтобы он стал полным?*



Решение.

Ответ: 6 рёбер.



Урок № 3

Тема: «Маршруты в графе».

Цели урока:

3. Ознакомление с понятиями «маршрут», «цепь», «цикл», связный граф.

4. Формирование умений различать маршруты, цепи, циклы на уровне представлений, а также связные и несвязные графы.

1. Проверка домашнего задания.

2. Сегодня мы познакомимся с понятиями «маршрут», «цепь», «цикл», с понятием связности.

Определение. *Маршрутом в графе* назовём непрерывную линию от одной вершины до другой, проходящую по рёбрам в графе. Число рёбер, входящих в маршрут, называют его *длиной*.

Определение. *Маршрут, в котором каждое ребро входит один раз, называется цепью.*

Цепь называется *простой*, если она содержит каждую вершину ровно 1 раз.

На рис. 3.1 с помощью графа изображена схема дорог между населёнными пунктами. Например, из пункта А (вершина графа) в пункт Н можно добраться различными маршрутами: $ADGH$, AEH , $AEFCEH$, $ABCEH$.

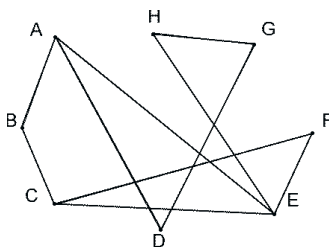


Рис. 3.1

На данном этапе ученикам следует предложить следующие задания:

Задание 1. *Укажите маршруты из пункта А в пункт Н:*

а) *длины 2 (AEH);*

б) *длины 3 (ADGH);*

в) *длины 4 (ABCEH);*

г) *длины 5 (ABCFEH);*

- *Что можно сказать про эти маршруты? (они являются простой цепью).*

Задание 2. *Укажите:*

1) *маршрут из пункта А в пункт Н, не являющийся цепью (ABCFCEH);*

2) *цепь, которая не является простой (AECFEH);*

3) маршрут, начинающийся и заканчивающийся в одной и той же точке (например, $ADGHEA$ или $ABCFA$);

Определение. Маршруты, которые начинаются и заканчиваются в одной точке, называются *замкнутыми*.

Определение. Цепь, начинающаяся и заканчивающаяся в одной точке, называется *циклом*.

Задание 3.

1) является ли маршрут $ADGHEA$ циклом? (да)

2) приведите ещё примеры циклов, например, длины 3, 4.

- Сравните графы, изображённые на рис. 3.1 и рис. 3.2. Чем они отличаются? (на рис. 3.2 изображено 3 графа)

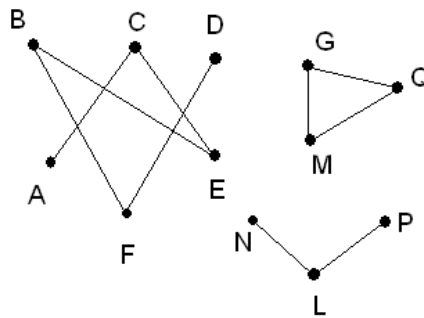


рис. 3.2

- На рис. 3.2 изображён один граф, который состоит из трёх частей.

- Чем характеризуется каждая часть? (каждая из этих частей характеризуется тем, что для любых двух вершин существует соединяющий их маршрут)

- Существует ли маршрут, соединяющий вершину A с вершиной M ? (нет)

Определение. Графы, у которых любые две вершины соединены маршрутом, называются *связными*. Графы, не обладающие этим свойством, называются *несвязными*.

- На рис. 3.1 – связный граф, на рис. 3.2 – несвязный граф.

- Мы видим, что граф на рис. 3.2 состоит из трёх связных частей. Каждая такая часть называется *связной компонентой*.

Задание 4. *Что можно сказать про связность полного графа? (он будет связным, так как любые две вершины соединены ребром, это ребро и будет маршрутом, соединяющим эти две вершины).*

3. Решение задач.

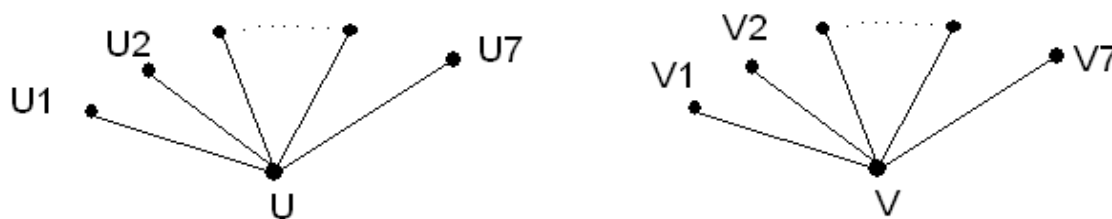
Задача 1. *В некоторой стране 15 городов, каждый из которых соединён дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).*

Математическая модель:

Вершины графа – города. Рёбра графа – соединяющие их дороги. В графе 15 вершин, степень каждой – не меньше 7. Докажем, что граф связан.

Доказательство.

Допустим, что граф не связан, т.е. содержит 2 вершины, не соединимые маршрутом: U и V .



$$n=15, d_i \geq 7, i=1, \dots, 15$$

Так как степень каждой вершины больше либо равна 7, то существует, по меньшей мере, 7 вершин U_1, \dots, U_7 , смежных с U , и, по крайней мере, 7 вершин V_1, \dots, V_7 , смежных с V . Причём ни одна из вершин U_i не совпадает ни с какой из вершин V_j , иначе через совпадающую вершину вершины U и V были бы соединены маршрутом, что противоречит их выбору. Тогда получаем, что граф содержит по меньшей мере 16 вершин: $U, U_1, U_2, \dots, U_7, V, V_1, V_2, \dots, V_7$. Это противоречит условию, что число вершин в графе равно 15. Допущение о несвязности графа ложно.

Задача 2. *В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта – ковёр – самолёт. Из столицы выходят 21 ковролинии, из города Дальний – одна, а из*

всех остальных – по 20. Докажите, что из столицы можно долететь до Дальний (возможно с пересадками).

Математическая модель: В графе одна вершина C имеет степень 21, вершина D – степень 1, остальные по 20. Доказать, что существует маршрут, соединяющий D с C .

Доказательство.

Предположим противное: не существует маршрута, соединяющего D с C . Следовательно, D и C принадлежат разным связным компонентам G_D и G_C . Тогда, поскольку степени вершин в G_D и G_C одинаковые, то в графе G_D одна вершина имеет степень 1, а остальные – степени 20. А это противоречит утверждению о том, что в любом графе число вершин нечётной степени чётно. Предположение ложно, существует маршрут, соединяющий D с C .

4. Домашнее задание.

1) В соревнованиях по круговой системе с пятью участниками только Ваня и Лёша сыграли одинаковое число встреч, а все остальные – различное. Сколько встреч сыграли Ваня и Лёша?

2) В шахматном турнире по круговой системе участвуют 7 школьников. Известно, что Ваня сыграл 6 партий, Толя – 5, Лёша и Дима – по 3, Семён и Илья – по 2, Женя – 1. С кем сыграл Лёша?

Урок № 5

Тема: «Гамильтоновы графы».

Цели урока:

3. Ознакомление с понятиями «гамильтонов граф», «гамильтонов цикл», «правильный многогранник».
4. Ознакомление с головоломкой Гамильтона.

1. Выступление двух учеников: 1) «Уильям Роуэн Гамильтон»;

2) «Правильные многогранники».

2. В 1859г. известный ирландский математик сэр Уильям Роуэн Гамильтон выпустил в продажу своеобразную головоломку. Её основной

частью был правильный додекаэдр, сделанный из дерева. Это один из так называемых правильных многогранников: его гранями служат 12 правильных пятиугольников. У него 20 вершин и 30 рёбер, причём в каждой из 20 его вершин сходится по три ребра (рис. 5.1).

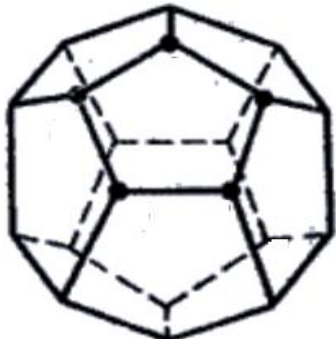


Рис. 5.1

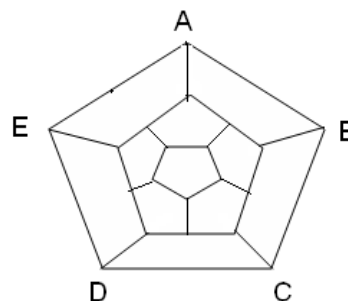


рис. 5.2

Каждая вершина гамильтонова додекаэдра была помечена названием одного из крупных городов – Брюссель, Кантон, Дели, Франкфурт и т.д. Задача состояла в нахождении пути вдоль рёбер додекаэдра, проходящего через каждый город в точности по одному разу; чтобы сделать задачу более интересной, порядок прохождения нескольких первых городов устанавливался заранее. Для того чтобы легче было запомнить, какие переходы уже сделаны, в каждую вершину додекаэдра был вколот гвоздь с большой шляпкой, так что вокруг этих гвоздей могла виться верёвка, указывающая пройденный путь. Однако такой додекаэдр был слишком громоздким, и Гамильтон предложил другой вариант своей игры, где многогранник заменялся плоским графом. Плоское его представление можно получить следующим образом. Пусть рёбра проволочного додекаэдра можно растягивать без разрывов. Взявшись за вершины A , B , C , D , E , растянем «каркас» на плоскости так, чтобы не появилось новых точек пересечения рёбер (рис. 5.2). Плоское представление готово.

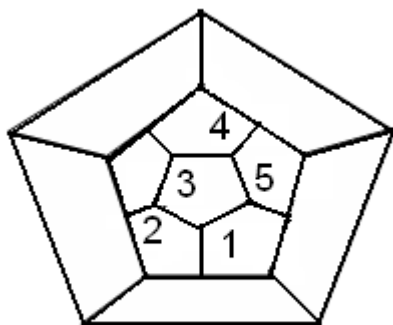


рис. 5.3

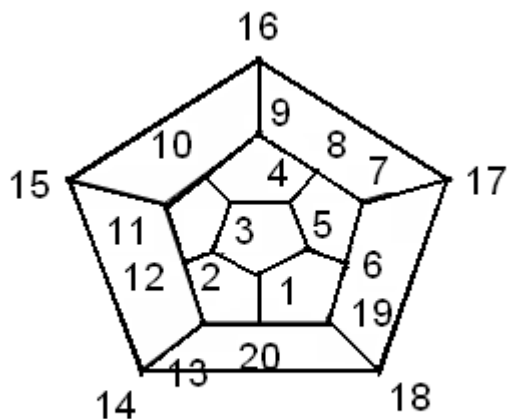


рис. 5.4

Задание. Найдите цикл, содержащий все вершины додекаэдра, причём в точности по одному разу каждую. Для определённости начните путь из вершины 1 и в первую очередь посетите вершины 2, 3, 4 и 5 (рис. 5.3).

Решение: Один из возможных циклов показан на рис. 5.4. Если использовать нумерацию вершин этого рисунка, то другой цикл запишется так: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 19, 18, 14, 15, 16, 17, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 20.

Определение. Цикл (путь), проходящий через каждую вершину графа в точности по одному разу, называется *гамильтоновым циклом (путём)*.

Гамильтоном цикл (путь) всегда является простым. Он может не содержать всех рёбер графа.

Определение. Граф, обладающий гамильтоновым циклом, называется *гамильтоновым графом*.

Определение. Цепь, содержащая каждую вершину графа ровно один раз, называется *гамильтоновой цепью*.

Теорема.: Если в графе, имеющем n вершин, степень каждой вершины не меньше, чем $n/2$, то граф гамильтонов.

3. Домашнее задание.

Сделать макет одного из правильных многогранников (на выбор): додекаэдр, октаэдр, икосаэдр.

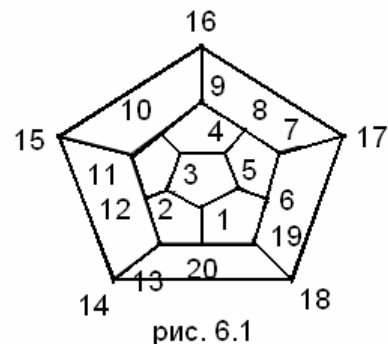
Урок № 6

Тема: «Гамильтоновы графы».

Цели урока:

3. Решение задач по нахождению гамильтонова пути;
4. Ознакомление с Задачей о коммивояжёре.

1. **Задача 1.** На рис. 6.1 изображены 20 городов (они произвольно пронумерованы) и дороги, соединяющие их. Предлагается, начав путешествие в городе 1, объехать все остальные города, не заехав ни в один город более одного раза. Выпишите последовательность городов, в которой можно совершить такое путешествие, если: а) окончить путешествие нужно в городе 16;

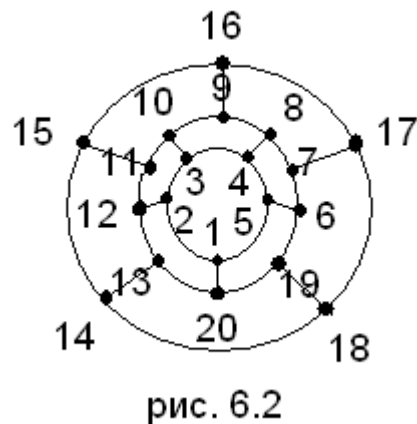


б) в первую очередь нужно заехать в города 2, 12, 11 и 10, а вернуться в город 1.

Решение.

- а) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 19, 20, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 17, 18, 14, 15, 16;
- б) два решения: 1) 1, 2, 12, 11, 10, 3, 4, 8, 9, 16, 15, 14, 13, 20, 19, 18, 17, 7, 6, 5;
- 2) 1, 2, 12, 11, 10, 3, 4, 5, 6, 19, 18, 17, 7, 8, 9, 16, 15, 14, 13, 20.

Задача 2. Вокруг дома садовник посадил 20 кустов роз, которые пронумеровал так, чтобы он мог, выйдя из дома, который находился в центре участка, обойти все розы, побывав у каждой в точности один раз (рис. 6.2). Однажды он, изменив



своим правилам, полил сначала розы под номерами 19, 18, 17 и 16 и ещё 6 роз. После этого оказалось, что он уже не мог полить остальные, не побывав ни у одного более одного раза. Какие 6 шагов он сделал неосторожно?

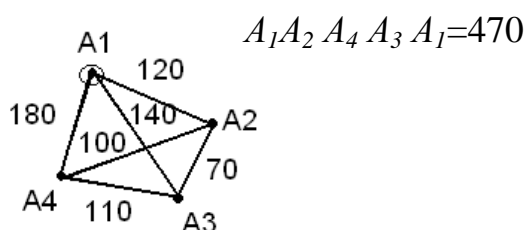
Ответ: 9, 8, 4, 5, 6, 7.

2. К известной эйлеровской головоломке про додекаэдр близка «Задача о странствующем торговце» (по-другому её называют «Задача

коммивояжера»). И снова мы не знаем никакого общего метода её решения. Предположим, что странствующий торговец, прежде чем вернуться домой, должен посетить несколько городов. Естественно, он заинтересован в том, чтобы сделать это как можно быстрее, или же в том, чтобы сделать это с наименьшими затратами.

Задача 3. Торговец, живущий в городе A_1 , собирается посетить города A_2, A_3, A_4 . Расстояния между городами таковы: $A_1A_2=120, A_1A_3=140, A_1A_4=180, A_2A_3=70, A_2A_4=100, A_3A_4=110$. Найти кратчайший циклический путь из A_1 , проходящий через три других города.

Решение.



Ответ: 470.

3. Подведение итогов.

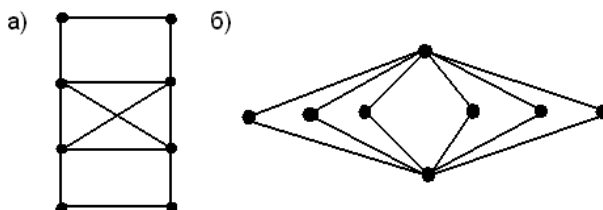
- Какой граф называется гамильтоновым?
- Чем эйлеров граф отличается от гамильтонова?

4. Домашнее задание.

1) К задаче 1: в первую очередь нужно заехать в города 2 и 3, а окончить путешествие в городе 18. (два решения: 1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 19, 20, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 17, 16, 15, 14, 18;

2) 1, 2, 3, 10, 9, 16, 17, 7, 8, 4, 5, 6, 19, 20, 13, 11, 15, 14, 18)

2) Какой из графов является эйлеровым, а какой гамильтоновым?



Решение. 1) эйлеров и гамильтонов;

2) эйлеров, не гамильтонов.

Урок № 7

Тема: «Деревья»

Цели урока:

3. Ознакомление с понятием «дерево».
4. Решение задач с использованием деревьев.

1. Прежде чем переходить к новой теме, выполните упражнения:

№ 1. Нарисуйте граф с семью вершинами и шестью рёбрами, не имеющий ни одного цикла.

№ 2. Нарисуйте связный граф с семью вершинами и шестью рёбрами.

№ 3. Нарисуйте граф с семью вершинами, в котором для любых двух вершин существует один и только один связывающий их путь.

Рассмотрим внимательно рисунки, которые строили при решении задач 1 – 3.

- Что характерно для всех построенных графов? (они связные и не содержат циклов)

Такие графы выделяются в отдельный класс, представители которого именуется деревьями.

Определение. *Дерево* – любой связный граф, не имеющий циклов.

Пример:

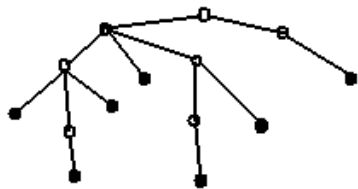


рис. 7.1

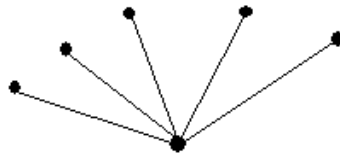


рис. 7.2

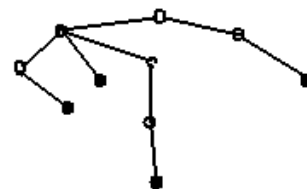


рис. 7.3

- Сколько вершин и сколько рёбер в деревьях, изображённых на рисунках? (рис. 7.1 - 14 вершин, 13 рёбер; рис. 7.2 – 6 вершин и 5 рёбер; рис. 7.3 – 10 вершин и 9 рёбер)

- Какую зависимость между количеством вершин и количеством рёбер вы видите? (количество рёбер на 1 меньше количества вершин)

Теорема 1: Дерево с n вершинами имеет $n-1$ ребро.

Задание: Сколько рёбер надо удалить из связного графа, имеющего p рёбер и v вершин, чтобы получить дерево, содержащее все вершины этого графа?

Решение:

Всякое дерево с v вершинами имеет $v-1$ ребро, т.е. для получения дерева, содержащего все вершины графа, необходимо $p - (v - 1)$ рёбер.

2. Рассмотрим задачи.

Задача 1. Проводится эксперимент, при котором морскую свинку пускают в лабиринт (рис. 7.2). Сколькими способами она может попасть к пище, если она ни в один тупик не заходила более одного раза, причём, попав в тупик, возвращается на перекрёсток, с которого свернула в этот тупик. Нарисуйте дерево всевозможных маршрутов морской свинки к пище.

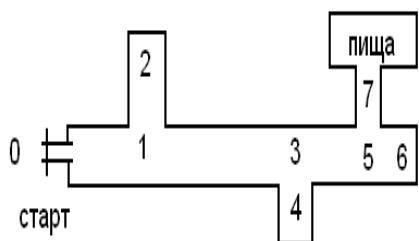


рис. 7.2

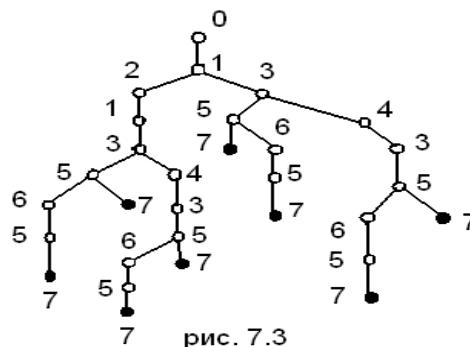


рис. 7.3

Ответ: 8 способами (см. рис. 7.3).

Задача 2. Андрей пошёл с отцом в тир. Уговор был такой: Андрей делает 5 выстрелов и за каждое попадание получает право ещё на два выстрела.

Андрей выстрелил 25 раз. Сколько раз он попал?

Решение. В этом дереве все вершины, кроме верхней, соответствуют выстрелам. Если Андрей попал, то степень соответствующей вершины равна трём, а промазал – единице. Степень верхней вершины равна пяти. Дерево имеет 26 вершин и 25 рёбер. Составим соотношение:



Пусть n – число попаданий Андрея. Тогда граф содержит n вершин степени 3, $(25-n)$ вершин степени 1 и одну вершину степени 5. Воспользуемся леммой о рукопожатиях: $3 \cdot n + 1 \cdot (25-n) + 5 = 2 \cdot 25$

$$3n + 25 - n + 5 = 50$$

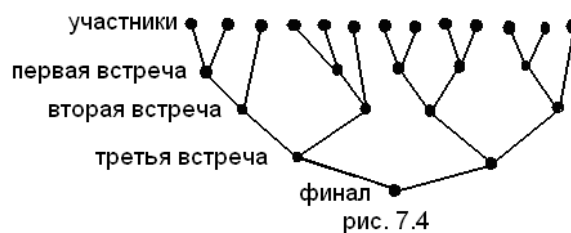
$n = 10$, т.е. Андрей попал 10 раз.

Ответ: 10 раз.

Задача 3. Борцовский турнир с 13 участниками проводится по олимпийской системе, при которой проигравший выбывает. На одну встречу, с учётом подготовки к ней и отдыха участников, отводится час. Сколько времени нужно, чтобы провести турнир, если в распоряжении организаторов только 5 борцовских ковров?

Решение.

Спортивное соревнование, проводимое по олимпийской системе, можно описать с помощью корневого дерева, в котором вершины степени 1 будут соответствовать участникам, а вершины других степеней – встречами. Один из возможных вариантов корневого дерева, описывающего турнир, приведён на рис. 7.4.



Урок № 8

Тема: «Плоские графы»

Цели урока:

5. Ознакомление с понятиями «плоский граф», «грань плоского графа».
6. Ознакомление с задачей «о трех домах и трех колодцах».
7. Ознакомление с формулой Эйлера.
8. Решение задач на применение формулы Эйлера.

1. Для подсчета числа рукопожатий, совершенных четырьмя товарищами A , B , B и G при встрече, можно воспользоваться полным графом с четырьмя вершинами. На рис. 1 представлено несколько вариантов изображения полного графа с четырьмя вершинами

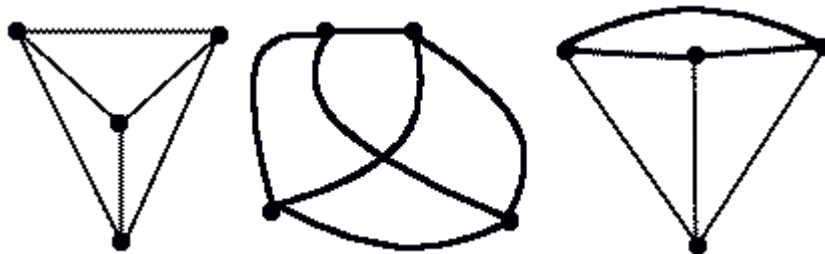


Рис. 8.1

Графы, изображенные на рисунке, дают одну и ту же информацию о совершенных рукопожатиях между четырьмя товарищами. Такие графы называют *изоморфными* (одинаковыми).

Для того чтобы выяснить, изоморфны ли два графа, нужно убедиться в том, что у них:

- одинаковое количество вершин;
- если вершины одного графа соединены ребром, то и соответствующие им вершины другого графа тоже соединены ребром.

На втором изображении ребра графа пересекаются, графы на первом и третьем изображениях не имеют пересекающихся ребер.

2. Мы уже говорили, что плоским графом называется граф, который можно начертить на плоскости таким образом, чтобы его рёбра не имели

точек пересечения, отличных от вершин. На рис. 2 изображены проволочная модель куба и плоский граф, который изображает данный куб.

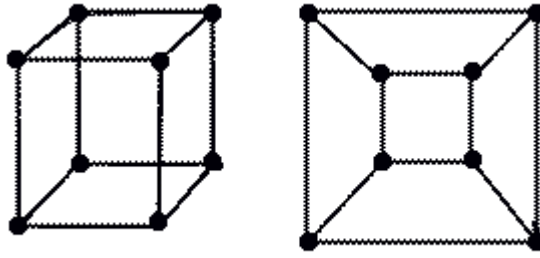


Рис. 8.2

Простые циклы и деревья являются наглядными примерами плоских графов. Решим старинную задачу *о трех домах и трех колодцах*, суть которой сводится к выяснению вопроса — является ли рассматриваемый граф плоским или нет.

3. **Задача о трех домах и трех колодцах.** *В трех различных домах живут три поссорившиеся между собой соседа. Недалеко от их домов имеются три колодца. Можно ли от каждого дома проложить к каждому из колодцев тропинку так, чтобы никакие две из них не пересекались (рис. 3)?*



Рис. 8.3

Решение. После проведения восьми тропинок можно убедиться, что провести девятую, не пересекающуюся ни с какой из ранее проведенных тропинок, не удастся. Построим граф, вершины которого $A, B, B, 1, 2, 3$ соответствуют домам и колодцам условия задачи, и попробуем доказать, что девятую тропинку — ребро графа, не пересекающее остальные ребра, провести нельзя (рис. 4).

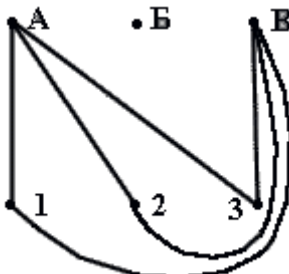


Рис. 8.4

Проведенные в графе на рисунке ребра $A1$, $A2$, $A3$ и $B1$, $B2$, $B3$ (соответствующие тропинкам от домов A и B ко всем колодцам). Построенный граф разбил плоскость на три области: X , Y , Z . Вершина B , в зависимости от ее расположения на плоскости, попадает в одну из этих трех областей. Если вы рассмотрите каждый из трех случаев «попадания» вершины B в одну из областей X , Y или Z , то убедитесь, что всякий раз одна из вершин графа 1, 2 или 3 (один из колодцев) будет «недоступной» для вершины B (т. е. нельзя будет провести одно из ребер $B1$, $B2$ или $B3$, которое не пересекло бы уже имеющихся в графе ребер). Таким образом, ответ на вопрос задачи будет таким: «Нельзя». Помимо вершин и ребер плоского графа часто пользуются еще одной его характеристикой — гранями.

Определение. *Гранью плоского графа* называется часть плоскости, ограниченная простым циклом и не содержащая внутри циклов.

На рис. 8.5 изображён плоский граф с тремя гранями: I, II, III, и внешней гранью, которую также называют «бесконечной» гранью IV (на рисунке она отмечена штриховкой).

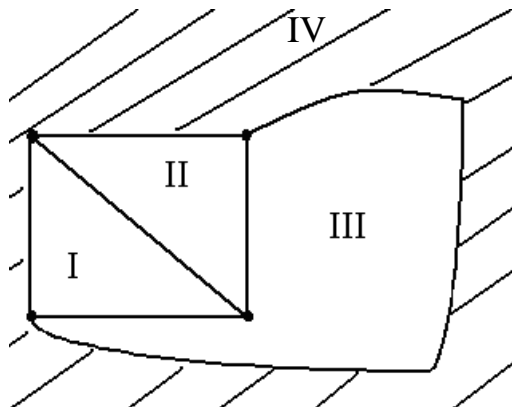


Рис. 8.5

Задание. Нарисуйте три плоских графа. Посчитайте и занесите в таблицу следующие величины: V – вершины, P – рёбра, Γ – грани, $V-P+\Gamma$. При подсчёте граней не забудьте про «бесконечную» грань.

V	P	Γ	$V-P+\Gamma$
4	6	4	2

- Что вы можете сказать про величину $V-P+\Gamma$? (во всех случаях она равна 2)
- Формула $V-P+\Gamma=2$ называется *формулой Эйлера*.

Эту формулу называют также формулой Эйлера для многогранников, так как это соотношение справедливо для вершин, ребер и граней всех пространственных многогранников.

4. **Задача 1.** *Разумные муравьи с планеты Тямти-Лямти живут в колониях. Колонии состоят из ячеек, которые муравьи строят из палочек. В одной ячейке живёт один муравей. Каждая ячейка представляет собой многоугольник (рис. 6). Палочки соединяются между собой с помощью специального раствора, причём можно соединять только концы палочек. Известно, что для создания колонии муравьи использовали 58 палочек, которые скрепили в 30 местах. Сколько муравьёв живёт в колонии [4, № 75]?*

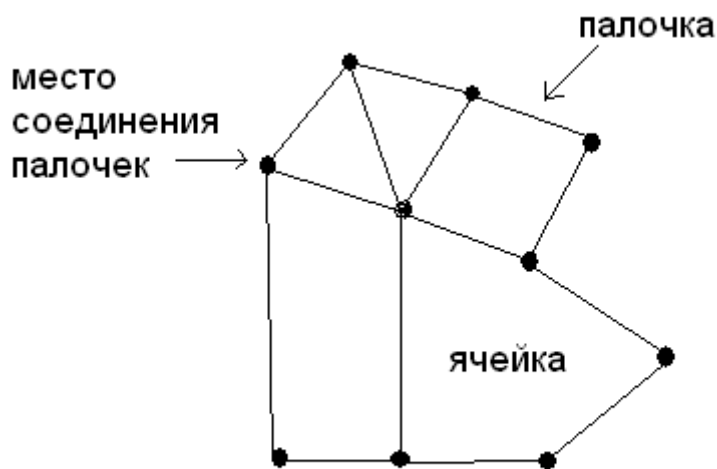


рис. 6

Решение. Схему колонии можно считать плоским графом, в котором палочки являются рёбрами, а места их соединения – вершинами. Граф, построенный в нашей задаче, имеет 30 вершин и 58 рёбер. С помощью формулы Эйлера найдём число граней в нём:

$$V-P+\Gamma=2$$

$$\Gamma=2-V+P=2-30+58=30$$

Так как каждая грань графа, за исключением внешней, соответствует ячейке, то в колонии живут 29 муравьёв.

Ответ: 29.

5. Домашнее задание.

1) Изобразите полный граф с 5 вершинами так, чтобы никакие два его ребра не имеют других общих точек, кроме их общих вершин (т.е. плоское представление полного графа с 5 вершинами).

2) Существует ли граф с четырьмя вершинами, не являющийся плоским?

Урок № 9

Тема: «Сетевые графы»

Цели урока: Ознакомление с понятиями «сетевой график», «работа», «событие», «путь».

1. Урок необходимо начать с небольшого вступления.

Предположим, что строится и оборудуется современная школа. При этом выполняется сложный комплекс работ. Разные участки работ этого комплекса поручаются отдельным специалистам, организациям, бригадам, цехам и т. д. Возникает много проблем. Как наилучшим образом организовать отдельные работы, чтобы строительство закончить в наиболее короткий срок? Как распределить рабочую силу? Всякий намеченный комплекс работ, необходимых для достижения некоторой цели, называется проектом. Так, говорят о проекте строительства школы, жилого дома, города. Проект (или комплекс работ) расчленяется на отдельные работы. Назовём хотя бы некоторые из работ, которые входят в комплекс работ по строительству школы. Они перечисляются здесь не в той последовательности, в которой должны выполняться.

1. Подвоз материалов.
2. Геодезическая съёмка местности.
3. Расчистка площади для строительства.
4. Разработка проекта здания школы.
5. Монтаж фундамента.

6. Рытьё котлована для строительства.
7. Кладка стен.
8. Внутренняя электропроводка.
9. Доставка на стройплощадку блоков подъёмного крана.
10. Принятие решения о строительстве школы.
11. Штукатурка стен.
12. Подвоз земли для пришкольного участка.
13. Окончательная уборка строительной площадки.
14. Подвоз школьной мебели.
15. Установка школьной мебели.
16. Окончательная уборка помещения.
17. Окраска стен.
18. Побелка потолков.
19. Приём школы комиссией.
20. Монтирование подъёмного крана.
21. Монтаж каркаса здания.

При выполнении комплекса работ всегда можно выделить ряд событий, то есть итогов какой-то деятельности, позволяющих приступить к выполнению следующих работ. Назовём несколько событий: проект утверждён; площадка для строительства расчищена; котлован вырыт; фундамент установлен и т. д. Если каждому событию поставить в соответствие вершину графа, а каждой работе – ориентированное ребро (Ребро графа называют ориентированным, если одну вершину считают началом ребра, а другую – концом. Ориентированный граф – граф, все рёбра которого ориентированы), то получится некоторый граф. Он будет отражать последовательность выполнения отдельных работ и наступлений событий в едином комплексе. На рис. 9.1 изображены части таких графов.

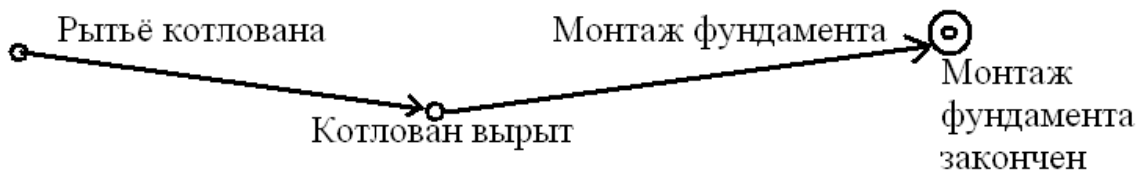


рис. 9.1

Если над рёбрами проставить время, необходимое для завершения соответствующей работы, то получится так называемая *сеть*.

Изображение такой сети называется *сетевым графиком*.

Ещё один фрагмент сетевого графика изображён на рисунке 9.2.

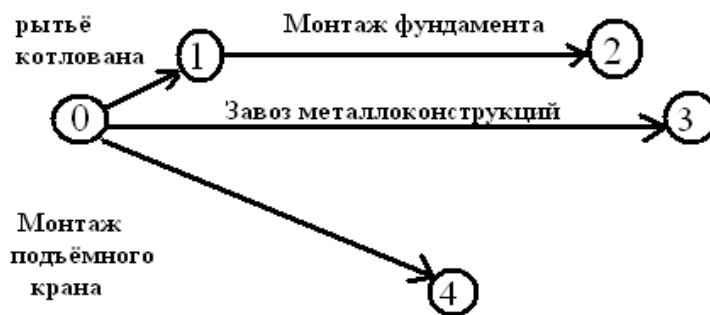


рис. 9.2

Некоторые работы здесь выполняются в определённой последовательности, другие – параллельно. Все события обозначены разными числами.

Расшифровать их можно так:

0 – исходное событие, начало строительства;

1 – котлован подготовлен;

2 – монтаж фундамента закончен;

3 – металлоконструкции завезены;

4 – подъёмный кран смонтирован.

В основе построения сетевого графика лежат 3 основных понятия: работа, событие и путь. С понятием «путь» мы уже знакомы. Под работой здесь понимается:

1. *Действительная работа* – любой трудовой процесс, требующий затрат труда, времени и материальных ресурсов. (Пример: побелка потолков.)
2. *Ожидание* – пассивный процесс, не требующий затрат труда и материальных ресурсов, но требующий затрат времени. (Пример: сушка штукатурки.)
3. *Фиктивная работа* – чисто условная зависимость между событиями, которая вводится только для удобства изображения сети. Фиктивная работа не связана с затратой труда, времени и ресурсов.

На сетевом графике действительная работа и ожидание изображаются сплошными стрелками, а фиктивная работа – штриховыми стрелками. Например, рис. 9.3.

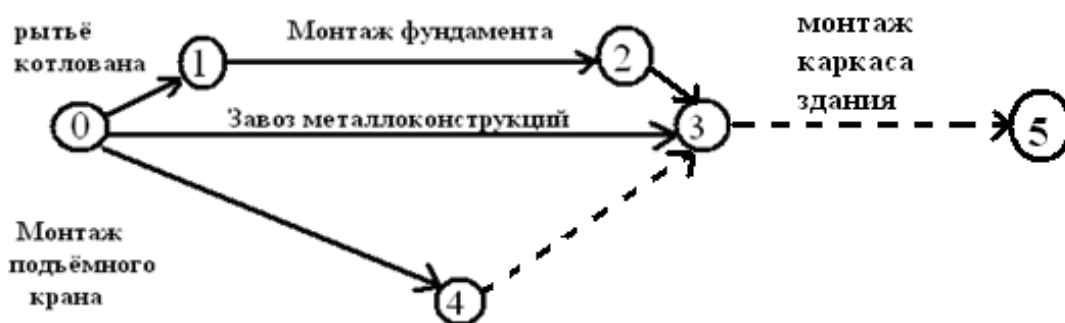


рис. 9.3

Под «событием» в сетевом планировании понимаются:

1. *Исходное событие* – начало выполнения проекта.
2. *Завершающее событие* – достижение конечной цели проекта (или одной из конечных целей).
3. *Промежуточное событие* – результат выполнения одной или нескольких работ, позволяющий приступить к выполнению последующих работ.

2. **Задание 1.** *Какие из перечисленных ниже утверждений относятся к событиям, какие – к работам?*

1. *Сочинение написано.*
2. *Чтение литературы по теме сочинения.*

3. Литература по теме прочитана.
4. Выбор темы сочинения.
5. Вступление написано.
6. Написание заключения.
7. Сочинение сдано учителю.
8. Гости приглашены.
9. Сервировка стола.
10. Приготовление салата.
11. Гусь зажарен.

Задание 2. В школе готовится новогодний вечер.

- а) Назовите отдельные работы, которые должны быть при этом выполнены.
- б) Назовите несколько событий, которые должны быть включены в соответствующий сетевой график.

3. Домашнее задание.

Подготовиться к итоговому тестированию по всем темам.

Урок № 10

Тема: Проверочная работа.

Цели урока:

4. Формирование навыков самостоятельной деятельности.
5. Проверка уровня усвоения материала.
6. Развитие творческого мышления учащихся.

Тест:

1. Сколько рёбер в полном графе с 20 вершинами?
 - а) 180 б) 200 в) 190
2. Сколько всего рёбер в графе, степени вершин которого равны 3, 4, 5, 3, 4, 5, 3, 4, 5?
 - а) 10 б) 14 в) 15

3. Среди семи стран установлены экономические отношения, причем каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Изобразите в виде графа результат установленных экономических отношений. Сколько ребер имеет полученный граф?

- а) 36 б) 49 в) 21

4. В москитной сетке ровно 100 узелков, любые два узелка соединены отдельной ниточкой. Сколько всего ниточек?

- а) 4950 б) 2000 в) 5000

5. Последовательность ребер, в которой каждые два соседних ребра имеют общую вершину, и никакое ребро не встречается более одного раза – это

- а) цикл б) путь в) дорога

6. В деревне Вишкиль 9 домов. Из каждого дома тянется четыре шланга к четырём другим домам. Сколько шлангов в деревне?

- а) 16 б) 18 в) 36

7. Какое минимальное количество рёбер нужно убрать из полного графа с 15 вершинами, чтобы он перестал быть связным?

- а) 14 б) 15 в) 18

8. Сколько всего рёбер в графе, степени вершин которого равны 3, 4, 5, 3, 4, 5, 3, 4, 5?

- а) 10 б) 14 в) 15

9. Формулой Эйлера называют формулу вида:

- а) $P - B + \Gamma = 2$ б) $B - P - \Gamma = 2$ в) $B - P + \Gamma = 2$

10. Вершину, не принадлежащую ни одному ребру, называют:

- а) изолированной б) висячей в) отдельной

Самостоятельное решение задач:

Задача 1. *Между девятью планетами солнечной системы установлено космическое сообщение. Рейсовые ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий; Плутон – Венера; Земля – Плутон; Плутон – Меркурий; Меркурий – Венера; Уран – Нептун; Нептун – Сатурн; Сатурн – Юпитер; Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли долететь на рейсовых ракетах с Земли до Марса ?*

Задача 2. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими?

Задача 3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, образованное названиями городов, делится на 3. Можно ли долететь по воздуху из города 1 в город 9?