

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический
университет имени В.М. Шукшина»
(АГГПУ им. В.М. Шукшина)

Психолого-педагогический факультет
Кафедра психолого-педагогического, дошкольного и начального образования

Формирование у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами

Выпускная квалификационная работа

Допустить к защите

Кречетову С.О.

Зав. кафедрой ППДиНО

_____ М.В. Папина

« ____ » _____ 2016 г.

Выполнила студентка

4 курса П-НО121 группы

Кречетова Светлана Олеговна

Научный руководитель:

канд. пед. наук, доцент

Будаева Любовь Николаевна

(подпись)

Оценка _____

« ____ » _____ 2016 г.

Подпись _____ О.Н. Викарчук

(Председатель ГАК)

Бийск 2016

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени
В.М. Шукшина»
(АГГПУ имени В.М. Шукшина)

Аннотация

На выпускную квалификационную (бакалаврскую) работу

Студентки: Кречетовой Светланы Олеговны группы П-НО121

Направление подготовки 44 03 02 Психолого-педагогическое образование

Профиль подготовки Начальное образование

Тема: «Формирование у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами»

S O Kretchetova

Final qualification work is devoted to a formation problem at younger school students of concept about functional dependence at the solution of tasks with proportional sizes. Work consists of two parts.

In the theoretical chapter the characteristic of concept of function and functional dependence is given, the technique of the solution of tasks with proportional sizes is opened, methodical methods of formation of concept about functional dependence at the solution of tasks with proportional sizes are proved.

The second Chapter the content of the skilled and experimental work directed to formation of concept about functional dependence is described and the analysis of her results is submitted.

Автор ВКР

(подпись)

Кречетова С.О.

(ФИО)

Руководитель ВКР

(подпись)

Будаева Л.Н.

(ФИО)

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Теоретические основы формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами	7
1.1 Понятие функции и функциональной зависимости	7
1.2 Методика решения задач с пропорциональными величинами	11
1.3. Формирование понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами	24
Глава 2. Опытная работа по формированию у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами	32
школьников понятия о функциональной зависимости	33
2.2. Комплекс заданий по формированию понятия	38
о функциональной зависимости при решении задач	38
с пропорциональными величинами	38
2.3. Повторная диагностика. Анализ результатов опытной работы	45
Заключение	52
Список использованной литературы	54
Приложения	59

Введение

Понятие функциональной зависимости является одним из ведущих в математической науке, поэтому его сформированность у младших школьников представляет важную задачу в целенаправленной деятельности учителя по развитию математического мышления и творческой активности детей. Развитие функционального мышления предполагает, прежде всего, развитие способности к обнаружению новых связей, овладению общими учебными приемами и умениями.

Формирование понятия о функциональной зависимости способствует формированию мыслительных операций и воспитанию интеллектуальных качеств личности. Направления подобной работы выражаются в характере задач, предлагаемых учащимся. Материал начального математического курса содержит достаточное количество примеров, на которых можно разъяснить зависимость одной величины от другой. К ним, в частности, относятся: задачи на составление и решение уравнений, оптимизационные и комбинаторные задачи, задачи с величинами, находящимися в прямой и обратной зависимости, задачи с использованием таблиц, числовой оси и координатной плоскости.

Все это и обусловило актуальность темы исследования.

Проблема формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости рассматривалась такими учеными-методистами как М.А. Бантова, Л.Г. Петерсон, Е.Д. Цыдыпова, Н.Б. Истомина и др.

В настоящее время в школьной практике наблюдается противоречие между необходимостью формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости и малым количеством разработок по технологии педагогической организации этого процесса в начальной школе.

Выявленное противоречие позволило обозначить проблему исследования, заключающуюся в изучении приемов обучения, направленных

на формирование понятия о функциональной зависимости у младших школьников.

Цель исследования: выявить приемы формирования понятия о функциональной зависимости у младших школьников и доказать их эффективность.

Объект исследования: решение задач с пропорциональными величинами в классах начальной школы.

Предмет исследования: формирование понятия о функциональной зависимости у младших школьников.

Изучение психолого-педагогической литературы по теме исследования позволило выдвинуть следующую **гипотезу:** предполагается, что формирование понятия о функциональной зависимости у младших школьников будет эффективным при использовании следующих приемов обучения:

- изменение одного из данных задачи, сравнение ее решения с решением исходной;
- выбор решения задачи из предложенных;
- решение задач с недостающими данными;
- интерпретация задачи в виде схемы, таблицы и другое.

В соответствии с целью и гипотезой исследования были определены следующие **задачи:**

1. Изучить сущность понятия «функциональная зависимость».
2. Выявить приемы формирования понятия о функциональной зависимости при изучении начального курса математики.
3. Подобрать и апробировать комплекс заданий, направленных на формирование у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами и в опытной работе доказать их эффективность.

Для решения поставленных задач использованы следующие **методы:**

- теоретический анализ психолого-педагогической, методической литературы по данной теме;
- изучение и обобщение передового педагогического опыта;
- практический (самостоятельная работа);
- качественный и количественный анализ полученных результатов исследования.

База опытной работы МБОУ «СОШ №8» г. Бийска, 3 классы.

Структура дипломной работы: введение, 2 главы, заключение, список использованной литературы, приложение.

Практическая значимость исследования состоит в том, что теоретические положения, результаты опытной работы могут быть использованы в школьной практике на дисциплине «Математика» при решении младшими школьниками задач с пропорциональными величинами.

Результаты исследования обсуждены на XVIII Международной научно – практической конференции молодых ученых, студентов и учащихся «Наука и образование: проблемы и перспективы» (Бийск, 22-23 апреля 2016 года). По материалам выступления опубликована статья.

Глава 1. Теоретические основы формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами

1.1 Понятие функции и функциональной зависимости

Текстовые задачи в начальной школе являются материалом для ознакомления учащихся с новыми понятиями, для развития логического мышления, формирования межпредметных связей. Они позволяют применять знания, полученные при изучении математики, при решении вопросов, которые возникают в жизни человека. Задачи же с пропорциональными величинами готовят учащихся к изучению материала в средних и старших классах, а именно к изучению функции и функциональной зависимости.

Как отмечает в своей работе Л.Ю. Марушенко[19], понятие функции уходит своими корнями в ту далекую эпоху, когда люди впервые поняли, что окружающие их явления взаимосвязаны. Они еще не умели считать, но уже знали, что чем больше оленей удастся убить на охоте, тем дольше племя будет избавлено от голода; чем сильнее натянута тетива лука, тем дальше полетит стрела. С развитием скотоводства и земледелия, ремесла и обмена увеличилось количество известных людям зависимостей между величинами. Многие из них выражались с помощью чисел. Это позволило формулировать их словами: «больше на», «меньше на», «больше во столько-то раз». Если за одного быка давали 6 овец, то двух обменивали уже на 12; если из одного ведра глины можно было сделать 4 горшка, то из 3 - 12. Такие расчеты привели к представлениям о пропорциональности величин.

Согласно работам Л.Ю. Марушенко [20], высокого уровня достигла математика в Древнем Вавилоне. Чтобы облегчить вычисления, вавилоняне составили таблицы обратных чисел, таблицы квадратов и кубов чисел и даже таблицы для суммы квадратов чисел и их кубов. Иначе говоря, это было табличное задание функций. Разумеется, путь от составления таблиц до создания общего понятия функциональной зависимости был еще достаточно долгим, но первые шаги по этому пути уже были сделаны.

Многое из того, что сделали древнегреческие математики, тоже могло привести к возникновению понятия о функции. Ими было найдено много различных кривых, неизвестных в Египте и Вавилоне, изучены зависимости между отрезками диаметров и хорд в круге, эллипсе и других линиях.

На протяжении XVI и XVII вв. в естествознании произошла революция, которая привела к глубочайшим изменениям не только в технике (астрономы узнали о спутниках Юпитера и пятнах на Солнце, инженеры придумали новые машины и усовершенствовали часы, мореплаватели открыли новые континенты и таинственные страны), но и в человеческом мировоззрении. Люди стали смотреть на мир не как на поле приложения божественной воли, а как на механизм, управляемый своими законами. И основной задачей науки стало открытие этих законов, описание их в терминах математики.

Чтобы создать математический аппарат для изучения движений, понадобилось понятие переменной величины. Это понятие в науку ввел французский философ и математик Рене Декарт (1596-1650 гг.). Ему удалось уничтожить пропасть, существовавшую со времен древнегреческой математики, между геометрией и арифметикой. При записи зависимостей между величинами Декарт стал применять буквы. Отношения между известными и неизвестными величинами Декарт выражал в виде уравнений. Чтобы наглядно изображать уравнение, он заменял все величины длинами отрезков. По сути дела, здесь была заложена идея метода координат. Одновременно с Декартом к мысли о соответствии между линиями и уравнениями пришел другой французский математик - Пьер Ферма (1601-1665 гг.).

После того как в науку вошли переменные величины, были изучены траектории движущихся точек, достигла расцвета вычислительная математика и была создана буквенная алгебра, внимание ученых обратилось к изучению соответствий между величинами. В своей «Геометрии» Декарт писал: «Придавая линии у последовательно бесконечное количество

различных значений, мы найдем также бесконечное количество значений x , и, таким образом, получим бесконечное количество различных точек...; они опишут требуемую кривую линию». Здесь ясно выражена идея функциональной зависимости величин y и x , идея геометрического выражения этой зависимости.

Л. Ю. Марушенко отмечает [21], что понятие функции является основным понятием математического анализа. Но вначале оно было очень расплывчатым и не имело какого-либо точного описания.

Термин «функция» ввел в математику Г. Лейбниц (1646-1716 гг.). Он употреблял его в очень узком смысле, связывая только с геометрическими образами.

Лишь И. Бернулли дал определение функции, свободное от геометрического языка: «Функцией переменной величины называется количество, образованное каким угодно способом преобразования этой переменной величины и постоянных».

Определение Бернулли опиралось не только на работы Лейбница и его школы, но и на исследования великого математика и физика Исаака Ньютона (1643-1727 гг.), изучившего огромное количество самых различных функциональных зависимостей и их свойств. Слово «функция» Ньютон заменял термином «ордината». Он сводил изучение геометрических и физических зависимостей к изучению этих ординат, а сами ординаты описывал различными аналитическими выражениями.

Один из самых замечательных математиков XVIII в. - Леонард Эйлер (1707-1783 гг.), - вводя в своем учебнике понятие функции, говорил лишь, что «когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых».

В развитие понятия функции внесли свой вклад французский математик Ж. -Б.Фурье (1768-1830 гг.), русский ученый Н. И. Лобачевский (1792-1856 гг.), немецкий математик Дирихле (1805-1859 гг.) и другие

ученые, и общепризнанным стало следующее определение: «Переменная величина y называется функцией переменной величины x , если каждому значению величины x соответствует единственное определенное значение величины y ».

Однако некоторых математиков подобное определение не совсем удовлетворяло. Ведь в нем термин «функция» определяется через понятия, которые достаточно неопределенны и расплывчаты («зависимость», «соответствие»). Некоторое успокоение пришло с созданием теории множеств, начала которой были заложены в конце XIX в. Георгом Кантором. Все вроде встало на свои места. Пусть X и Y - два множества. Множество F пар $(x; y)$, где $x \in X, y \in Y$, называется функцией, если для любого существует единственное $y \in Y$, такое, что $(x; y) \in F$. Концепции теории множеств произвели довольно сильное впечатление на многих математиков, бывших свидетелями зарождения новой теории. Давид Гильберт, известный немецкий математик, сказал о теории множеств: «Я считаю, что она представляет собой высочайшее проявление человеческого гения и одно из самых высоких достижений чисто духовной деятельности человека»[23, с. 43].

Функциональная зависимость – форма устойчивой взаимосвязи между объективными явлениями или отражающими их величинами, при которой изменение одних явлений вызывает определенное количественное изменение других. Объективно функциональная зависимость проявляется в виде законов и отношений, обладающих точной количественной определенностью. Они могут быть в принципе выражены в виде уравнений, объединяющих данные величины или явления как функцию и аргумент. Функциональная зависимость может характеризовать связь:

- 1) между свойствами и состояниями материальных объектов и явлений;

- 2) между самими объектами, явлениями или же материальными системами в рамках целостной системы более высокого порядка;
- 3) между объективными количественными законами, находящимися в отношении субординации, в зависимости от их общности и сферы действия;
- 4) между абстрактными математическими величинами, множествами, функциями или структурами, безотносительно к тому, что они выражают.

Функциональная зависимость предполагает, что явления, подчиняющиеся ей, характеризуются через определенные параметры, константы, конкретные условия, количественные законы. Функциональная зависимость не тождественна причинной связи. Наряду с явлениями, в которых причинная связь выражается через объективные функциональные отношения, существуют и функциональная зависимость между свойствами тел или математическими величинами, не являющиеся причинными связями [15].

Понятие функции выступает в курсе математики как определенная математическая модель, что и является мотивировкой для его углубленного изучения. Функциональная зависимость – это зависимости одной переменной от другой. Функциональная зависимость двух количественных признаков или переменных состоит в том, что каждому значению одной переменной всегда соответствует одно определенное значение другой переменной.

Формирование понятия о функциональной зависимости начинается еще в начальной школе, в частности при решении задач с пропорциональными величинами.

1.2 Методика решения задач с пропорциональными величинами

Среди задач с пропорциональными величинами, решение которых формирует у младших школьников понятие о функциональной зависимости, методист Н. Б. Истомина [19] выделяет такие основные виды:

- 1) задачи в два действия с прямо пропорциональными величинами на нахождение четвертого пропорционального;
- 2) задачи на пропорциональное деление;
- 3) задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

Рассмотрим перечисленные выше виды задач и приведем образцы.

Задачи на нахождение четвертого пропорционального.

Рассматривая математическое содержание задачи на нахождение четвертого пропорционального, необходимо выяснить, какие значения из двух прямо пропорциональных величин даны, значение какой величины требуется найти. Это позволит установить вид задачи и соответственно определить и способы ее решения.

Возьмем для примера две задачи.

Задача 1. За 5 карандашей заплатили 20 руб. сколько стоят 3 таких карандаша?

Задача 2. За 5 карандашей заплатили 20 руб. сколько таких карандашей можно купить на 12 руб.?

По существу, в содержании этих задач присутствуют три величины: цена, количество и стоимость. При неизменной цене стоимость прямо пропорциональна количеству предметов.

При решении задачи 1 применяется следующее рассуждение: «Если известно, что 5 карандашей стоят 20 руб., то можно узнать, сколько стоит один карандаш. Когда это будет известно, то можно будет узнать стоимость трех карандашей».

Таким образом, прежде чем определить требуемое значение стоимости, необходимо определить ее числовое значение, соответствующее единичному значению первой из двух пропорциональных величин.

При решении задач на нахождение четвертого пропорционального применяется, кроме указанных способов, способ нахождения отношения. Он заключается в том, что находят отношения двух значений одной величины и

затем увеличивают или уменьшают во столько же раз известное значение другой величины[14].

Рассмотрим соответствующим образом измененные задачи 1, 2, 3:

Задача 1а. 3 карандаша стоят 21 руб. сколько стоят 6 таких карандашей?

Решая способом нахождения отношения, будем рассуждать:

1) Во сколько раз 6 карандашей больше 3 карандашей?

$$6:3=2 \text{ (раза)}$$

2) Сколько стоят 6 карандашей?

$$21 \cdot 2=42 \text{ (руб.)}$$

Этот способ решения возможен, если числовые значения кратны, так как действия производятся только с целыми числами.

Каждая из рассмотренных нами выше четырех задач может быть составлена с такими числовыми данными, которые позволят применить способ нахождения отношения.

Задача 2а. 3 карандаша стоят 21 руб. Сколько таких карандашей можно купить на 42 руб.?

Задача 3а. ученик купил несколько карандашей по 4 руб. за каждый и заплатил 20 руб. Его товарищ за столько же карандашей заплатил 10 руб. По какой цене он купил карандаш?

Эти задачи тоже могут быть решены способом нахождения отношения, хотя все они допускают применение и других способов решения.

Представленные выше задачи были с такими величинами: цена, количество и стоимость. Можно составить задачи, в содержание которых будут входить другие группы величин, например: скорость, время и расстояние; норма выработки в единицу времени, промежуток времени, количество продукции; производительность труда одного рабочего, число рабочих, количество изготовленных изделий и др.

Задачи на пропорциональное деление.

К задачам этой группы относятся задачи, в которых данное значение некоторой величины требует разделить на части пропорционально заданным числам. В некоторых из них части представлены ясно, а в других эти части надо суметь выделить, приняв одно из значений этой величины за одну часть и определив, сколько таких частей приходится на другие ее значения.

В основе задач на пропорциональное деление лежат задачи на нахождение четвертого пропорционального. К этой группе относятся следующие виды задач:

- задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел;
- задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению;
- задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.

«Основным признаком задач на пропорциональное деление является содержащееся в них требование распределить одно числовое значение величины (например, стоимости) пропорционально данным числам (например, числу предметов в одной совокупности, и числу предметов в другой совокупности)» — указывает А. В. Белошистая [4, с. 22].

Существуют и задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.

К задачам данного типа относятся задачи, в которых значение некоторой величины нужно разделить на части пропорционально нескольким рядам чисел.

Рассмотрим задачи на пропорциональное деление, в содержание которых входят стоимость, количество и цена. Ограничимся разбором задач, в которых приходится деление одного числа выполнять прямо пропорционально двум другим данным числам. Как и при анализе задач, рассмотренных ранее, примем во внимание, какая из трех величин — стоимость, количество или цена — согласно условию задачи не изменяется.

Рассмотрим задачи, в условии которых не изменяется цена:

Задача 1. Купили по одинаковой цене 4 тетради для рисования и 6 альбомов и заплатили за всю покупку 300 руб. сколько заплатили за тетради и сколько за альбомы?

Задача 2. Купили по одинаковой цене тетради для рисования и альбомы, всего 10 предметов. За тетради заплатили 120 руб., а за альбомы – 180 руб. Сколько купили тетрадей и сколько альбомов?

По условию задач цена купленных предметов одинаковая для одной и для другой группы предметов.

В задаче 1 количество предметов разного рода различно, поэтому сумму стоимостей приходится распределять пропорционально двум числам: числу тетрадей и числу альбомов. Решение задачи после выполнения первого действия сводится к решению двух задач на нахождение четвертого пропорционального.

В задаче 2 указана различная стоимость предметов, потому общее число предметов приходится распределять пропорционально двум значениям стоимости. Решение данной задачи сводится к решению задачи на нахождение четвертого пропорционального.

Теперь рассмотрим задачи, в условии которых количество предметов не изменяется.

Задача 3. На 20 руб. купили конверты с марками. Цена конверта 4 руб., цена марки – 1 руб. сколько заплатили за марки и сколько за конверты?

Задача 4. Купили несколько конвертов с марками по 5 руб. за каждый конверт с маркой. За конверты заплатили 16 руб., за марки к ним – 4 руб. по какой цене покупали конверты и по какой марки?

При одинаковом количестве предметов разного рода в задаче 3 стоимость можно представить в виде суммы слагаемых пропорционально двум значениям цены. Запишем ее решение:

1) Сколько стоит конверт с маркой?

$$4+1=5 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько купили конвертов с марками?

$$20:5=4 \text{ (конв.)}$$

3) Сколько заплатили за конверты?

$$4 \cdot 4=16 \text{ (руб.)}$$

4) Сколько заплатили за марки?

$$1 \cdot 4=4 \text{ (руб.)}$$

При решении задачи мы отыскивали числовое значение неизменяющейся величины (количества предметов) делением по содержанию.

При решении задачи 4 необходимо сумму цен представить в виде суммы слагаемых пропорционально двум значениям стоимости. Рассмотрим решение этой задачи:

1) Сколько заплатили за конверты и марки вместе?

$$16+4=20 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько купили конвертов с марками?

$$20:5=4 \text{ (конв.)}$$

3) По какой цене покупали конверты?

$$16:4=4 \text{ (руб.)}$$

4) По какой цене покупали марки?

$$4:4=1 \text{ (руб.)}$$

При решении находили числовое значение количества предметов делением по содержанию.

Рассмотренные выше задачи на пропорциональное деление включали стоимость, количество и цену. Можно составить аналогичные задачи и с другими величинами, например с такими: путь, время и скорость.

Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

При решении задач на пропорциональное деление, в содержание которых входят цена, количество и стоимость, приходилось сумму двух значений стоимости или сумму двух количеств предметов распределять прямо пропорционально двум числам.

Если в каждой из рассмотренных задач на пропорциональное деление заменить сумму двух значений стоимости их разностью, сумму двух количеств их разностью, можно получить соответственно четыре различных вида задач с пропорциональными величинами, в которых одним из данных будет разность двух значений одной из указанных выше величин. Эти задачи получили название «задачи на нахождение неизвестного по двум разностям»[5].

Покажем на конкретном примере эту взаимную связь задач на пропорциональное деление и задач, имеющих в качестве одного из данных разность двух значений одной из пропорциональных величин.

Рассмотрим задачу на пропорциональное деление: Отрез ткани, который стоил 150 руб., продали двум покупателям. Один купил 5 м ткани, а другой – 3 м. Первый покупатель заплатил за свою покупку на 300 руб. больше, чем второй. Сколько денег заплатил за ткань каждый покупатель?

Заменив в этой задаче сумму стоимостей, уплаченных каждым покупателем, их разностью, получим такую задачу: Один покупатель купил 5 м ткани, другой – 3 м. Первый покупатель заплатил за свою покупку на 300 руб. больше, чем второй. Сколько денег заплатил за ткань каждый покупатель?

Узнав разность в количестве метров ткани, купленных каждым покупателем ($5-3=2$), и сопоставив эту разность с разностью в стоимости (300 руб.), найдем цену 1 м ткани, а затем стоимость 5 и 3 м.

Составим задачи нового вида, в которых дана разность двух значений одной из пропорциональных величин, изменяя каждую из рассмотренных ранее задач на пропорциональное деление. Новые задачи будут обозначены теми же номерами, которыми обозначены соответствующие им задачи на пропорциональное деление.

Задача 1. Купили по одинаковой цене 4 тетради для рисования и 6 альбомов, при этом за альбомы заплатили на 60 руб. больше, чем за тетради. Сколько заплатили за тетради и сколько за альбомы?

Задача 2. Купили по одинаковой цене тетради для рисования и альбомы, при этом альбомов купили на 2 больше, чем тетрадей. За тетради заплатили 120 руб., за альбомы – 180 руб. Сколько купили тетрадей и сколько альбомов?

Существенное значение в решении этих задач имеет сопоставление двух разностей – разности двух количеств предметов и разности двух значений стоимости.

Задача 3. За все купленные конверты заплатили на 12 руб. больше, чем за такое же количество марок. Цена конверта – 4 руб., цена марки – 1 руб. Сколько заплатили за марки и сколько за конверты?

Задача 4. Купили одинаковое количество конвертов и марок. Конверт дороже марки на 3 руб. Все купленные конверты стоили 16 руб., а все марки – 4 руб. По какой цене покупали марки и по какой конверты?

Решение задачи 3:

1) На сколько больше платили за один конверт, чем за одну марку?

$$4 - 1 = 3 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько купили марок?

$$12 : 3 = 4 \text{ (марки)}$$

3) Сколько заплатили за марки?

$$4 \cdot 4 = 16 \text{ (руб.)}$$

4) Сколько заплатили за конверты?

$$1 \cdot 4 = 4 \text{ (руб.)}$$

Решение задачи 4:

1) На сколько больше заплатили за конверты, чем за марки?

$$16 - 4 = 12 \text{ (руб.)}$$

2) Сколько марок купили?

$$12 : 3 = 4 \text{ (марки)}$$

3) По какой цене покупали марки?

$$4 : 4 = 1 \text{ (руб.)}$$

4) По какой цене покупали конверты?

$$16:4=4 \text{ (руб.)}$$

Нужно заметить, что разность двух значений одной из величин может быть указана не только посредством выражения «больше на несколько единиц», как в предыдущих задачах, но и при помощи выражения «меньше на несколько единиц».

В содержание задач указанного вида могут входить и другие величины, связанные пропорциональной зависимостью.

В работе Г.И. Аматовой [2] отмечается, что процесс формирования у младших школьников умения решать задачи на пропорциональную зависимость предполагает несколько этапов.

I этап ориентирован на обучение учащихся выделять тройку величин из текста. Перед этим необходимо провести подготовительную работу. Для начала учащимся предлагается несколько групп величин. Эти величины внесены в таблицу, которую целесообразно проанализировать. Для этого детям предлагают следующие задания:

– Что общего в первом столбце? Во втором столбце? В третьем столбце?

– Что разъясняет мерка? Количество мерок? Целое?

– Каков порядок записи величин в таблице? Затем надо предложить ученикам сопоставить эту таблицу со следующей.

По ней дети должны определить:

– Что изменилось в первом столбце второй таблице?

– Что можно утверждать о числе объектов в каждой группе предметов?

Затем учащимся предлагается учебное задание: «Дополните неизвестную величину». Так проводится проверка, в какой мере они поняли построение троек величин. Только когда учащиеся разберутся в принципе построения группы величин, можно предлагать им выделять эти величины из текста задачи.

II этап направлен на приобретение учащимися умения раскрывать связи между величинами. Важным инструментом для решения этой задачи

является построение вспомогательной модели задачи. Её можно представить в виде таблицы или схемы:

III этап предполагает умение решать простые текстовые задачи. Умение включает в себя:

- выделение тройки величин из текста;
- табличное или схематическое моделирование задачи (в зависимости от учебной программы либо умений детей);
- осуществление поиска способа решения задачи на основе нахождения неизвестной величины по двум известным.

Покажем на примере простой текстовой задачи методику построения схематического чертежа и осуществим выбор арифметического действия на языке схемы.

«Цена одной вазы 90 рублей. Сколько нужно заплатить за 5 таких ваз?»

1. О каких объектах говорится в задаче? (О вазах.)
2. Что о них известно? (Цена одной вазы равна 90 рублям; нужно заплатить за 5 таких ваз.)
3. Что значит «таких» ваз? (Цена этих ваз одинаковая.)
4. Какие величины известны? (Цена, количество.)
5. Назовите данные величины на языке схемы. (Мерка; количество мерок.)
6. Что требуется найти? (Стоимость.)
7. Как называется стоимость на языке схемы? (Целое.)
8. Чему равна мерка? Количество мерок?
9. Начертите схему, расставьте количественные характеристики на схеме.
10. Как найти целое? (Нужно мерку умножить на количество мерок.)
11. Найдите целое. ($90 \times 5 = 450$)

В процессе систематической работы по схематическому моделированию постепенно накапливается опыт перевода величины естественного языка на язык схемы и обратно. Для проверки понимания выполненного схематического чертежа полезно ставить контрольные вопросы[3].

Например:

- Что обозначает мерка? (Цену вазы.)
- Что обозначает количество мерок? (Количество ваз.)
- Мы нашли целое, оно равно четырёмстам пятидесяти, сформулируйте ответ на требование задачи, опираясь на текст задачи. (450 рублей нужно заплатить за 5 ваз.)

Построение схематического чертежа важно выполнять одновременно с анализом задачи, так как только в этом случае он будет действенным средством, оказывающим реальную помощь в деле обучения решению задач.

Когда схема готова, ученики повторяют по ней задачу, поясняя, что обозначает каждое число и в чём заключается требование задачи. При выполнении подобных заданий дети начинают лучше и быстрее разбираться в математической структуре задачи, учатся читать зависимости, скрытые в схемах. Познакомив детей на примере простых задач с основными элементами схематического чертежа, которые помогают раскрыть связь между данными и искомым, можно готовить учащихся применять эти знания при решении составных задач. Н.Б. Истомина [13] считает, что для того чтобы выработать умение решать составные задачи на зависимость величин через использование схематического чертежа, необходимо:

- уметь выделять величины, о которых говорится в задаче;
- переводить данные величины на язык схемы;
- моделировать словесную модель в виде схематического рисунка;
- осуществлять поиск способа решения в соответствии с опорой на вспомогательную модель.

IV этап. Обучение решению задач, связанных с пропорциональными величинами: задачи на нахождение четвёртого пропорционального, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестного по двум разностям. Рассмотрим рассуждения учащихся в процессе решения задач данных видов. Используем для этого схематический чертёж, поскольку он является наиболее удачным при моделировании задач на нахождение неизвестного по двум разностям.

1. Задача на нахождение четвёртого пропорционального «Столяр и его ученик ремонтировали стулья. Ученик работал 6 дней, ремонтируя по 10 стульев в день, а столяр сделал такую же работу за 4 дня. Сколько стульев в день ремонтировал столяр?»

Рассуждение ученика с построением схемы:

1. Выделю тройку величин (выработка в каждый день, число дней, вся выработка).

2. Соотнесу величины естественного языка языку схемы: мерка – выработка в каждый день; количество мерок – время работы; целое – общая выработка; первая часть – отражает деятельность ученика; вторая часть – отражает деятельность столяра.

3. Дополню схему количественными характеристиками.

1. Составлю план решения задачи.

– Найду целое (мерку умножу на количество мерок).

– Найду мерку (так как целые равны, целое разделю на количество мерок).

2. Прикину результат, он должен быть больше, так как при равных целых мерка будет больше, если их количество меньше.

3. Решу задачу. $(10 \cdot 6) : 4 = 15$

Запишу ответ (мерка на естественном языке – выработка в день; вторая часть – деятельность столяра).

Ответ: 15 стульев ремонтирует столяр за день.

2. Задача на пропорциональное деление «Рабочий расфасовал в пакеты 46 кг пшена и 42 кг риса. Всего получили 44 пакета одинаковой массы. Сколько получилось пакетов пшена и риса в отдельности?»

Задача на зависимость величин: масса одного предмета, число предметов, общая масса. Составлю схематический чертёж, где мерка – это масса одного предмета, количество мерок – число предметов, целое – общая масса. Схема состоит из двух частей: 1-я часть разъясняет данные о пшене;

2-я часть – о рисе. Начерчу схематический чертёж, расставлю количественные характеристики на схеме, обозначу неизвестное знаком «?».

Составлю план решения:

1. Найду целое по известным двум частям, для этого сложу части ($46 + 42 = \square$)

2. Известно целое и количество мерок. Найду мерку, целое разделю на количество мерок ($\square : 44 = \circ$)

3. Найденные мерки равны. Рассмотрю 1-ю часть: в ней известно целое и мерка. Найду количество мерок. Для этого целое разделю на мерку ($46 : \circ = ?$)

4. Во 2-й части по известным целому и мерке найду количество мерок ($42 : \circ = ?$)

Решу задачу:

$$1) 46 + 42 = 88$$

$$2) 88 : 44 = 2$$

$$3) 46 : 2 = 23$$

$$4) 42 : 2 = 21$$

Проверю. Сделаю вывод: $23 + 21 = 44$, следовательно, задача решена верно: $44 = 44$. Запишу ответ: 23 пакета пшена, 21 пакет риса. Решение задачи оформляется по действиям без пояснения. А пояснение каждого арифметического действия с опорой на текст задачи может выступать, как один из видов проверки в решении задачи.

3. Задача на нахождение неизвестного по двум разностям «В один магазин привезли 18 одинаковых бидонов молока, в другой – 12 таких же бидонов. В первый магазин привезли на 228 л молока больше, чем во второй. Сколько литров молока привезли в каждый магазин?»

Мерка – ёмкость одного бидона; количество мерок – число бидонов; целое – общая ёмкость; 1-я часть – молоко, которое привезли в первый магазин; 2-я часть – молоко, которое привезли во второй магазин.

План решения:

1. Узнаю, на сколько мерок больше в первой части, чем во второй.
2. Найду мерку.
3. Найду целое 1-й части.
4. Найду целое 2-й части.

По мнению А.В. Белошистой [4] в любой задаче существуют связи и зависимости между величинами, и решение задач по существу является средством изучения и познания этих связей и зависимостей. Строя схематический чертёж, мы освобождаем учеников от восприятия несущественных особенностей условий, а существенные представляем в наглядной и доступной для осмысления форме и тем самым помогаем детям установить и понять все возможные связи и зависимости между величинами. А это, в свою очередь, облегчает детям осуществление поиска способа решения.

Таким образом, задачи с пропорциональными величинами позволяют направить работу на формирование понятия о функциональной зависимости. Процесс решения задач с пропорциональными величинами предполагает несколько этапов. В следующем параграфе рассмотрим приемы формирования понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами.

1.3. Формирование понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами

Содержание курса математики начальной школы позволяет сформировать у младших школьников представление об одной из самых важных идей математики – идее соответствия.

Выполняя задания на нахождение значений выражений, заполняя таблицы, учащиеся устанавливают, что каждой паре чисел соответствует не более одного числа, полученного в результате выполнения действия. Например, при вычитании 8 и 5 соответствует число 3, числам 2 и 2 – 0, а числам 1 и 4 не соответствует ни одно число, так как выражение $2-4$ невыполнимо на множестве целых неотрицательных чисел.

Следует заметить, что эту работу удобно проводить над таблицами, содержащими выражения с одним не изменяющимся компонентом действия.

При выполнении заданий «В частном $a:5$ подставь вместо a три числовых значения и вычисли значение выражения при этих значениях a » учащиеся используют условие выполнимости деления на множестве целых неотрицательных чисел. Фактически здесь идет речь об области определения функции.

В начальном курсе математики у учащихся есть возможность ознакомиться с тремя способами задания функции: табличным, словесным, аналитическим. Например, при выполнении задания: «Рассмотри, как получены в таблице числа второй строки из чисел первой строки и заполни таблицу»:

a	1	2			
$3 \cdot a$	3	6			

Словесно формулируя зависимость между числами первой и второй строк таблицы, заполняя таблицу, ученики фактически задают функцию $y=3a$.

При изучении табличных случаев ± 2 , ± 3 , ± 4 учащиеся неявно пользуются композицией функций, прибавляя и вычитая число по частям. Например, чтобы к числу прибавить 3, надо к этому числу сначала прибавить 2, а затем еще 1.

Здесь фактически идет речь о композиции: $y(x)=f(\varphi(x))$, где $y(x)=X+3$, $\varphi(x)=X+2$, $f(\varphi(x))=\varphi(x)+1$.

Л.Ю. Марушенко [18] отмечает, что с функциональными зависимостями учащиеся знакомятся и при решении задач.

Это зависимость между:

- скоростью и расстоянием (при одинаковом времени движения),

- временем движения и расстоянием, пройденным за это время (при равномерном движении),
- ценой и стоимостью покупки,
- длиной прямоугольника и его площадью (при неизменной ширине) и некоторыми другими величинами.

При решении задач с пропорциональными величинами используются те приемы, которые способствуют формированию у учащихся понятия о функциональной зависимости величин:

- изменение одного из данных задачи, сравнение ее решения с решением исходной;
- выбор решения задачи из предложенных;
- решение задач с недостающими данными;
- интерпретация задачи в виде схемы, таблицы и другое.

Например, учащимся можно предложить задачи с недостающими данными, анализируя которые, они, пользуясь житейскими представлениями, сами употребляют термин «зависит».

1) Саша купил на 20000 р. кисточки и на 10000 р. карандаши. Чего Саша купил больше: карандашей или кисточек?

2) Даша купила 7 тетрадей в клетку и 3 блокнота. За что она заплатила денег больше, за тетради или за блокноты?

Анализируя тексты этих задач, учащиеся обнаруживают, что в них недостаточно данных и что для ответа на вопросы, поставленные в задачах, необходимо знать цену предметов. Учащиеся отвечают: «Нам неизвестно, сколько стоит 1 блокнот, 1 тетрадь» и т. д. Для разъяснения учащимся математического смысла понятия «зависит» необходимо проследить изменение одной величины в зависимости от изменения другой при постоянной третьей. Для этого можно воспользоваться приведенными задачами, дополнив их условие, или рассмотреть, например, простую задачу с недостающими данными:

3) В палатку привезли 10 ящиков мандаринов. Сколько килограммов апельсинов привезли в палатку?

Ответить на вопрос задачи, не зная массу одного ящика, невозможно. Выделенные величины необходимо зафиксировать в таблице.

Дети дополняют условие и решают задачу. Затем надо проследить изменение общей массы в зависимости от изменения массы одного ящика при постоянном их количестве или в зависимости от изменения количества ящиков при постоянной массе одного ящика. Для этого также целесообразно использовать таблицу.

При рассмотрении таблицы стоит обсудить вопросы:

- а) Какая величина не изменяется?
- б) Какие величины изменяются?
- в) Во сколько раз масса десяти ящиков больше, чем масса двух ящиков? Почему?
- г) Во сколько раз масса четырех ящиков меньше, чем масса двадцати ящиков?

Аналогичные наблюдения следует провести при условии изменения количества ящиков, но при постоянной массе одного.

Затем полезно рассмотреть обратную ситуацию, для этого предложить школьникам такую задачу:

4) 24 кг огурцов разложили в 3 ящика, в 5 ящиков, в 7 ящиков, в 2 ящика, в 8 ящиков. Сколько килограммов огурцов в одном ящике?

При анализе таблицы выясняется:

- Какая величина не изменяется?
- Какие величины изменяются?
- Как они изменяются?

Зависимость между количеством ящиков и массой одного ящика при постоянной общей массе можно смоделировать с помощью схемы. Для этого в тетради ученики изображают пять отрезков по 24 клетки, каждый из

которых соответственно делится на 3, на 5, на 7, на 2, на 8 одинаковых частей.

Анализируя схему, дети осознают зависимость между количеством ящиков и массой одного ящика при постоянной общей массе.

Для выделения в тексте задачи пропорциональных величин можно использовать таблицу, в которой верхняя часть может заменяться карточками с названиями различных величин. Например, длина одного куска проволоки, количество кусков, общая длина; время чтения одной страницы, количество страниц, общее время; масса одного ящика, количество ящиков и т. д.

Если такие карточки заготовить заранее, то учащиеся могут сами выбрать те из них, названия которых соответствуют величинам, рассматриваемым в задаче, и приготовить таблицу к работе, а затем самостоятельно заполнить её. (Конкретные величины, рассматриваемые в задаче, записываются на доске мелом.)

5) Из 24 м ситца сшили 8 наволочек. Сколько таких же наволочек можно сшить из 15 м ситца?

Используя в работе таблицу, некоторые учителя часто ориентируют детей на внешние признаки: в верхней строке две величины - находим третью. Теперь в нижней строке две величины - находим третью. Это не совсем верно. Особенно в том случае, когда учащиеся решают большое количество однотипных задач. Некоторые из них выполняют действия, «узнавая» расположение чисел в таблице, и не уделяют должного внимания анализу текста задачи.

При решении задач с пропорциональными величинами полезно использовать схемы.

Обозначив отрезками общий расход материи - 32 м и 28 м (соблюдать какой-либо масштаб не нужно, необходимо, чтобы учащиеся понимали, что один отрезок должен быть больше другого), дети обозначают маленьким отрезком расход материи на одну наволочку. (Эти отрезки должны быть одинаковой длины.)

Анализируя схему, необходимо обратить внимание учащихся на то, что один и тот же отрезок одновременно обозначает и количество метров, и количество наволочек. (Чем больше материи, тем больше наволочек; чем меньше отрезок, тем меньше наволочек.)

Теперь можно проверить эти рассуждения вычислениями: 1) $32:8=4(м)$; 2) $28:4=7(н.)$.

Особое значение схематические модели имеют при решении задач с обратной пропорциональностью величин.

Рассмотрим в качестве примера такую задачу:

б) На чтение 6 страниц Костя тратит столько же времени, сколько папа на чтение 9 страниц. Сколько минут Костя читает одну страницу, если папа прочитывает одну страницу за 5 минут?

При анализе текста задачи полезно сначала задать детям вопросы:

- Кто быстрее читает, папа или Костя? Почему вы так считаете?
- Кто больше (меньше) времени тратит на чтение одной страницы?
- Кто быстрее прочитает книгу в 10, 15, 20 страниц, папа или Костя?

Можно ли, используя условие данной задачи, ответить на вопрос: сколько времени папа будет читать 9 страниц? (Если на чтение одной страницы он тратит 5 минут, то на чтение 9 страниц времени уйдет в 9 раз больше).

В случае, если схема к задаче не дана в готовом виде, необходимо обсудить с учащимися методику ее построения. В этой ситуации целесообразно обозначить отрезком одну страницу и зафиксировать над этим отрезком то время, за которое папа ее читает:

Повторив этот отрезок 9 раз, мы строим отрезок, который обозначит 9 страниц и то время, которое папа тратит на их чтение.

Теперь можно обозначить страницы, прочитанные Костей.

- Какие есть варианты? - спрашивает учитель у учащихся.

Важно обсудить все варианты, предлагаемые детьми, а если их не будет, то предложить несколько своих: начертить отрезок длиннее или

короче данного, а учащиеся должны обосновать, почему эти варианты не подходят:

Итак, данные отрезки обозначают время, которое тратит папа на чтение 9 страниц и Костя на чтение 6 страниц. Время одинаковое, поэтому отрезки одинаковой длины.

Теперь нужно на верхнем отрезке условно обозначить время, которое Костя тратит на чтение одной страницы (отрезок должен быть длиннее нижнего маленького отрезка, так как за одно и то же время папа читает 9 страниц, а Андрей только 6).

Необходимо обсудить с детьми и такой вопрос:

- На сколько частей нужно разделить отрезок, чтобы показать на нем то время, за которое Андрей читал одну страницу? (При этом не обязательно делить отрезок на 6 равных частей, важно только выяснить - длиннее он будет или короче, чем тот отрезок, который обозначает время, за которое папа читает одну страницу.)

Только после проведенной работы можно заполнить таблицу, чтобы дети лучше осознали те величины, которые рассматриваются в задаче.

Выводы по первой главе

Понятие функции выступает в курсе математики как определенная математическая модель, что и является мотивировкой для его углубленного изучения. Функциональная зависимость – это зависимости одной переменной от другой. Функциональная зависимость двух количественных признаков или переменных состоит в том, что каждому значению одной переменной всегда соответствует одно определенное значение другой переменной.

Формирование понятия о функциональной зависимости начинается еще в начальной школе при решении задач с пропорциональными величинами.

Процесс формирования у младших школьников умения решать задачи на пропорциональную зависимость предполагает несколько этапов:

- этап, направленный на обучение учащихся выделять тройку величин из текста;
- этап, направленный на приобретение учащимися умения раскрывать связи между величинами;
- этап, предполагающий умение решать простые текстовые задачи;
- этап, направленный на обучение решению задач, связанных с пропорциональными величинами.

При решении задач с пропорциональными величинами учащиеся знакомятся с зависимостями между:

- скоростью и расстоянием (при одинаковом времени движения),
- временем движения и расстоянием, пройденным за это время (при равномерном движении),
- ценой и стоимостью покупки и др.

Анализ научно-методической литературы позволил выделить приемы, направленные на формирование у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами:

- изменение одного из данных задачи, сравнение ее решения с решением исходной;
- выбор решения задачи из предложенных;
- решение задач с недостающими данными;
- интерпретация задачи в виде схемы, таблицы и другое.

Эффективность этих приемов показана в описанной опытной работе.

Глава 2. Опытная работа по формированию у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами

Опытная работа проводилась на базе МБОУ «СОШ №8» в 3 «Б» и 3 «В» классе города Бийска.

Цель исследования: выявить приемы формирования понятия о функциональной зависимости у младших школьников и доказать их эффективность.

Задачи исследования:

- выявить и описать уровень сформированности младшими школьниками понятия о функциональной зависимости;

- выявить приемы формирования понятия о функциональной зависимости при изучении начального курса математики.

- подобрать и апробировать комплекс заданий, направленных на формирование у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами и в опытной работе доказать их эффективность.

Опытная работа была проведена в несколько этапов:

1. Констатирующий этап (диагностика уровня сформированности у младших школьников понятия о функциональной зависимости).

2. Формирующий этап (разработка и проведение необходимых заданий и уроков по данной теме, повышающих уровень сформированности понятия о функциональной зависимости у учащихся третьего класса).

3. Контрольный этап (повторная диагностика уровня сформированности понятия о функциональной зависимости после проведения необходимых мероприятий по решению задач с пропорциональными величинами).

2.1. Диагностика уровня сформированности у младших школьников понятия о функциональной зависимости

Цель исследования: выявить уровень сформированности у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами.

Задачи:

- разработать и провести самостоятельную работу, направленную на выявление уровня сформированности у младших школьников понятия о функциональной зависимости;
- описать и сравнить полученные результаты по данной работе учащихся опытного и контрольного классов.

Для выявления уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в 3-х классах по 27 человек в каждом, была проведена самостоятельная работа. Она была представлена 2-мя вариантами: 1, 2. В нее были включены различные задания на нахождение решений выражений и их сравнение, установление закономерности и запись в соответствии с ней пропущенных чисел, а также решение задачи. Продолжительность контрольной работы по математике составляла 45 минут (урок). В ее написании приняло участие 54 ученика.

Всего в работе представлено три задания. За полностью выполненное первое задание ставилось 3 балла, за второе задание – 2 балла, за третье задание – 3 балла. Всего за все правильно выполненные задания ученик мог набрать 8 баллов.

Критерии оценивания данной работы были следующие:

- за 7-8 баллов ставится оценка «5»,
- за 5-6 баллов ставится оценка «4»,
- за 3-4 баллов ставится оценка «3»,
- ниже 3 баллов ставится оценка «2».

Содержание заданий представлено в приложении 1.

С первым заданием справились практически все, затруднения вызвали выражения с делением.

Во втором задании возникли трудности с выбором действия в решении задачи.

В последнем задании у учащихся возникли проблемы, связанные с решением уравнений.

Более подробно результаты самостоятельной работы 3 «Б» класса представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Результаты выполнения самостоятельной работы учащимися 3 «Б» класса

ФИО ученика	Задание 1			Задание 2		Задание 3			Полученные баллы	Оценка
	а	б	в	1	2	1	2	3		
Борис А.	+	+	+	+	+	-	-	-	5	4
Анна Б.	+	+	+	+	+	-	-	-	4	3
Екатерина Б.	+	+	-	+	+	+	+	+	7	5
Евгений В.	+	+	+	-	-	+	-	+	5	4
Дарья В.	+	+	-	+	-	+	+	-	5	4
Денис В.	+	-	-	+	-	+	+	+	5	4
Иван Г.	+	-	-	+	-	+	+	+	5	4
Иван Д.	+	+	+	+	-	-	+	-	5	4
Мария Д.	+	+	-	+	-	+	-	-	4	3
Елена К.	+	+	+	+	-	-	+	+	6	4
Алена К.	-	-	-	+	+	-	+	+	4	3
Роман М.	+	+	-	+	-	+	-	-	4	3
Алексей Н.	+	-	-	+	-	+	-	+	4	3
Данил Н.	+	-	-	+	-	+	-	+	4	3
Сергей П.	+	-	-	+	-	-	-	-	2	2
Алиса П.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Эллина Т.	+	+	-	+	+	+	+	+	7	5
Роман Т.	+	+	-	+	-	+	-	+	5	4
Сергей Т.	+	+	+	+	+	-	-	+	6	4
Дарья Ф.	+	+	+	+	-	+	+	+	7	5
Марина Х.	+	+	-	-	-	+	+	-	4	3
Александр Ц.	+	+	+	+	-	-	+	+	6	4
Елена Ч.	+	-	-	-	-	-	-	+	2	2
Анатолий Ш.	+	-	+	+	-	+	+	+	6	4
Максим Ш.	+	+	+	+	-	-	+	+	6	4
Светлана Ю.	+	+	-	+	-	+	-	+	5	4
Денис Ю.	-	+	-	+	+	+	+	-	5	4

Выясним теперь количество оценок, полученных учащимися после сдачи самостоятельной работы по математике в 3 «Б» классе.

Оценку «5» получили 4 ученика, «4» - 14 учеников, «3» - 7 учеников и «2» - 2 ученика. Более наглядно это можно увидеть на диаграмме 1.



Диаграмма 1. Количество оценок, полученных учениками 3 «Б» класса после проведения самостоятельной работы

Большинство учеников 3 «В» класса смогли справиться с данными заданиями.

После проведения контрольной работы в 3 «В» классе были получены результаты, представленные в таблице. У многих учащихся возникли трудности при решении уравнений и задачи.

После проведения самостоятельной работы в 3 «В» классе были получены результаты, представленные в таблице 2.

Таблица 2 .

Результаты выполнения самостоятельной работы учащимися 3 «В» класса

ФИО ученика	Задание 1			Задание 2		Задание 3			Полученные баллы	Оценка
	а	б	в	1	2	1	2	3		
Сергей А.	+	-	-	-	-	+	+	-	3	3
Денис А.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Анастасия Б.	-	+	+	+	-	+	+	-	5	4
Вадим Б.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	5
Владимир В.	+	+	+	+	-	+	-	+	6	4
Полина Г.	+	+	+	-	-	+	+	-	5	4
Егор Д.	+	-	+	+	-	-	-	+	4	3

Продолжение таблицы 2

Екатерина З.	+	-	+	+	-	-	+	+	5	4
Егор К.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Лилия К.	-	-	+	+	-	+	+	-	4	3
Виктор К.	+	+	+	+	+	-	+	-	6	4
Анастасия К.	+	-	+	-	-	+	+	-	4	3
Алексей М.	-	-	-	+	-	-	-	-	1	2
Станислав М.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Денис М.	+	+	+	-	-	-	-	-	3	3
Диана Н.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Валерия П.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Сергей П.	+	+	+	+	+	+	+	-	7	5
Денис П.	+	+	-	+	+	+	+	-	6	4
Ирина Р.	+	-	-	+	-	+	+	-	4	3
Владимир Т.	+	-	+	+	+	+	-	-	5	4
Кирилл Т.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Илья У.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Анастасия Ф.	-	+	+	+	+	-	+	-	5	4
Олег Ф.	+	+	-	+	-	-	+	-	4	3
Сергей Ф.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Станислав Ч.	+	+	-	+	+	+	+	-	6	4

Выясним количество оценок, полученных учащимися после сдачи самостоятельной работы в 3 «В» классе.

Оценку «5» получили 3 ученика, «4» - 13 учеников, «3» - 10 учеников и «2» - 1 ученик. Более наглядно это можно увидеть на диаграмме 2.



Диаграмма 2. Количество оценок, полученных учениками 3 «В» класса после проведения самостоятельной работы

Анализ полученных результатов показал, что учащиеся при выполнении самостоятельной работы смогли частично справиться с №1 и №2 заданиями.

Анализ результатов выполненной самостоятельной работы учащихся и сравнение уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в двух 3-х классах можно проследить в таблице 3.

Таблица 3.

Сравнение уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в 3-х классах.

Уровень	Количество баллов	Количество учащихся		
		3«Б» класс	3«В» класс	Всего
Высокий	7-8	4	3	7
Достаточный	5-6	14	13	27
Средний	3-4	7	10	17
Низкий	ниже 3	2	1	3

После изучения и сравнения полученных данных было выявлено, что большинство учащихся имеют достаточный и средний уровни сформированности понятия о функциональной зависимости, только четыре учащихся имеют низкий уровень. Разницу полученных данных по самостоятельной работе между испытуемыми группами можно увидеть на диаграмме 3.

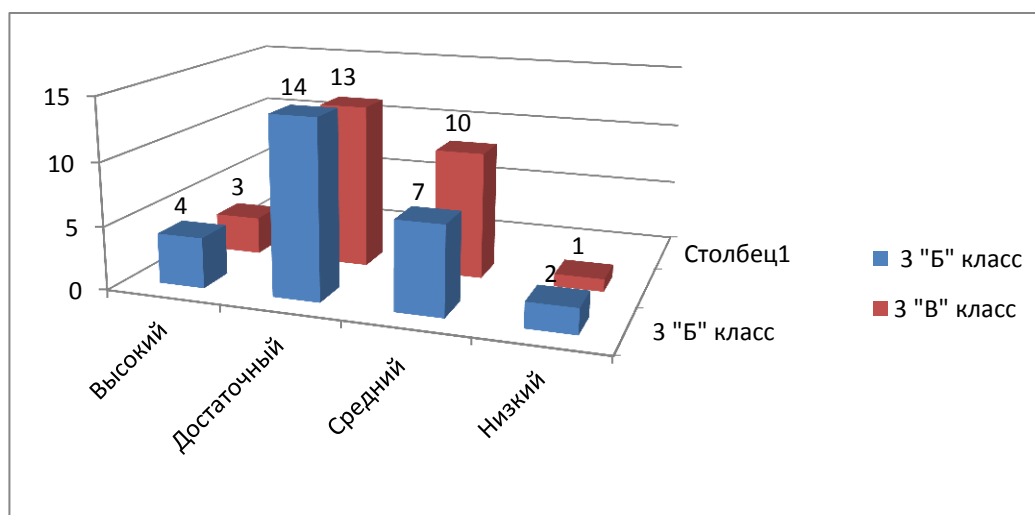


Рис.3. Результаты диагностики уровней сформированности понятия о функциональной зависимости.

Проведенная диагностика свидетельствует о том, что необходима целенаправленная работа по формированию у учащихся понятия о функциональной зависимости на уроках математики. Более подробно содержание этой работы будет описано в следующем параграфе.

2.2. Комплекс заданий по формированию понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами

Задачи: разработать и провести серию уроков, способствующих формированию у младших школьников понятия о функциональной зависимости.

Для формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости на уроках математики по решению задач с пропорциональными величинами были проведены следующие уроки, представленные в таблице 4.

Таблица 4.

Тематическое планирование по формированию понятия о функциональной зависимости в 3 классе

№	Тема урока	Содержание заданий	Направленность
1	Умножение суммы на число	Чем похожи выражения в каждой паре? Найди их значения: а) $79+47$ б) $67+29$ в) $76+57$ $80+47$ $67+30$ $76+60$ Сравни равенства в каждой паре и сделай вывод.	Формирование представлений об изменении результата арифметического действия в зависимости от изменения одного из его компонентов.
2	Повторение приемов перестановки слагаемых и замены двух соседних слагаемых суммой.	Найди правила, по которым составлены ряды чисел: а) 5; 15; 25; 35; ...; б) 2; 4; 6; 8; 10; ...; в) 13; 27; 41; 55; Запиши в каждом ряду еще три числа по тому же правилу.	Формирование представления о закономерности, по которой записаны ряды чисел.
3	Уравнения.	Соедини с числом 5 те выражения, значения которых делятся на 5, если а делится на 5.	Формирование представления о соответствии.

Продолжение таблицы 4

4	Закрепление пройденного материала. Повторение таблицы умножения и деления на 3.	Выбери два отношения, из которых можно составить верное равенство. Запиши это равенство: 2:1; 15:3; 3:1; 9:3; 27:3; 21:3	Конструирование числовых равенств по заданным условиям.								
5	Деление суммы на число. Решение задач	<p>Проверьте имеющиеся в таблице данные и заполните недостающие, решив задачу Купили 8 м шерстяной ткани, по 90 р. за метр, и 3 м льняной ткани, по 50 р. за метр. Сколько денег израсходовали на всю покупку? Сколько бы израсходовали денег, если бы шерстяной ткани купили 5м, а льняной 2? Сравните сколько денег израсходовали в первом случае и сколько во втором, какой можно сделать вывод?</p> <table border="1" data-bbox="563 875 1082 1173"> <tr> <td data-bbox="563 875 738 1137">Заплатили в 1-м случае</td> <td data-bbox="738 875 914 1137">Заплатили во 2-м случае</td> <td data-bbox="914 875 1082 1137">Разница между тем сколько заплатили в 1-м и 2-м случае</td> </tr> <tr> <td data-bbox="563 1137 738 1173">870</td> <td data-bbox="738 1137 914 1173">?</td> <td data-bbox="914 1137 1082 1173">?</td> </tr> </table>	Заплатили в 1-м случае	Заплатили во 2-м случае	Разница между тем сколько заплатили в 1-м и 2-м случае	870	?	?	Анализ данных, соответствия содержания таблицы условиям задачи.		
Заплатили в 1-м случае	Заплатили во 2-м случае	Разница между тем сколько заплатили в 1-м и 2-м случае									
870	?	?									
6	Закрепление пройденного. Решение задач.	<p>Проверьте имеющиеся в таблице данные и заполните недостающие, решив задачу. Из 28 м ткани сшили 7 одинаковых пальто. Сколько таких пальто можно сшить из 340 м такой же ткани? Из 396? Из 452? Проследите зависимость между количеством ткани и количеством пальто, сделайте вывод.</p> <table border="1" data-bbox="563 1469 1129 1693"> <tr> <td data-bbox="563 1469 762 1659">Используют м ткани для пошива 1 пальто</td> <td data-bbox="762 1469 882 1659">Из 340 м ткани можно сшить</td> <td data-bbox="882 1469 1002 1659">Из 396 м ткани можно сшить</td> <td data-bbox="1002 1469 1129 1659">Из 452 м ткани можно сшить</td> </tr> <tr> <td data-bbox="563 1659 762 1693">?</td> <td data-bbox="762 1659 882 1693">?</td> <td data-bbox="882 1659 1002 1693">?</td> <td data-bbox="1002 1659 1129 1693">?</td> </tr> </table>	Используют м ткани для пошива 1 пальто	Из 340 м ткани можно сшить	Из 396 м ткани можно сшить	Из 452 м ткани можно сшить	?	?	?	?	Формирование представления о прямой функциональной зависимости
Используют м ткани для пошива 1 пальто	Из 340 м ткани можно сшить	Из 396 м ткани можно сшить	Из 452 м ткани можно сшить								
?	?	?	?								
7	Закрепление пройденного. Решение задач на нахождение числа, которое в несколько раз больше или меньше данного.	Решите задачу с помощью таблицы. Составьте таблицу и впишите в нее данные. Митя старше своего брата на 5 лет, но моложе мамы в 3 раза. Сколько лет Мите и сколько лет его маме, если Митиному брату в первом случае 6 лет? А во втором 9 лет? Какой можно сделать вывод по этим двум случаям?	Составление таблицы согласно условиям задачи. Формирование представления о прямой функциональной зависимости.								

8	Решение задач	<p>Проверьте имеющиеся в таблице данные и заполните недостающие, решив задачу. От Москвы до Саратова 836 км. Из этих городов навстречу друг другу вышли два поезда. Один из них прошёл 362 км, а другой – на 28 км меньше. Какое расстояние осталось между этими поездами? Какое расстояние осталось бы между поездами, если бы один из поездов прошёл 370 км, а другой 30? Сравните 1 и 2 случая, какой можно сделать вывод?</p> <table border="1" data-bbox="564 645 1153 869"> <thead> <tr> <th>Расстояние между поездами в 1-м случае</th> <th>Расстояние между поездами во 2-м случае</th> <th>Разница между расстояниями в 1-м и 2-м случае.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>?</td> <td>126</td> <td>?</td> </tr> </tbody> </table>	Расстояние между поездами в 1-м случае	Расстояние между поездами во 2-м случае	Разница между расстояниями в 1-м и 2-м случае.	?	126	?	Формирование понятия об обратной пропорциональной зависимости
Расстояние между поездами в 1-м случае	Расстояние между поездами во 2-м случае	Разница между расстояниями в 1-м и 2-м случае.							
?	126	?							
9	Решение задач. Повторение.	<p>Проверьте имеющиеся в таблице данные и заполните недостающие, решив задачу. Затрачивая на изготовление каждой детали 40 мин., бригада выпускала за смену 520 деталей. Сколько деталей будет за смену выпускать бригада, если на изготовление каждой детали будет затрачивать 36 мин.? Проследите зависимость между временем, затрачиваемым на изготовление одной детали, и количеством деталей, изготовленных за смену, сделайте вывод.</p>	Формирование представления об обратной пропорциональной зависимости.						
10	Связь между компонентами и результатом действия деления	<p>Решите задачу с помощью таблицы. Составьте таблицу и впишите в нее данные. Купили 12 синих воздушных шаров, по 8 р. за шар, и 8 красных воздушных шаров, по 6 р. за шар. Во сколько раз больше заплатили за синие шары, чем за красные? Если бы красные стоили 4 р, а цена синих не изменилась, то во сколько бы раз больше заплатили за синие шары, чем за красные? Проследите зависимость между ценой и количеством шариков, сделайте вывод</p>	Формирование представления об обратной пропорциональной зависимости.						

Далее представим фрагменты уроков согласно тематическому планированию.

Фрагменты проведенных уроков

Тема: Уравнения

Цель: закрепить свойства умножения, вспомнить решение уравнений на сложение и вычитание, совершенствовать вычислительный навык умножения и деления столбиком.

Формирование представления о соответствии: на соотнесение предметной, графической и символической моделей; на установление соответствия между символическими моделями.

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Познавательные УУД
Закрепление изученного материала	<p>Соедините с числом 5 те выражения, значения которых делятся на 5, если а делится на 5.</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a - 7$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a + 20$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a - 20$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a + 44$</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">$15 \cdot a + 10$</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; margin: 0 10px;">5</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 0 10px;">$17 + 7 \cdot a$</div> </div> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a + (9 + 6)$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$45 + a \cdot 5$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a + a + 25 + a \cdot (8 + 5)$</div> </div> <p>-Итак, какие выражения вы соедините с числом 5 и почему?</p>	<p>-Это выражения $a \cdot 7$, $a + 20$, $a \cdot 20$, $15 \cdot a + 10$, $a + (9 + 6)$, $45 + a \cdot 5$, $a + a + 25 + a \cdot (8 + 5)$</p> <p>Если а делится на 5, то в записи числа, которое получится в ходе подстановки, на последнем месте будет стоять либо цифра 0, либо цифра 5, а числа, оканчивающиеся цифрой 5 или 0 кратны 5.</p>	Анализ выражений, знание свойств действия умножения и деления.

Тема: Деление суммы на число. Решение задач.

Цель: закрепить знание различных способов деления суммы на число; использовать эти знания при решении задач, а также закреплять вычислительные навыки.

Формирование представления о прямой функциональной зависимости.

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Познавательные УУД
Актуализация знаний	<p>Устный счет. Задание «Ребусы» -Вставьте в окошечки числа, чтобы получились верные равенства. $\square * 5 = 20$ $9 : \square = 6 : 2$ $\square : 6 = 5$ $12 : 4 = \square$</p> <p>-Посмотрите на доску, здесь записаны ряды чисел. Найдите правила, по которым они составлены: а) 5; 15; 25; 35; ...; б) 2; 4; 6; 8; 10; ...; в) 13; 27; 41; 55; Запишите в каждом ряду еще три числа по тому же правилу</p>	<p>$4 * 5 = 20$ $9 : 3 = 6 : 2$ $30 : 6 = 5$ $12 : 4 = 3$</p> <p>а) Каждое последующее число больше предыдущего на 10. 5; 15; 25; 35; 45; 55; 65; б) Каждое последующее число больше предыдущего на 2. 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; в) Каждое последующее число больше предыдущего на 14. 13; 27; 41; 55; 69; 73; 87.</p>	<p>Применять знание таблицы умножения, составлять верные равенства. Определение закономерности, по которой записаны числа.</p>

Тема: Закрепление пройденного. Решение задач.

Цели: продолжать работу над приемом деления суммы на число; повторить решение уравнений и задач изученных видов; совершенствовать вычислительные навыки.

Формирование понятия о прямой функциональной зависимости

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Познавательные УУД
Работа над темой	<p>В небольшой частной типографии печатают визитки. Сотрудник</p>		<p>Формирование представления о прямой пропорциональной</p>

	<p>типографии работает со скоростью 42 визитки в час и трудится полный рабочий день – 8 часов. Если бы он работал быстрее и печатал 48 визиток за час, насколько раньше он смог бы уйти домой?</p> <p>Проследите зависимость между временем и количеством визиток, сделайте вывод.</p> <p>-Что нам известно в задаче?</p> <p>-Что мы найдем сначала?</p> <p>-Каким действием мы найдем это?</p> <p>-Мы знаем объем работы и знаем производительность труда. Что мы можем найти?</p> <p>-Какое действие мы будем выполнять?</p> <p>-Что нужно найти?</p> <p>-Как нам это найти?</p>	<p>-То, что за час сотрудник изготавливает 42 визитки и трудится 8 часов. А если бы изготавливал 48 визиток за час, то трудился бы меньше.</p> <p>-Мы найдем количество сделанных визиток при работе в течение 8 часов при производительности труда 42 визитки.</p> <p>-Умножением.</p> <p>1) $8 \cdot 42 = 336$ (виз.)-изготовит сотрудник за 8 часов.</p> <p>-Время работы.</p> <p>-Деление.</p> <p>2) $336 : 48 = 7$ (ч.)-время, за которое сотрудник выполнит работу.</p> <p>-На сколько раньше сотрудник уйдет домой.</p> <p>-Вычитанием.</p> <p>3) $8 - 7 = 1$ (ч.)-на</p>	<p>зависимости величин: чем больше производительность труда при неизменном объеме, тем меньше времени затрачивается на всю работу.</p>
--	--	---	--

	-Что вы можете сказать о задаче?	столько часов раньше сотрудник уйдет домой. -Если увеличить производительность труда, но оставить объем работы прежним, то времени на выполнение этого объема понадобится меньше.	
--	----------------------------------	--	--

Тема: Закрепление пройденного. Решение задач на нахождение числа, которое в несколько раз больше или меньше данного

Цель: закрепить умения учащихся решать задачи изученных видов; совершенствовать вычислительные навыки.

Составление таблицы согласно условиям задачи. Формирование представления о прямой функциональной зависимости.

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Познавательные УУД												
Работа по теме урока	-Теперь решим задачу с помощью таблицы. Составьте таблицу и впишите в нее данные. Митя старше своего брата на 5 лет, но моложе мамы в 3 раза. Сколько лет Мите и сколько лет его маме, если Митиному брату в первом случае 6 лет? А во втором 9 лет? Какой можно сделать вывод по этим двум случаям? -Какой вид будет иметь таблица?	<table border="1" data-bbox="754 1794 1182 1984"> <thead> <tr> <th></th> <th>Мама</th> <th>Митя</th> <th>Брат</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 случай</td> <td>?</td> <td>?</td> <td>6 л</td> </tr> <tr> <td>2 случай</td> <td>?</td> <td>?</td> <td>9 л</td> </tr> </tbody> </table> <p>1) $6+5=11$(л)- возраст</p>		Мама	Митя	Брат	1 случай	?	?	6 л	2 случай	?	?	9 л	Решение задач с помощью таблицы, применение свойства умножения. Решение задачи на уменьшение или увеличение числа в несколько раз.
	Мама	Митя	Брат												
1 случай	?	?	6 л												
2 случай	?	?	9 л												

	-Что вы заметили? -Что на это повлияло?	Мити. 2) $3 \cdot 11 = 33$ (л) – возраст мамы 3) $9 + 5 = 14$ (л) – возраст Мити во втором случае. 4) $3 \cdot 14 = 42$ (л) – возраст мамы во втором случае. Возраст Мити и его мамы во втором случае больше чем их возраст в первом. -Во втором случае возраст брата Мити больше чем в первом. Значит, если одно из данных изменить, то изменится и результат.	
--	--	--	--

После проведенных уроков, фрагменты которых представлены выше, была проведена повторная диагностика, результаты которой представлены в следующем параграфе.

2.3. Повторная диагностика. Анализ результатов опытной работы

Цель исследования: повторная диагностика уровня сформированности понятия о функциональной зависимости после проведения необходимых мероприятий по решению задач с пропорциональными величинами.

Задачи:

- разработать и провести небольшое тестирование по решению задач с пропорциональными величинами;
- описать и сравнить полученные результаты по данной работе третьеклассников.

Для повторного выявления уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в 3-х классах по 27 человек в каждом, была проведена самостоятельная работа. Она полностью соответствовала индивидуальным и возрастным особенностям второклассников и была представлена 2-мя вариантами: 1, 2. В ее написании приняло участие 54 ученика.

Всего в самостоятельной работе представлено три задания. За полностью выполненное первое задание ставилось 3 балла, за второе задание – 2 балла, за третье задание – 3 балла. Всего за все правильно выполненные задания ученик мог набрать 8 баллов.

Критерии оценивания данной работы были следующие:

- за 7-8 баллов ставится оценка «5»,
- за 5-6 баллов ставится оценка «4»,
- за 3-4 баллов ставится оценка «3»,
- ниже 3 баллов ставится оценка «2».

Содержание заданий представлено в приложении 2.

Учащиеся справились почти со всеми заданиями. Небольшие проблемы возникли при выполнении 3 задания.

Более подробно результаты самостоятельной работы 3 «Б» класса представлены в таблице 5.

Таблица 5.

Результаты выполнения самостоятельной работы учащимися

3 «Б» класса

ФИО ученика	Задание 1			Задание 2		Задание 3			Полученные баллы	Оценка
	а	б	в	1	2	1	2	3		
Борис А.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Анна Б.	+	+	+	+	+	+	-	-	6	4
Екатерина Б.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Евгений В.	+	+	+	+	+	+	+	-	7	5
Дарья В.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Денис В.	+	+	+	+	-	+	+	+	7	5
Иван Г.	+	+	-	+	-	+	+	+	6	4
Иван Д.	+	+	+	+	+	-	+	-	6	4
Мария Д.	+	+	+	+	-	+	-	-	5	4
Елена К.	+	+	+	+	-	-	+	+	6	4
Алена К.	+	+	-	+	+	-	+	+	6	4
Роман М.	+	+	+	+	-	+	-	-	5	4
Алексей Н.	+	+	-	+	-	+	-	+	5	4
Данил Н.	+	-	-	+	-	+	-	+	4	3
Сергей П.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Алиса П.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Эллина Т.	+	+	-	+	+	+	+	+	7	5
Роман Т.	+	+	+	+	-	+	-	+	6	4

Продолжение таблицы 5

Сергей Т.	+	+	+	+	+	+	-	+	7	5
Дарья Ф.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Марина Х.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Александр Ц.	+	+	+	+	+	-	+	+	7	5
Елена Ч.	+	+	+	-	-	-	-	+	4	3
Анатолий Ш.	+	-	+	+	-	+	+	+	6	4
Максим Ш.	+	+	+	+	-	-	+	+	6	4
Светлана Ю.	+	+	+	+	-	+	-	+	6	4
Денис Ю.	+	+	+	+	+	+	-	-	6	4

Выясним количество оценок, полученных учащимися по самостоятельной работе в 3 «Б» классе.

Оценку «5» получили 9 учеников, «4» - 15 учеников, «3» - 3 учеников и «2» - 0 учеников. Более наглядно это можно увидеть на диаграмме 4.



Диаграмма 4. Количество оценок, полученных учениками 3 «Б» класса после проведения самостоятельной работы

Большинство учащихся 3 «Б» класса смогли справиться с данными заданиями. У многих возникали небольшие трудности в решении уравнений, а также задачи.

После проведения самостоятельной работы в 3 «В» классе были получены результаты, представленные в таблице 6.

Таблица 6.

Результаты выполнения самостоятельной работы учащимися 3 «В» класса.

ФИО ученика	Задание 1			Задание 2		Задание 3			Полученные баллы	Оценка
	а	б	в	1	2	1	2	3		
Сергей А.	+	-	-	-	-	+	+	-	3	3
Денис А.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Анастасия Б.	-	+	+	+	-	+	+	-	5	4

Продолжение таблицы 6

Вадим Б.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	5
Владимир В.	+	+	+	+	-	+	-	+	6	4
Полина Г.	+	+	+	-	-	+	+	-	5	4
Егор Д.	+	-	+	+	-	-	-	+	4	3
Екатерина З.	+	-	+	+	-	-	+	+	5	4
Егор К.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Лилия К.	-	-	+	+	-	+	+	-	4	3
Виктор К.	+	+	+	+	+	-	+	-	6	4
Анастасия К.	+	-	+	-	-	+	+	-	4	3
Алексей М.	+	+	-	+	-	-	-	-	3	3
Станислав М.	+	+	+	+	+	+	+	+	8	5
Денис М.	+	+	+	-	-	-	-	-	3	3
Диана Н.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Валерия П.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Сергей П.	+	+	+	+	+	+	+	-	7	5
Денис П.	+	+	-	+	+	+	+	-	6	4
Ирина Р.	+	-	-	+	-	+	+	-	4	3
Владимир Т.	+	-	+	+	+	+	-	-	5	4
Кирилл Т.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Илья У.	+	+	+	+	-	+	+	-	6	4
Анастасия Ф.	-	+	+	+	+	-	+	-	5	4
Олег Ф.	+	+	-	+	-	-	+	-	4	3
Сергей Ф.	+	+	+	+	-	-	-	-	4	3
Станислав Ч.	+	+	-	+	+	+	+	-	6	4

Выясним количество оценок, полученных учащимися после сдачи самостоятельной работы в 3 «В» классе.

Оценку «5» получили 3 ученика, «4» - 13 учеников, «3» - 11 учеников и «2» - 0 учеников. Более наглядно это можно увидеть на диаграмме 5.



Диаграмма 5. Количество оценок, полученных учениками 3 «В» класса после проведения самостоятельной работы

Почти все учащиеся 3 «В» класса смогли справиться с данными заданиями.

Небольшие трудности, так же как и у учащихся 3 «Б» класса, возникли при выполнении третьего задания на решение уравнений.

Анализ результатов выполненной самостоятельной работы младших школьников и сравнение уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в двух 3-х классах можно увидеть в таблице 7.

Таблица 7.

Сравнение уровня сформированности понятия о функциональной зависимости в 3-х классах

Уровень	Количество баллов	Количество учащихся		
		3«Б» класс	3«В» класс	Всего
Высокий	7-8	9	3	12
Достаточный	5-6	15	13	28
Средний	3-4	3	11	14
Низкий	ниже 3	0	0	0

После повторного изучения и сравнения полученных данных было выявлено, что у многих учащихся высокий и достаточный уровни сформированности понятия о функциональной зависимости, только у пяти третьеклассников - низкий уровень. Разницу полученных данных по проведенному тестированию между испытуемыми группами можно увидеть на диаграмме 6.

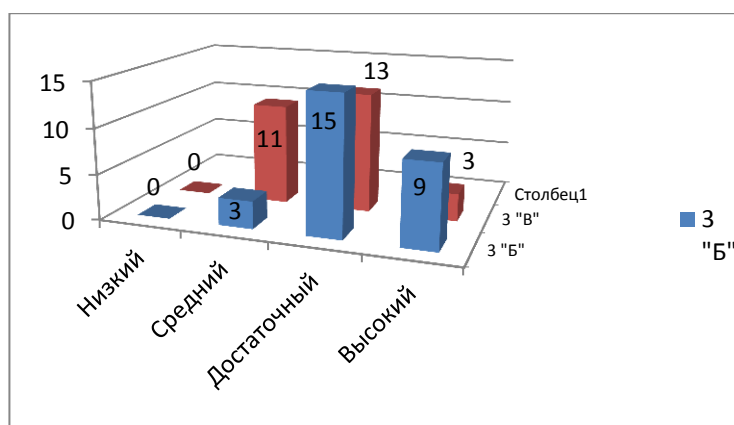


Диаграмма 6. Результаты диагностики уровней сформированности понятия о функциональной зависимости

Повторная диагностика говорит о том, что после дополнительных проведенных заданий у учащихся повысился уровень сформированности понятия о функциональной зависимости. Что доказывает эффективность разработанных комплекса заданий и уроков.

Выводы по второй главе

Опытная работа проводилась на базе МБОУ «СОШ №8» в третьих классах. Всего в исследовании приняло участие 54 учащихся двух классов: 3 «Б» и 3 «В». В исследовании было выделено три этапа:

1. Констатирующий (диагностика уровня сформированности понятия о функциональной зависимости).

2. Формирующий этап (разработка и проведение комплекса заданий и уроков по данной теме, повышающих уровень сформированности понятия о функциональной зависимости у учащихся).

3. Контрольный этап (повторная диагностика уровня сформированности понятия о функциональной зависимости после проведения разработанных уроков)

На первом этапе проводилась самостоятельная работа, состоящая из 3 заданий, после чего были выявлены следующие уровни сформированности понятия о функциональной зависимости: высокий уровень имели 7 учеников, достаточный уровень – 27 учеников, средний уровень – 17 учеников и низкий уровень – 3 ученика.

На втором этапе исследования была разработана и проведена серия уроков, направленных на формирование понятия о функциональной зависимости.

На третьем этапе проводилась повторная диагностика с помощью самостоятельной работы, состоящей из 3 заданий, результаты которой позволяют сделать вывод об эффективности разработанного и проведенного комплекса уроков. Из 54 третьеклассников 12 имели высокий уровень, 28 – достаточный уровень, 14 – средний и 0 - низкий уровень.

Это говорит о том, что в формировании понятия о функциональной зависимости решение задач играет главную роль. Прослеживая, как изменение одной величины ведет за собой изменение другой при неизменяющейся третьей, учащиеся приходят к выводу, что эти величины связаны между собой.

Заключение

Настоящее исследование посвящено одной из актуальных проблем – формированию у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами.

Актуальность заявленной темы обусловлена тем, что именно начальный курс математики закладывает фундамент необходимых знаний и умений для дальнейшего изучения последующих математических тем, среди которых функция и функциональная зависимость играют ведущую роль.

Одним из эффективных средств формирования понятия о функциональной зависимости являются задачи с пропорциональными величинами. В начальном курсе математики рассматриваются задачи, в которых величины связаны прямой и обратной пропорциональностью. Выделяют следующие виды задач:

- задачи в два действия с прямо пропорциональными величинами на нахождение четвертого пропорционального;
- задачи на пропорциональное деление;
- задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

Анализ научно-методической литературы позволил выделить приемы формирования у младших школьников понятия о функциональной зависимости при решении задач с пропорциональными величинами:

- изменение одного из данных задачи, сравнение ее решения с решением исходной;
- выбор решения задачи из предложенных;
- решение задач с недостающими данными;
- интерпретация задачи в виде схемы, таблицы и др.

Опытная часть исследования была посвящена проверке эффективности указанных приемов.

После проведения самостоятельной работы в 3-х классах было выявлено, что у небольшого количества обучающихся может быть не сформировано понятие о функциональной зависимости. В связи с этим была

разработана и проведена серия уроков с использованием комплекса заданий, направленных на его формирование. Повторная диагностика показала положительную динамику и, как следствие, доказала эффективность выделенных приемов.

В ходе исследовательской работы выдвинутая гипотеза нашла подтверждение, задачи решены, цель достигнута.

Настоящее исследование не претендует на исчерпывающее решение данной проблемы. Формирование понятия о функциональной зависимости возможно также при решении уравнений и т.п.

Список использованной литературы

1. *Алмазова, И. Р.* Сборник задач и примеров по математике для начальных классов / И. Р. Алмазова. — М.: Просвещение, 2013. — 170с.
2. *Аматова, Г.И.* Математика [Текст]/Г.И. Аматова, М.А. Амамов. -М.: Московский психолого-социальный институт, 2010. – 337 с.
3. *Аммосова, Н.В.* Понятие функциональной зависимости в начальной школе [Текст] / Аммосова Н.В. // Начальная школа. - 2011. - №5.- С.109-114.
3. *Бантова, М.А.* Методика преподавания математики в начальных классах [Текст] /М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. – М.: Просвещение 2010. – 335 с.
4. *Белошистая А.В.* Методика преподавания математики в начальной школе – М.: Владос, 2011. – 311 с.
5. *Белошистая, А. В.* Прием графического моделирования при обучении решению задач[Текст]/ А. В. Белошистая // Начальная школа. — 2006. — №8. — С. 36-39.
6. *Виленкин, Н.Я.* Математика [Текст]/Н.Я. Виленкин, Л.М. Пышкало, В.Б. Рождественская, Л.И. Стойлова. – М.: Просвещение, 2012. – С.220.
7. *Далингер, В. А.* Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике / В. А. Далингер. — М.: Просвещение, 2011. — 149с.
8. *Демидова, А. Е.* Обучение решению некоторых видов составных задач / А. Е. Демидова // Начальная школа: плюс до и после. — 2013. -№4. — С.34-37.
9. *Жиколкина, Т. К.* Математика. Книга для учителя. 2 кл. / Т. К. Жиколкина. — М.: Дрофа, 2011. -213с.
10. *Зайцев, В. В.* Математика для младших школьников. Методическое пособие для учителей и родителей/ В. В. Зайцев. — М.: Владос, 2011. — 307с.
11. *Истомина, Н.Б.* Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах: Пособие для учителя [Текст]/Н.Б. Истомина.– М.: Просвещение, 2011. — 64 с.

12. *Истомина, Н.Б.* и др. Практикум по методике преподавания математики в начальных классах [Текст]/ Н.Б. Истомина, Л.Г. Латохина, Г.Г. Шмырева. – М.: Просвещение, 2010. – 176 с.
13. *Истомина, Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах [Текст]/Н.Б. Истомина. - М.: АСАДЕМА, 2013. – 453 с.
14. *Истомина, Н.Б.* Методика обучения математике в начальных классах [Текст]/Н.Б. Истомина. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 288 с.
15. *Казько, Е. С.* Работа над текстом задачи с пропорциональными величинами [Текст]/ Е. С. Казько // Начальная школа. — 2011. -№5. — С.28-33.
16. *Колоскова О. П.* Формирование учебных умений младших школьников в процессе обучения решению текстовых задач[Текст] / О. П. Колоскова // Начальная школа. — 2011. — №9.- С.29-32.
17. *Марушенко, Л.Ю.* Арифметическая задача как средство формирования первых функциональных представлений у учащихся [Текст] / Л.Ю. Марушенко // Новые технологии в обучении физике, математике и информатике: материалы региональной научно-практической конференции, посвященной памяти чл.-корр. РАЕН, проф., доктора педагогических наук А.А. Пинского. – Благовещенск: Издательство БГПУ, 2010. – С. 107 - 115.
18. *Марушенко, Л.Ю.* К вопросу об изучении функций в школе [Текст]/Л.Ю. Марушенко//Новые технологии в обучении физике, математике и информатике: материалы региональной научно-практической конференции, посвященной памяти чл.-корр. РАЕН, проф., доктора педагогических наук А.А. Пинского. – Благовещенск: Издательство БГПУ, 2013. - С. 81-83.
19. *Марушенко, Л.Ю.* К проблеме изучения понятия функции в школьном курсе математики [Текст] /Л.Ю. Марушенко// Актуальные вопросы методики преподавания математики и информатики в свете модернизации Российского образования: сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции, 17 апреля 2006 г. – Биробиджан: Изд-во ДВГСГА, 2014. – 263 с.

20. *Марушенко, Л.Ю.* Об оценке качества усвоения понятия функции учащимися младших классов [Текст] / Л.Ю. Марушенко // Новые технологии в обучении физике, математике и информатике: материалы региональной научно-практической конференции, посвященной памяти чл.-корр. РАЕН, проф., доктора педагогических наук А.А. Пинского. – Благовещенск: Издательство БГПУ, 2011. - С. 121-125.
21. *Марушенко, Л.Ю.* Пропедевтика функциональной зависимости в курсе математики начальной школы [Текст] / Л.Ю. Марушенко// Но-вые технологии в обучении физике, математике и информатике: ма-териалы региональной научно-практической конференции, посвященной памяти чл.-корр. РАЕН, проф., доктора педагогических наук А.А. Пинского. – Благовещенск: Издательство БГПУ, 2012. - С. 110-111.
22. *Марушенко, Л.Ю.* Функциональный подход к решению текстовых задач на прямо пропорциональную зависимость [Текст]/Л.Ю. Марушенко// Начальная школа. - 2010. - №7. – С. 44-51.
23. Математика [Текст]: Учебник для 3 класса, нач. шк.: В 2 ч.: Ч. 1.: / М.И. Моро и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение., 2012. – 111 с.
24. Методика начального обучения математике / под ред. Л.Н. Скаткина. – М.: Просвещение, 2012. – 320 с.
25. Методика начального обучения математике. Под общей редакцией А.А. Столяра и В.Л. Дрозда. Минск: Высшая школа, 2011. – 234 с.
26. Методика начального обучения математике: Учеб.пособие для пед. ин-тов / В.Л. Дрозд, А.Т. Касатонова, Л.А. Латотин и др.; Под общ. ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда. – Мн.: Вышш. шк.,2013. – 254 с.
27. Методика преподавания математики в начальных классах. [Электронный ресурс]: курс лекций. – Режим доступа: <http://www.superinf.ru/>
28. *Моро М.И.* О комплекте учебных и учебно-методических пособий по математике для начальных классов школы [Текст] / М.И. Моро // Начальная школа. - 2003. - №2. – С. 23-26.

29. *Моро М. И., Пышкало А. М.* Методика обучения математике в 1 - 3 классах. Пособие для учителя. Изд. 2-е, перераб. и доп. М., «Просвещение», 2011.
30. *Новиков, А.М.* Российское образование в новой эпохе [Текст] / А.М. Новиков . - М.: Эгвес, 2014 – 174 с.
31. *Овчинникова М.В.* Методика работы над текстовыми задачами в начальных классах (общие вопросы): Учебно-методическое пособие для студентов специальностей «Начальное обучение. Дошкольное образование»- К.: Пед. Пресса, 2011.
32. Справочник руководителей и учителей начальной школы. Редактор Г. Губанова. Корректор И. Лукьяненко 2011 г. «Родничок», г. Тула.
33. Теоретические основы начального курса математики с методикой преподавания: учебно-методическое пособие / автор - сост. Л.Н. Брагина, рец. Е.В. Чепикова; КГАОУ СПО «Канский педагогический колледж». Канск, 2012. – С. 86
34. *Попова, Н.Я.* О преемственности в обучении математике [Текст] / Н.Я. Попова, В.И. Стаховская, Сочнева А.В. - М.: Новая школа, 1998. – С. 97.
35. *Пойа, Д.* Как решать задачу [Текст]/Д.Пойа. – М.: Учпедгиз, 2011. – 216 с.
36. Программы общеобразовательных учреждений. Начальные классы (1-4). Часть I. - М.: Просвещение, 2011. – 432 с.
37. *Рубинштейн, Л.* Основы общей психологии [Текст] / Л. Рубинштейн. - СПб.: Питер, 2001. – 720 с.
38. *Савина, Л.П.* Усвоение табличного умножения и деления [Текст] / Л.П. Савина // Начальная школа. – 2011. - №1. – С. 46-48.
39. *Сорокин, П.И.* Занимательные задачи по математике [Текст] / П.И.Сорокин. – М.: Просвещение, 2012. – 229 с.
40. *Стойлова, Л.П.* Математика [Текст]/Л.П. Стойлова.- М.: Академия 2013. – С.226.
41. *Стойлова, Л.П.* Основы начального курса математики [Текст] / Л.П. Стойлова, А.М. Пышкало. – М.: Просвещение, 2014.– 320 с.

42. Учебное пособие по математике для педагогических факультетов. Под редакцией Мерзона- М.: Московский псих.-соц. институт, 2010. – С.28.
43. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://moh-school.ru/documents/fgosnoo/>
44. Шмырева Г.Г. Учебник математики как важнейшее средство практической реализации новых образовательных технологий. [Текст] / Шмырева Г.Г.// Начальная школа – 2011. - №1. – С.46-48.
45. *Эрдниев, П.М., Эрдниев Б.П.* Теория и методика обучения математике в начальной школе [Текст]/П.М. Эрдниев, Б.П. Эрдниев. – М.: Педагогика, 2012. – 208 с.

Самостоятельная работа

Вариант 1

Задание 1. Найдите значение выражений:

А) $(342-2):17$ Б) $12*4-13$ В) $48:8*6$

Задание 2. Решите задачу.

На первом станке изготавливают 5 деталей в минуту, а на втором за это же время – на 2 детали меньше. Сколько всего деталей будет изготовлено за 2 часа работы на этих двух станках? За 3 часа?

Задание 3. Решите уравнения:

А) $37-x=20$ Б) $x:4=31$ В) $x*15=60$

Вариант 2

Задание 1. Найдите значение выражений:

А) $(510-100):41$ Б) $25*4-12$ В) $100:4*2$

Задание 2. Решите задачу.

На первом станке изготавливают 3 детали в минуту, а на втором за это же время – на 1 деталь больше. Сколько всего деталей будет изготовлено за 2 часа работы на этих двух станках? За 3 часа?

Задание 3. Решите уравнения:

А) $57-x=10$ Б) $x:5=12$ В) $x*25=100$

Самостоятельная работа

Вариант 1

Задание 1. Найдите значение выражений:

А) $(510-100):4$ Б) $25*4-12$ В) $100:4*2$

Задание 2. Решите задачу.

На первом станке изготавливают 3 детали в минуту, а на втором за это же время – на 1 деталь больше. Сколько всего деталей будет изготовлено за 2 часа работы на этих двух станках? За 3 часа?

Задание 3. Решите уравнения:

А) $57-x=10$ Б) $x:5=12$ В) $x*25=100$

Вариант 2

Задание 1. Найдите значение выражений:

А) $(342-2):17$ Б) $12*4-13$ В) $48:8*6$

Задание 2. Решите задачу.

На первом станке изготавливают 5 деталей в минуту, а на втором за это же время – на 2 детали меньше. Сколько всего деталей будет изготовлено за 2 часа работы на этих двух станках? За 3 часа?

Задание 3. Решите уравнения:

А) $37-x=20$ Б) $x:4=31$ В) $x*15=60$

Список учащихся 3 «Б» класса

1. Борис А.
2. Анна Б.
3. Екатерина Б.
4. Евгений В.
5. Дарья В.
6. Денис В.
7. Иван Г.
8. Иван Д.
9. Мария Д.
10. Елена К.
11. Алена К.
12. Роман М.
13. Алексей Н.
14. Данил Н.
15. Сергей П.
16. Алиса П.
17. Эллина Т.
18. Роман Т.
19. Сергей Т.
20. Дарья Ф.
21. Марина Х.
22. Александр Ц.
23. Елена Ч.

24. Анатолий Ш.
25. Максим Ш.
26. Светлана Ю.
27. Денис Ю.

Список учащихся 3 «В» класса

1. Сергей А.
2. Денис А.
3. Анастасия Б.
4. Вадим Б.
5. Владимир В.
6. Полина Г.
7. Егор Д.
8. Екатерина З.
9. Егор К.
10. Лилия К.
11. Виктор К.
12. Анастасия К.
13. Алексей М.
14. Станислав М.
15. Денис М.
16. Диана Н.
17. Валерия П.
18. Сергей П.
19. Денис П.
20. Ирина Р.

21. Владимир Т.
22. Кирилл Т.
23. Илья У.
24. Анастасия Ф.
25. Олег Ф.
26. Сергей Ф.
27. Станислав Ч.