

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Актуальные проблемы
прикладной математики,
информатики и механики**

*Сборник трудов
Международной научной конференции*

Воронеж,
7–9 декабря 2020 г.

Воронеж
Издательство
«Научно-исследовательские публикации»
2021

УДК 531(063)+51-7(063)

ББК 22.2я5+22.1я5

A43

Председатель организационного комитета

Шашкин А. И. – д-р физ.-мат. наук, профессор, декан факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета

Заместители председателя организационного комитета

Медведев С. Н. – канд. физ.-мат. наук, доцент (Воронеж)

Кузнецов А. В. – д-р физ.-мат. наук, доцент (Воронеж)

Члены организационного комитета:

Г. В. Абрамов, д-р техн. наук, проф.; Т. В. Азарнова, д-р техн. наук, проф.; А. А. Арзамасцев, д-р техн. наук, проф. (Тамбов); М. А. Артемов, д-р физ.-мат. наук, проф.; Е. М. Аристова, канд. физ.-мат. наук, доц.; М. Ш. Бурлуцкая, д-р физ.-мат. наук, доц.; В. Г. Задорожний, д-р физ.-мат. наук, проф.; Н. А. Каплиева, канд. физ.-мат. наук, доц.; И. Л. Каширина, д-р техн. наук, доц.; С. Л. Кенин, канд. техн. наук, доц.; А. В. Ковалев, д-р физ.-мат. наук, проф.; Т. М. Леденева, д-р техн. наук, проф.; Л. Н. Ляхов, д-р физ.-мат. наук, проф.; М. Г. Матвеев, д-р техн. наук, проф.; О. А. Медведева, канд. физ.-мат. наук, доц.; Ю. К. Тимошенко, д-р физ.-мат. наук, проф.; Э. Л. Шишкина, д-р физ.-мат. наук, доц.

Председатель программного комитета

Шашкин А. И. – д-р физ.-мат. наук, профессор, декан факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета

Заместители председателя программного комитета

Jorg Becker – prof. Dr. Dr.h.c., (Германия)

В. В. Воеводин – д-р физ.-мат. наук, проф., член.-кор. РАН (Москва)

Члены программного комитета:

Semyon Levitsky, д-р физ.-мат. наук, проф. (Израиль); Lopez Trujillo Marcelo, PhD., prof. (Колумбия); А. А. Буренин, д-р физ.-мат. наук, проф., член.-кор. РАН (Комсомольск-на Амуре); Ю. П. Вирченко, д-р физ.-мат. наук, проф. (Белгород); В. П. Гергель, д-р техн. наук, проф. (Нижний Новгород); А. П. Жабко, д-р физ.-мат. наук, проф. (Санкт-Петербург); В. М. Иевлев, д-р физ.-мат. наук, проф., академик РАН (Воронеж); Илолов Мамадшо, д-р ф.-м.н., профессор, академик АН РТ (Таджикистан); В. А. Ковалев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Москва); В. В. Кравченко, канд. физ.-мат. наук, проф. (Мексика); Г. И. Маргаров, канд. техн. наук, проф. (Армения); А. А. Маркин, д-р физ.-мат. наук, проф. (Тула); Н. М. Матченко, д-р физ.-мат. наук, проф. (Тула); В. М. Мирсалимов, д-р физ.-мат. наук, проф. (Азербайджан); Е. И. Моисеев, д-р физ.-мат. наук, проф., академик РАН (Москва); Л. А. Петросян, д-р физ.-мат. наук, проф. (Санкт-Петербург); С. Л. Подвальный, д-р техн. наук, проф. засл. раб. высш. школы РФ (Воронеж); Ю. Н. Радаев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Москва); В. П. Радченко, д-р физ.-мат. наук, проф. (Самара); А. Ф. Ревуженко, д-р физ.-мат. наук проф., засл. деятель науки РФ (Новосибирск); А. А. Сирота, д-р техн. наук, проф. (Воронеж); С. М. Ситник, д-р физ.-мат. наук, доц. (Белгород); А. Н. Спорыхин, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. деятель науки РФ (Воронеж); А. В. Чигарев, д-р физ.-мат. наук, проф. (Минск, Белоруссия); А. В. Язенин, д-р физ.-мат. наук, проф., засл. раб. высш. школы РФ (Тверь)

Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сборник трудов Между-
А43 народной научной конференции, Воронеж, 7–9 декабря 2020 г. – Воронеж : Издательство «Научно-исследо-
вательские публикации», 2021. – 1855 с.

ISBN 978-5-6045486-1-5

В сборнике предлагаются научные работы, доклады и лекции, представленные на Международной конфе-
ренции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», проводимой Воронежским
государственным университетом.

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

ISBN 978-5-6045486-1-5



9 785604 548615

УДК 531(063)+51-7(063)

ББК 22.2я5+22.1я5

© ФГБОУ ВО ВГУ, 2021

© ООО «Вэлборн», 2021

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

ЛИНЕЙНО-ЗАМЕДЛЕННОЕ ДИССИПАТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ СИЛЫ В СЛУЧАЕ СЛАБОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

А. С. Гришков¹, Р. С. Вдовин¹, А. М. Ерёмин¹, П. В. Захаров²

¹Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет
имени В. М. Шукина, г. Бийск

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Аннотация. Рассмотрена задача об одномерном движении материальной точки под действием потенциальной силы в однородной диссипативной среде с линейным по скорости сопротивлением. Использование теоремы об изменении механической энергии системы позволило свести задачу об определении скорости диссипативного движения как функции координат к задаче об определении работы диссипативной силы. Получены общие дифференциальные уравнения относительно работы, для случая слабого сопротивления получены общие аналитические решения в квадратурах, позволяющие определить характеристики движения при произвольном потенциале.

Ключевые слова: движение, уравнения движения, дифференциальное уравнение, уравнение Абеля, диссипация, диссипативное движение, диссипативная среда, энергия, кинетическая энергия, потенциальная энергия, работа диссипативной силы, потенциальное поле, консервативная система, диссипативная система.

Введение

Одномерное движение системы, состоящей из материальной точки массы m в потенциальном поле, заданном функцией потенциальной энергии U в однородной диссипативной среде, оказывающей линейное по скорости сопротивление, описывается уравнением

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} = -\frac{dU(x)}{dx}, \quad (1)$$

где α — коэффициент сопротивления среды. Подстановкой $\dot{x} = v(x)$ (1) приводится к уравнению

$$mv(x)\frac{dv(x)}{dx} + \alpha v(x) = -\frac{dU(x)}{dx}. \quad (2)$$

(2) — дифференциальное уравнение Абеля второго рода, неинтегрируемое при произвольном виде функции $U(x)$ [3, с. 37].

В [4] представлен метод, основанный на преобразовании $L \rightarrow L_0 e^{\beta t}$, $p \rightarrow p_0 e^{\beta t}$, где L_0, p_0 — лагранжиан и импульс соответствующей консервативной системы. Далее преобразованием Лежандра находится соответствующий гамильтониан, структура которого при подстановке в уравнение Гамильтона-Якоби позволяет разделить пространственную и временную части движения [4, с. 326]. Для рассматриваемого случая метод даёт уравнение

$$\frac{m}{2}(\mathcal{Q}'_x(x, \alpha))^2 + U(x) = \beta \alpha \mathcal{Q}(x, \alpha) \quad (3)$$

общее решение, которого также неизвестно [4, с. 328].

1. Энергетическая интерпретация задачи

Как мы видим, рассмотренные во введении методы приводят к неинтегрируемым дифференциальным уравнениям (2) и (3). Поэтому сделаем в уравнении (2) подведение под знак дифференциала:

$$mv(x) \frac{dv(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{mv^2(x)}{2} \right) = \frac{dT(x)}{dx},$$

где $T(x)$ — кинетическая энергия диссипативной системы. Выражая скорость $v(x)$ через $T(x)$

$$T(x) = \frac{mv^2(x)}{2} \Rightarrow v(x) = \sqrt{\frac{2}{m} T(x)}$$

и подставляя в уравнение (2), будем иметь:

$$\frac{dT(x)}{dx} + \gamma \sqrt{T(x)} = -\frac{dU(x)}{dx}, \quad (4)$$

где

$$\gamma = \alpha \sqrt{\frac{2}{m}}. \quad (5)$$

Далее введём в рассмотрение диссипативную функцию Релея [2, с. 16]

$$F = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2$$

и воспользуемся теоремой об изменении полной механической энергии системы:

$$\frac{dE}{dt} = W,$$

где E — энергия, а W — мощность всех приложенных к системе непотенциальных сил. В нашем случае непотенциальная сила только одна — диссипативная, и её мощность равна [2, с. 17]

$$W = -\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{x} = -2F = -\alpha \dot{x}^2 = -\alpha v^2(x),$$

таким образом,

$$\frac{dE}{dt} = -\alpha \dot{x}^2.$$

Переходя в последней формуле к конечным интервалам, т.е. интегрируя по времени, получим

$$E(t) - E_0 = -\int_{t_0}^t \alpha v^2(x) dt,$$

где E_0 — полная энергия системы в начальный момент времени. Учитывая, что $dt = \frac{dx}{v(x)}$, перейдём к интегрированию по координате и, расписывая выражения для энергии в явном виде, получим кинетическую энергию диссипативной системы уже как функцию координаты:

$$T(x) = E_0 - U(x) - \int_{x_0}^x \alpha v(x) dx. \quad (6)$$

Наконец, вводя обозначение

$$A(x) = \left| \int_{x_0}^x \alpha v(x) dx \right|, \quad (7)$$

перепишем (6) в виде

$$T(x) = E_0 - U(x) - A(x). \quad (8)$$

Подставляя (8) в уравнение (4) и осуществляя элементарные преобразования, будем иметь:

$$\frac{dA(x)}{dx} - \gamma \sqrt{E_0 - U(x) - A(x)} = 0, \quad (9)$$

а учитывая, что разность $E_0 - U(x)$ есть кинетическая энергия, которой обладала бы система при отсутствии сопротивления и обозначая её

$$K(x) = E_0 - U(x), \quad (10)$$

перепишем (9) в более компактном виде:

$$\frac{dA(x)}{dx} - \gamma \sqrt{K(x) - A(x)} = 0. \quad (11)$$

Функция (7) имеет физический смысл абсолютной величины работы, совершаемой над системой диссипативной силой. Таким образом, задача определения скорости диссипативного движения как функции координаты $v = v(x)$ может быть сведена к задаче отыскания работы диссипативной силы $A(x)$.

Обратим внимание на фигурирующую под радикалом в (11) разность $K(x) - A(x)$, которая согласно (8) представляет собой кинетическую энергию диссипативной системы. Уменьшаемое $K(x)$ здесь может трактоваться как кинетическая энергия т.н. связанной консервативной системы, т.е. системы, имеющей ту же массу и начальные значения скорости и координаты что и диссипативная, но движущейся так, как если бы диссипативная среда отсутствовала. Таким образом, мы снова приходим к идее определения диссипативного движения методом сравнения его со связанным консервативным движением, как и в работах [5, с. 43] и [6, с. 76]. Разница заключается в том, что в [5] и [6] мы рассматривали движение двух систем, синхронное по времени, поэтому их положение отличалось на величину диссипативной поправки, сейчас же рассматриваем движение диссипативной и консервативной систем, имеющих одну и ту же координату. С этой точки зрения работа $A(x)$ может интерпретироваться как диссипативная поправка по энергии относительно консервативного движения, определяемого функцией $K(x)$.

2. Случай слабого сопротивления

Уравнения (9) и (11) также не интегрируются в общем виде, однако по сравнению с исходным уравнением (4) они предоставляют несколько более широкие возможности для анализа. В частности, в случае слабого сопротивления мы можем исходя из физических соображений предполагать, что величина работы диссипативной силы $A(x)$ будет мала по сравнению с величиной $K(x)$. Поэтому, разлагая радикал в (11) в ряд Тейлора по степеням $A(x)$ и пренебрегая всеми членами степени выше первой в связи с их малостью, получим уравнение

$$\frac{dA(x)}{dx} + \frac{\gamma}{2\sqrt{K(x)}} A(x) - \gamma \sqrt{K(x)} = 0, \quad (12)$$

линейное относительно $A(x)$. Интегрируя его в пределах $[x_0, x]$, получим соотношение для $A(x)$:

$$A(x) = \gamma \exp\left(-\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}\right) \left(\int_{x_0}^x \sqrt{K(x)} \exp\left(\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}\right) dx \right), \quad (13)$$

где функция $K(x)$ определяется выражением (10). В принципе, формула (13) даёт общее решение задачи для рассматриваемого случая слабого сопротивления. Некоторая проблема, однако, состоит в том, что для некоторых потенциалов интеграл

$$\int_{x_0}^x \sqrt{K(x)} \exp\left(\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}\right) dx$$

в (13) может оказаться неберущимся. Поэтому преобразуем его следующим образом:

$$\int_{x_0}^x \sqrt{K(x)} \exp\left(\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}\right) dx = \int_{x_0}^x K(x) \exp\left(\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}\right) \frac{dx}{\sqrt{K(x)}},$$

учтём, что выражение $\frac{dx}{\sqrt{K(x)}}$ является производной интеграла $\int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}$ под аргументом экс-

поненты и, применяя интегральную теорему о среднем, получим альтернативное соотношение для $A(x)$:

$$A(x) = \frac{2}{x - x_0} \left(\int_{x_0}^x K(x) dx \right) \left(1 - \exp \left(-\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}} \right) \right). \quad (14)$$

Таким образом, задача сводится, по существу, к взятию интегралов

$$\int_{x_0}^x K(x) dx \quad (15)$$

и

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}} \quad (16)$$

для конкретных потенциалов $U(x)$.

Акцентируем внимание на выражении $\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}}$, входящем в формулы (13) и (14). Подставим сюда значения γ из (5) и $K(x)$ из (10) и произведём некоторые преобразования:

$$\frac{\gamma}{2} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{2}{m}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}} = \frac{\alpha}{m} \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}}.$$

Как известно [1, с. 39], выражение $\tau(x) = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}}$ есть время, затрачиваемое на преодоление расстояния $|x - x_0|$ консервативной системой, движущейся в поле с потенциалом $U(x)$, т. е., в нашей терминологии, связанной консервативной системой. Таким образом, величина работы $A(x)$, определяющая диссипативное движение, оказывается выраженной через функции $K(x)$ и $\tau(x)$, описывающие консервативное движение связанной системы, как и в работах [5, с. 44] и [6, с. 82].

3. Результаты для некоторых потенциалов

Применим полученные в предыдущем подразделе формулы для описания движения в некоторых конкретных полях. Результаты будем выводить графически, используя следующую методику: чёрной пунктирной линией будем выводить график, даваемый формулами (13) или (14) для каждого конкретного потенциала, сплошной серой линией — график численного решения уравнения (11) для каждого конкретного потенциала. Для наглядности будем также выводить график кинетической энергии диссипативной системы $T(x)$, даваемый численным решением уравнения (4) и график функции $K(x)$, определяемой соотношением (10). Все вычисления и построения будем производить с использованием системы компьютерной алгебры (СКА) Maple. Численные решения дифференциальных уравнений будем производить методом Рунге — Кутты 4-5 степени, принятым в СКА Maple по умолчанию

3.1. Однородное поле силы тяжести

Моделировалось падение тела массой $m = 1 \text{ кг}$ с нулевой начальной скоростью в однородном поле силы тяжести с ускорением свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$ в диссипативной среде с коэффициентом сопротивления $\alpha = 0,01$ ($\gamma \approx 0,014$) с начальной координатой $x_0 = -15000 \text{ м}$ и конечной координатой $x = 0 \text{ м}$. Общее расстояние, пройденное телом, равно 15000 м . Подстановка потенциала $U(x) = mgx$ в формулу (13) даёт в этом случае для $A(x)$ следующее соотношение:

$$A(x) = f(x) - f(x_0) \exp\left(\frac{\gamma}{mg}(\sqrt{E_0 - mgx} - \sqrt{E_0 - mgx_0})\right);$$

$$f(x) = 2(E_0 - mgx) + \frac{4mg}{\gamma} \sqrt{E_0 - mgx} + \frac{4m^2 g^2}{\gamma^2}.$$

Соответствующие графики приведены на рис. 1.

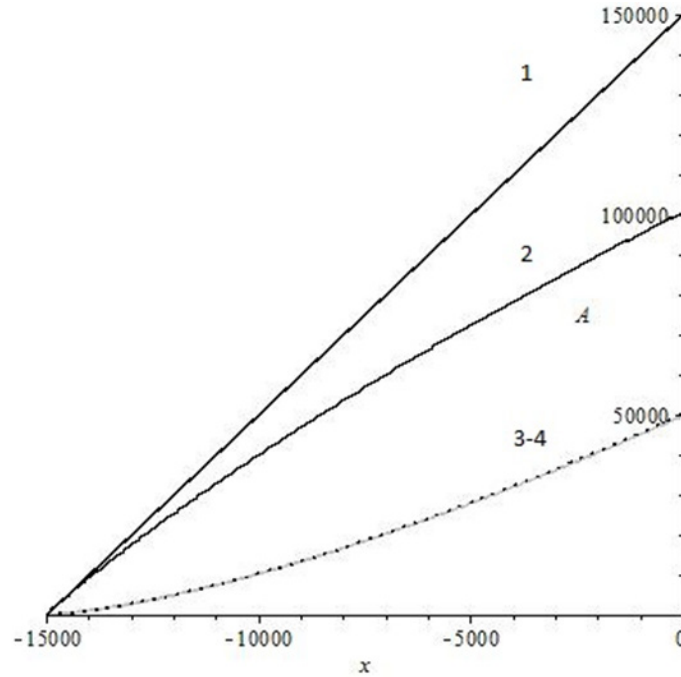


Рис. 1. Кривая 1 — кинетическая энергия связанной консервативной системы, 2 — кинетическая энергия диссипативной системы, 3-4 — наложение графиков численного решения уравнения (11) и аналитического решения уравнения (12)

3.2. Ньютоновское гравитационное поле

Моделировалось движение материальной точки массой $m = 1$ кг с нулевой начальной скоростью в ньютоновском гравитационном поле точечной массы $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ кг в диссипативной среде с коэффициентом сопротивления $\alpha = 50$ ($\gamma \approx 70,71$) с начальной координатой $x_0 = -5000$ м и конечной координатой $x = -1000$ м. Общее расстояние, пройденное телом, равно 4000 м. В данном случае интеграл в (13) получается неберущимся, поэтому подстановка потенциала $U(x) = -G \frac{mM}{x}$ в формулы (15) и (16) даёт для $A(x)$ следующие соотношения:

$$\int_{x_0}^x K(x) dx = (E_0 x - GmM \ln(x)) \Big|_{x_0}^x;$$

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{K(x)}} = \left(\frac{\sqrt{x(E_0 x - GmM)}}{E_0} + \frac{GmM}{2E_0^{3/2}} \ln \left(\sqrt{E_0} x + \sqrt{x(E_0 x - GmM)} - \frac{GmM}{2\sqrt{E_0}} \right) \right) \Big|_{x_0}^x.$$

Соответствующие графики приведены на рис. 2.

Как видно из графиков, при выбранных значениях коэффициента сопротивления аналитические решения уравнения (12), даваемые формулами (13) и (14) в обоих случаях с высокой точностью совпадают с численными решениями уравнения (11).

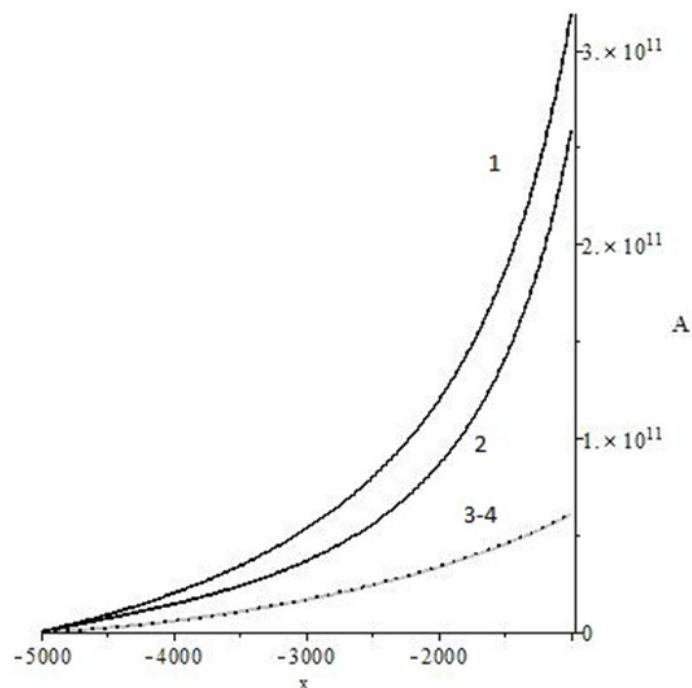


Рис. 2. Кривая 1 — кинетическая энергия связанной консервативной системы, 2 — кинетическая энергия диссипативной системы, 3-4 — наложение графиков численного решения уравнения (11) и аналитического решения уравнения (12)

Заключение

В работе рассмотрено движение диссипативной системы с одной степенью свободы. С помощью теоремы об изменении полной механической энергии задача определения скорости диссипативного движения как функции координаты была сведена к задаче об определении работы диссипативной силы. Получены общие дифференциальные уравнения относительно работы, которые для случая слабого сопротивления удалось свести к линейным дифференциальным уравнениям. Это позволило получить общие аналитические решения в квадратурах, позволяющие определить характеристики диссипативного движения в поле с произвольным потенциалом. Величина работы диссипативной силы оказалась выраженной через функции (кинетическую энергию и время), описывающие движение связанной консервативной системы. Построены графики, иллюстрирующие полученные результаты для движения в конкретных полях: однородном гравитационном поле и гравитационном поле с ньютоновским потенциалом.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: Учеб. пособие в 10-ти т. Т. I. Механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — 4-е изд., испр. — Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 216 с.
2. Савельев, И. В. Основы теоретической физики. Т. I. Механика и электродинамика / И. В. Савельев; — Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. — 416 с.
3. Зайцев, В. Ф. Справочник по нелинейным дифференциальным уравнениям: Приложения в механике, точные решения / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — Москва : Физматлит, 1993. — 464 с.
4. Denman, H. H. Solution of the Hamilton-Jacobi equation for certain dissipative classical mechanical systems / H. H. Denman, L. H. Buch // J. Math. Phys. — 1973. — V. 14, № 3. — p. 326–329.

5. Гришков, А. С. Одномерное движение под действием потенциальной силы в однородной диссипативной среде с линейным по скорости сопротивлением / А. С. Гришков, А. М. Ерёмин // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2019. – С. 42–45.

6. Гришков, А. С. Одномерное движение под действием потенциальной силы в однородной диссипативной среде / А. С. Гришков, Р. С. Вдовин, А. М. Ерёмин, П. В. Захаров // «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики»: сборник трудов международной научной конференции. – Воронеж: Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2020. – С. 75–82.

Гладков С. О., Богданова С. Б. Об общей теории криволинейного движения материальных тел.....	97
Гладышев Ю. А., Лошкарева Е. А. Об одной физической интерпретации обобщенных условий Коши — Римана	102
Глушко А. В., Логинова Е. А., Лесных А. А. Решение нестационарной задачи распространения тепла в полуплоскости с трещиной.....	110
Гришков А. С., Вдовин Р. С., Ерёмин А. М., Захаров П. В. Линейно-замедленное диссипативное движение под действием потенциальной силы в случае слабого сопротивления	114
Гусева Е. Ю., Курбатов В. Г. О наполненности подалгебры локально ядерных операторов ...	121
Додонов А. Е. Оценка решения задачи Коши для однородного уравнения Эйлера	125
Домнич А. А. Задача о неизотермическом течении вязкой жидкости с параметрами, зависящими от температуры	128
Зайцева Н. В. Построение классических решений одного двумерного гиперболического уравнения с нелокальными членами	131
Зарубин А. Н., Чаплыгина Е. В. Задача Коши для уравнения дробного порядка с преддействием и последствием	133
Зикиров О. С., Сагдуллаева М. М. Об одной нелокальной задаче для уравнения теплопроводности	136
Канзеба А. С. Формула для решения одной смешанной задачи с инволюцией.....	138
Каримов Ш. Т., Комилова З. Х. Задача Гурса для одного неклассического уравнения четвёртого порядка с оператором Бесселя	141
Ковалева Л. А. Об одной задаче на двумерной сети	146
Корольков О. Г. Асимптотические методы исследования задачи о вынужденных колебаниях линейного осциллятора	148
Костина Т. И., Силаева М. Н., Алкади Х. М., Приценов М. Ю. Решение сигнальной задачи Майнард с импульсом Максвелла-Фейера.....	152
Курбыко И. Ф. О задаче Коши для эволюционных уравнений с псевдодифференциальными операторами в пространстве обобщённых мер	157
Логинова Е. А., Мануковская О. Е. Решение задачи распространения колебаний в плоском материале с конечной трещиной	161
Масаева О. Х. Задача Дирихле для обобщенного уравнения Лаврентьева — Бицадзе с дробной производной по временной переменной	165
Мегралиев Я. Т., Велиева Б. К. Линейные обратные задачи для линеаризованного уравнения Бенни — Люка с несамосопряженными краевыми условиями.....	167
Папкович М. В., Скоромник О. В. Решение одного класса многомерных интегральных уравнений первого рода с функцией Бесселя — Клиффорда в ядре по пирамидальной области	172
Половинкина М. В., Половинкин И. П. Об одном эффекте перехода от модели с сосредоточенными параметрами к модели с распределенными параметрами.....	179
Провоторов В. В., Жабко А. П. Устойчивость дифференциально-разностной параболической системы с распределенными параметрами на графе	183
Прокопьева Д. Б., Шепелева Р. П., Головкин Н. И. Первая стационарная модель СМО с диффузионной интенсивностью входного потока	189

Н а у ч н о е и з д а н и е

Актуальные проблемы
прикладной математики,
информатики и механики

*Сборник трудов
Международной научной конференции*

Воронеж,
7–9 декабря 2020 г.

Минимальные системные требования:
PC не ниже класса Pentium I, 32 Mb RAM,
свободное место на HDD 170 Mb,
Windows 95/98, Adobe Acrobat Reader,
дисковод CD-ROM 2-х, мышь.

Подписано к использованию 01.04.2021.
Объем данных 79,2 Мб. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
Тираж 350 экз. Заказ 211.

ООО «Вэлборн»
Издательство «Научно-исследовательские публикации»
394068, г. Воронеж, Московский пр-т, 98
Тел. +7 (930) 403-54-18
<http://www.scirep.ru> E-mail: publish@scirep.ru

Изготовлено фирмой «Большой формат» (ООО «Твой выбор»)
394018, г. Воронеж, ул. Кости Стрелюка, д. 11/13, офис 6
Тел. +7 (473) 238-26-38
<http://big-format.ru> E-mail: 382638@mail.ru