

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина»
(АГППУ имени В.М. Шукшина)

Кафедра математики, физики, информатики



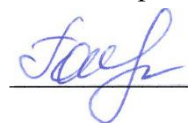
\

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.07 АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили подготовки	Технология и Информатика
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Составитель:
кандидат физико-математических наук, доцент

 Г.С. Шилинг

Бийск 2024

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

на заседании кафедры математики, физики, информатики

(протокол № 5 от 05 февраля 2024 г.)

Заведующий кафедрой

математики, физики, информатики



Г.С. Шилинг

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели дисциплины:

- формирование систематизированных знаний в области алгебры и ее методов.
- формирование систематических знаний в области геометрии и ее основных методов.

Задачи дисциплины:

- формирование понятийного аппарата алгебры, знаний и умений, необходимых для решения типовых алгебраических задач;
- формирование алгебраической культуры, необходимой будущему учителю для глубокого понимания теоретических основ школьного курса математики;
- формирование профессиональной предметной направленности знаний, умений и навыков, полученных при изучении дисциплины.
- познакомить как с групповой, так и со структурной точкой зрения на геометрию;
- научить применять векторный и координатный метод для решения задач;
- дать общее представление об элементах многомерной геометрии аффинного и евклидова пространства;
- научить использовать знания топологии при определении линий, поверхностей, геометрических тел;
- научить применять полученные знания для решения задач школьного курса геометрии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части профессионального цикла (Б1.О.07). Областью профессиональной деятельности бакалавров, на которую ориентирует дисциплина «Алгебра и геометрия», является образование.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности бакалавров:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- образовательные системы.

Профильной для данной дисциплины является профессиональная деятельность бакалавров.

Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Геометрия» на предыдущем уровне образования.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для изучения по учебному плану смежных с ней дисциплин и является основой для последующего изучения курсов по выбору студентов, содержание которых связано с углубленным изучением понятия числа и его обобщений.

1. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих *компетенций*:

- Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);
- Способен проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету Информатика (ПК-3).

Наименование и код индикаторов достижения компетенций:

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- УК-1.1 - знание механизмов и методик поиска, анализа и синтеза информации, включающие системный подход в области образования (З.1);
- УК-1.2 - знание методик постановки цели и способов её достижения, научного представления о результатах обработки информации (З.2);
- ПК-3.1 - знание теоретических основ информатики, принципов функционирования информационных систем и технологий (З.1).

уметь:

- УК-1.3 - умение анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи (У.1);
- УК-1.4 - умение находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (У.2);
- УК-1.5 - умение рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки (У.3).

владеть:

- УК-1.6 - владение методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них (В.1);
- УК-1.7 - владение механизмами поиска информации в том числе с применением современных информационных и коммуникационных технологий (В.2).

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	2
Аудиторные занятия (всего)	40	18	22
В том числе:			
Лекции (Л)	14	8	6
Практические занятия (ПЗ)	26	10	16
Семинары (С)		-	-
Лабораторные работы (ЛР)		-	-
Самостоятельная работа студентов (СРС) (всего)	68	50	18
В том числе:			
Подготовка к практическим занятиям	16	10	6
Коллоквиум	14	10	4
Теоретический опрос	14	10	4
Индивидуальное домашнее задание	14	10	4
Итоговый (семестровый) тест	10	10	-
Подготовка к аудиторным проверочным (контрольным) работам	-	-	-
Вид промежуточной аттестации	Зач. с оц.	-	Зач. с оц.
Общая трудоемкость в часах	108	36	72

Общая трудоемкость в часах в зачетных единицах	3	1	2
--	---	---	---

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Содержание разделов (модулей) дисциплины

1 часть

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
1.	Элементы теории множеств и логики	Высказывания; логические операции над высказываниями. Понятие высказывания; логические операции над высказываниями. Формулы логики высказываний; таблицы истинности; равносильные формулы; основные равносильности логики высказываний. Множество. Операции над множествами. Множество. Подмножество. Операции над множествами; основные свойства операций. Предикаты. Кванторы. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов. Предикаты. Операции над предикатами. Кванторы общности и существования. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов. Обратная и противоположная теоремы. Необходимое и достаточное условия. Виды косвенных доказательств
2.	Бинарные отношения и отображения	Бинарные отношения. Бинарные отношения на множестве и их свойства. Бинарные отношения; область определения, область значений бинарных отношений. Способы задания бинарных отношений; граф и график бинарных отношений. Отношение, обратное данному. Отношения на множестве и их свойства. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Отношение эквивалентности; классы эквивалентности и фактор-множество. Понятие разбиения; связь отношения эквивалентности, заданного на множестве, с разбиением этого множества. Отношение порядка; упорядоченные (строго, нестрого, частично, линейно) множества. Отображение (функция); виды отображений. Частичное отображение. Отображение (функция); виды отображений: инъективное, сюръективное и биективное отображения. Обратное отображение; необходимое и достаточное условие обратимости отображения. Взаимнооднозначные отображения и мощности множеств; счётные множества. Композиция отображений.
3	Алгебры	Бинарные алгебраические операции. Группа. Подгруппа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Бинарные алгебраические операции; виды бинарных операций. Понятие алгебры, алгебраической системы. Группа, примеры групп; аддитивная и мультипликативная

		формы записи групп. Простейшие свойства группы. Подгруппа; примеры подгрупп; критерий подгруппы. Система натуральных чисел. Принцип математической индукции. Система натуральных чисел; аксиомы Пеано. Принцип математической индукции. Метод математической индукции как метод доказательства утверждений и его разновидности. Кольцо. Простейшие свойства кольца. Кольцо целых чисел. Кольцо; примеры колец. Кольцо целых чисел; отношение делимости в кольце целых чисел; теорема о делении с остатком. Отношение сравнения по модулю m в кольце целых чисел; классы вычетов по модулю m; кольцо классов вычетов Z_m. Простейшие свойства кольца. Подкольцо данного кольца. Поле. Простейшие свойства поля. Определение поля; примеры полей. Z_p как пример конечного нечислового поля. Простейшие свойства поля; отсутствие в поле делителей нуля. Подполе; расширение поля. Упорядоченные поля. Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Построение поля C, являющегося расширением поля действительных чисел R и его минимальность. Алгебраическая форма комплексного числа. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа; умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами. Корни n-ной степени из комплексного числа. Корни из единицы. Корни n-ной степени из комплексного числа; геометрическое изображение корней на комплексной плоскости. Корни из единицы; свойства корней n-ной степени из единицы; первообразные корни n-ной степени из единицы.
--	--	--

2 часть

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
4.	Арифметическое n -мерное векторное пространство и системы линейных алгебраических уравнений	Арифметическое n-мерное векторное пространство. Понятие системы линейных уравнений. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Понятие системы линейных уравнений (СЛУ) и её решения; равносильные СЛУ. Элементарные преобразования системы; обратимость элементарных преобразований; равносильность данной системы линейных уравнений и СЛУ, полученной из данной в результате цепочки элементарных преобразований.

	Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). Равносильность произвольной СЛУ системе, имеющей ступенчатый вид. Исследование системы линейных уравнений по виду ступенчатой СЛУ, полученной из данной в результате цепочки элементарных преобразований. Однородные СЛУ; свойства решений однородной СЛУ. Линейная зависимость и независимость системы арифметических n-мерных векторов. Линейная зависимость и независимость системы арифметических n-мерных векторов; свойства линейной зависимости и независимости; критерий линейной зависимости, усиленный критерий. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг конечной системы арифметических n-мерных векторов. Базис конечной системы арифметических n-мерных векторов; теорема о существовании базиса конечной системы арифметических n-мерных векторов. Ранг конечной системы арифметических n-мерных векторов; свойства ранга. Строчечный ранг матрицы. Вычисление строчечного ранга матрицы приведением к ступенчатому виду. Строчечный ранг матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы; неизменяемость строчечного ранга при элементарных преобразованиях. Матрицы ступенчатого вида; строчечный ранг ступенчатой матрицы; вычисление строчечного ранга матрицы приведением к ступенчатому виду. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности СЛУ. Столбцовый ранг матрицы; неизменяемость столбцового ранга матрицы при элементарных преобразованиях строк. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности СЛУ (Кронекера – Капелли). Однородные СЛУ; фундаментальная система решений однородной СЛУ. Связь между решениями неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы линейных уравнений.
--	--

5.	Матрицы определители	и Матрицы. Операции над матрицами. Понятие матрицы; частные виды матриц. Операции над матрицами; свойства операций над матрицами. Транспонирование матриц; свойства операции транспонирования. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения СЛУ. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы; виды элементарных матриц. Сводимость элементарных преобразований матрицы к умножению ее на некоторую элементарную матрицу. Условия обратимости матриц. Представление обратимой матрицы в виде произведения элементарных матриц. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения СЛУ. Перестановки. Подстановки. Группа подстановок степени n. Понятие перестановки из n элементов. Инверсии в перестановке. Четность перестановки. Понятие подстановки n-ной степени. Четность подстановки. Произведение (композиция) подстановок. Группа подстановок (симметрическая группа) степени n. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителя. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Вычисление определителя квадратной матрицы. Определитель произведения матриц. Понятие минора k-того порядка матрицы. Теорема о ранге матрицы. Второй способ вычисления обратной матрицы. Метод Крамера для решения СЛУ.
6.	Абстрактные векторные пространства	Векторное пространство. Подпространство. Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств. Векторное пространство; примеры векторных пространств; простейшие свойства векторных пространств. Подпространство; критерий подпространства; сумма и прямая сумма подпространств. Линейная оболочка. Базис и размерность конечномерного векторного пространства; свойства размерности; переход от одного базиса к другому. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности. Векторное пространство со скалярным умножением. Евклидово векторное пространство. Векторное пространство со скалярным умножением. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству. Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

7.	Линейные операторы	Линейные отображения и операторы векторных пространств. Матрица линейного оператора. Линейные отображения и операторы векторных пространств. Задание линейного отображения с помощью образов базисных векторов. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц. Область значений и ранг линейного оператора. Ядро и дефект линейного оператора. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Область значений и ранг линейного оператора. Ядро и дефект линейного оператора. Обратимые линейные операторы. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице.
----	--------------------	--

3 часть

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
8.	Элементы теории групп	Полугруппы. Группа подстановок на множестве M. Теорема Кэли. Полугруппы. Моноиды. Обобщенный закон ассоциативности для полугрупп. Подгруппы. Группа подстановок n-ной степени. Группа подстановок на множестве M. Теорема Кэли. Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Нормальный делитель. Фактор-группа. Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Правые и левые смежные классы. Теорема Лагранжа и ее следствия. Нормальный делитель. Критерий нормального делителя. Фактор-группа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теорема об эпиморфизмах для групп. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теорема об эпиморфизмах для групп. Порядок элемента группы. Циклические группы. Порядок элемента группы, его свойства. Циклические группы, их описание. Подгруппы циклических групп. Изоморфизм бесконечных циклических групп; изоморфизм конечных циклических групп одного порядка.

9.	Элементы теории колец	Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Определение идеала кольца, примеры идеалов; критерий идеала. Сумма и пересечение идеалов. Отношение сравнения по идеалу в кольце и его свойства. Определение и свойства классов вычетов по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема об эпиморфизмах для колец. Виды колец. Сумма и произведение смежных классов кольца по идеалу. Теорема о фактор-кольце. Морфизмы колец. Ядро гомоморфизма. Теорема об эпиморфизмах для колец. Виды колец: область целостности, кольцо главных идеалов, факториальные и евклидовы кольца.
----	-----------------------	---

4

часть

10.	Многочлены	Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Отношение делимости в кольце многочленов. Деление многочлена на двучлен, теорема Безу. Корни многочлена; наибольшее возможное число корней многочлена над областью целостности. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов над бесконечной областью целостности. Кольцо многочленов над полем. Кольцо многочленов над полем. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель многочленов; алгоритм Евклида; линейное разложение НОД двух многочленов. Наименьшее общее кратное. Неприводимые над данным полем многочлены. Факториальность кольца многочленов над полем. Приводимые и неприводимые над данным полем многочлены. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей. Формальная производная многочлена; формула Тейлора. Кратные корни многочлена. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Определение кольца многочленов от нескольких переменных. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем. Степень одночлена. Лексикографическое упорядочение одночленов и его свойства. Высший член произведения двух ненулевых многочленов. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Определение симметрического многочлена. Лемма о высшем члене симметрического многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. Практический способ выражения симметрического многочлена через элементарные симметрические. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Лемма о многочлене без свободного члена. Лемма о возрастании модуля многочлена. Лемма
-----	------------	--

		Даламбера. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение линейных множителей. Формулы Виета. Многочлены от одной переменной над полями R и Q. Сопряжённость мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Многочлены над полем рациональных чисел. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Решение уравнений третьей и четвёртой степени. Решение уравнений третьей степени по формулам Кардано. Решение уравнений четвёртой степени методом Феррари.
11.	Расширения полей	Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля. Алгебраический над полем элемент и его минимальный многочлен; неприводимость минимального многочлена; степень алгебраического над полем элемента. Теоремы о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Условие разрешимости уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Понятие разрешимости уравнения в квадратных радикалах. Условие разрешимости уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

5 часть

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
	ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ. ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ	
1.1.	Элементы векторной алгебры	Вектор. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейная зависимость векторов. Векторное пространство. Базис и размерность векторного пространства. Векторные подпространства. Координаты вектора и их свойства. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов. Приложение векторной алгебры к решению задач.
1.2.	Метод координат на плоскости	Аффинная система координат на плоскости. Координаты вектора и точки. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольная декартова система координат на плоскости. Вычисление скалярного произведения. Метрические задачи. Преобразование координат на плоскости. Полярные

		координаты, их связь с прямоугольными декартовыми координатами. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств. Алгебраическая линия и ее порядок. Координатный метод решения геометрических задач.
1.3	Прямая линия на плоскости	Прямая как линия первого порядка. Различные способы задания прямой. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax + By + C$. Прямая в прямоугольной декартовой системе. Вектор нормали. Метрические задачи на прямую. Приложение к решению задач школьного курса геометрии
1.4	Линии второго порядка	Эллипс. Определение, каноническое уравнение, свойства. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Диаметры эллипса, касательная к эллипсу. Гипербола: определение, каноническое уравнение, свойства. Асимптоты, диаметры, касательная. Парабола. Определение, каноническое уравнение, свойства. Диаметры и касательная. Оптическое свойство. Уравнения линий второго порядка в полярных координатах
<i>ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ</i>		
2.1	Отображения и преобразования множеств	Отображения множеств. Преобразования плоскости. Группа преобразований плоскости. Подгруппа группы преобразований плоскости.
2.2	Движения плоскости	Движение плоскости. Аналитическое задание. Свойства движений. Частные виды движений. Движения первого и второго рода и их классификация. Разложение движений в произведение осевых симметрий. Группа движений и ее подгруппы. Равенство фигур
2.3	Подобия плоскости	Преобразование подобия. Гомотетия. Аналитическое задание подобия. Свойства подобия. Группа подобий плоскости и ее подгруппы. Подобие фигур. Предмет евклидовой геометрии
2.4	Аффинные преобразования плоскости	Аффинное преобразование, его аналитическое выражение. Свойства аффинных преобразований. Перспективно-аффинные преобразования. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур. Предмет аффинной геометрии. Приложение преобразований к решению задач школьного курса геометрии
<i>ПРЯМЫЕ, ПЛОСКОСТИ И КВАДРИКИ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ</i>		
3.1	Векторное смешанное произведение.	Компланарность векторов. Базис в трехмерном векторном пространстве. Аффинная система координат в пространстве. Деление отрезка

	Метод координат в пространстве	в данном отношении. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Вычисление скалярного произведения, координат векторного произведения, вычисление смешанного произведения. Метрические задачи. Преобразование координат в пространстве. Поверхность и ее уравнение. Алгебраическая поверхность. Линия в пространстве и ее уравнение. Приложение векторной алгебры и метода координат к решению стереометрических школьных задач школьного курса геометрии
3.2	Плоскости и прямые в трехмерном пространстве	Плоскость как поверхность первого порядка. Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение двух и трех плоскостей в пространстве. Геометрический смысл знака четырехчлена $Ax + By + Cz + D$. Плоскость в прямоугольной декартовой системе. Метрические задачи. Различные способы задания прямой. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости в пространстве. Метрические задачи на прямую
3.3	Преобразования пространства	Движение пространства. Преобразование подобия и аффинные преобразования. Групповой подход к геометрии.
3.4	Поверхности второго порядка	Поверхности вращения. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности вращения второго порядка. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Изучение их свойств по каноническим уравнениям. Прямолинейные образующие поверхности. Конические сечения.
3.5	Аффинные и евклидовы n-мерные пространства	Аксиомы Вейля n-мерного аффинного пространства. Аффинная система координат. Преобразование координат. K-мерные плоскости. Взаимное расположение двух гиперплоскостей. Линейные и билинейные формы на векторном пространстве. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. n-мерное евклидово пространство. Ортонормированная система координат. Метрические задачи
3.6	Квадратичные формы и квадрики	Квадратичная форма, ее ранг. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Квадрики в аффинном пространстве. Центр квадрики. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду. Классификация квадрик в аффинном пространстве. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду в n-мерном евклидовом пространстве.
	ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ	
4.1	Проективное пространство	Центральное проектирование и его свойства. n-мерное проективное пространство. Проективная прямая и плоскость, их модели.

		Проективные координаты на прямой и плоскости, их преобразования. Уравнение прямой на проективной плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Принцип двойственности. Теорема Дезарга. Сложное отношение четырех точек прямой, свойства. Сложное отношение четырех прямых пучка. Проективные преобразования плоскости. Гомология. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии. Гармонические четверки точек. Полный четырехвершинник. Проективные и перспективные отображения прямых. Проективные преобразования прямой. Инволюция. Разложение проективных отображений и преобразований прямых в произведение перспективных отображений.
4.2	Линии второго порядка на проективной плоскости	Линия второго порядка на проективной плоскости, ее ранг. Приведение уравнения линии к каноническому виду, классификация линий. Пересечение линии второго порядка с прямой. Касательная к линии. Действительный овал. Сопряженность точек относительно овала. Полнос и полясра. Полясритет. Теорема Штейнера и Паскаля. Конструктивные задачи. Аффинная и евклидова геометрия с проективной точки зрения. Приложение идей и методов проективной геометрии к решению школьных задач
	<i>МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ</i>	
5.1	Изображение плоских и пространственных фигур. Позиционные и метрические задачи	Параллельное проектирование и его свойства. Аффинная эквивалентность фигур. Изображение плоских фигур в параллельных проекциях. Теорема Польке-Шварца. Изображение пространственных фигур в параллельных проекциях. Аксонометрия. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи. Метрически определенные изображения. Метрические задачи. Понятие о методе Монжа

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	В том числе в интерактивной форме (час)	СРС	Все- го
1.	Элементы теории множеств и логики	2	-	2 ч	8	10
2.	Бинарные отношения и отображения	2	-	2 ч	8	10
3.	Арифметическое n-мерное векторное пространство и системы линейных алгебраических уравнений	2	2	2 ч	4	8
4.	Матрицы и определители	2	2	2 ч	4	8
5.	Абстрактные векторные пространства	2	2	2 ч	4	8
6.	Линейные операторы	2	2	2 ч	4	8
7.	Элементы теории групп	2	2	2 ч	4	8
8.	Элементы теории колец	-	2	-	4	6
9.	Многочлены	-	2	-	4	6
10.	Расширения полей	-	2	-	4	6
11.	Элементы векторной алгебры. Геометрия на плоскости	-	2	-	4	6
12.	Преобразования плоскости	-	2	-	4	6
13.	Плоскости, прямые и квадратики в трехмерном пространстве	-	2	-	4	6
14.	Проективная геометрия	-	2	-	4	6
15.	Методы изображений	-	2	-	4	6
	Всего:	14	26	14	68	108
В том числе, использование интерактивных форм, технологий				Лекц. 6	Практ. 8	

Лекции

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Лекции – 1 часть		
1	Элементы теории множеств и логики	Высказывания; логические операции над высказываниями. Понятие высказывания; логические операции над высказываниями. Формулы логики высказываний; таблицы истинности; равносильные формулы; основные равносильности логики высказываний.
		Множество. Операции над множествами. Множество. Подмножество. Операции над множествами; основные свойства операций.
		Предикаты. Кванторы. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов. Предикаты. Операции над предикатами. Кванторы общности и существования. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов. Обратная и противоположная теоремы. Необходимое и достаточное условия. Виды косвенных доказательств
2	Бинарные отношения и отображения	Бинарные отношения. Бинарные отношения на множестве и их свойства. Бинарные отношения; область определения, область значений бинарных отношений. Способы задания бинарных отношений; граф и график бинарных отношений. Отношение, обратное данному. Отношения на множестве и их свойства.
		Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Отношение эквивалентности; классы эквивалентности и фактор-множество. Понятие разбиения; связь отношения эквивалентности, заданного на множестве, с разбиением этого множества. Отношение порядка; упорядоченные (строго, нестрого, частично, линейно) множества.
		Отображение (функция); виды отображений. Частичное отображение. Отображение (функция); виды отображений: инъективное, сюръективное и биективное отображения. Обратное отображение; необходимое и достаточное условие обратимости отображения. Взаимнооднозначные отображения и мощности множеств; счётные множества. Композиция отображений.

3	Алгебры	Бинарные алгебраические операции. Группа. Подгруппа. Бинарные алгебраические операции; виды бинарных операций. Понятие алгебры, алгебраической системы. Группа, примеры групп; аддитивная и мультипликативная формы записи групп. Простейшие свойства группы. Подгруппа; примеры подгрупп; критерий подгруппы.
		Система натуральных чисел. Принцип математической индукции. Система натуральных чисел; аксиомы Пеано. Принцип математической индукции. Метод математической индукции как метод доказательства утверждений и его разновидности.
		Кольцо. Простейшие свойства кольца. Кольцо целых чисел. Кольцо; примеры колец. Кольцо целых чисел; отношение делимости в кольце целых чисел; теорема о делении с остатком. Отношение сравнения по модулю m в кольце целых чисел; классы вычетов по модулю m; кольцо классов вычетов Z_m. Простейшие свойства кольца. Подкольцо данного кольца.
		Поле. Простейшие свойства поля. Определение поля; примеры полей. Z_p как пример конечного нечислового поля. Простейшие свойства поля; отсутствие в поле делителей нуля. Подполе; расширение поля. Упорядоченные поля.
		Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Построение поля C, являющегося расширением поля действительных чисел R и его минимальность. Алгебраическая форма комплексного числа. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа; умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра. Геометрическая интерпретация операций умножения и деления над комплексными числами. Корни n-ной степени из комплексного числа. Корни из единицы. Корни n-ной степени из комплексного числа; геометрическое изображение корней на комплексной плоскости. Корни из единицы; свойства корней n-ной степени из единицы; первообразные корни n-ной степени из единицы.

Лекции – 2 часть		
1	Арифметическое n -мерное векторное пространство и системы линейных алгебраических уравнений	Арифметическое n-мерное векторное пространство. Понятие системы линейных алгебраических уравнений. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Понятие системы линейных уравнений (СЛУ) и её решения; равносильные СЛУ. Элементарные преобразования системы; обратимость элементарных преобразований; равносильность данной системы линейных уравнений и СЛУ, полученной из данной в результате цепочки элементарных преобразований.
		Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса). Равносильность произвольной СЛУ системе, имеющей ступенчатый вид. Исследование системы линейных уравнений по виду ступенчатой СЛУ, полученной из данной в результате цепочки элементарных преобразований. Однородные СЛУ; свойства решений однородной СЛУ.
		Линейная зависимость и независимость системы арифметических n-мерных векторов. Линейная зависимость и независимость системы арифметических n-мерных векторов; свойства линейной зависимости и независимости; критерий линейной зависимости, усиленный критерий. Эквивалентные системы векторов.
		Базис и ранг конечной системы арифметических n-мерных векторов. Базис конечной системы арифметических n-мерных векторов; теорема о существовании базиса конечной системы арифметических n-мерных векторов. Ранг конечной системы арифметических n-мерных векторов; свойства ранга.
		Строчечный ранг матрицы. Вычисление строчечного ранга матрицы приведением к ступенчатому виду. Строчечный ранг матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы; неизменяемость строчечного ранга при элементарных преобразованиях. Матрицы ступенчатого вида; строчечный ранг ступенчатой матрицы; вычисление строчечного ранга матрицы приведением к ступенчатому виду.

		Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности СЛУ. Столбцовый ранг матрицы; неизменяемость столбцового ранга матрицы при элементарных преобразованиях строк. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности СЛУ (Кронекера – Капелли). Однородные СЛУ; фундаментальная система решений однородной СЛУ. Связь между решениями неоднородной и ассоциированной с ней однородной системы линейных уравнений.
2	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами. Понятие матрицы; частные виды матриц. Операции над матрицами; свойства операций над матрицами. Транспонирование матриц; свойства операции транспонирования. Обратимые матрицы. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения СЛУ. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы; виды элементарных матриц. Сводимость элементарных преобразований матрицы к умножению ее на некоторую элементарную матрицу. Условия обратимости матриц. Представление обратной матрицы в виде произведения элементарных матриц. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения СЛУ. Перестановки. Подстановки. Группа подстановок степени n. Понятие перестановки из n элементов. Инверсии в перестановке. Четность перестановки. Понятие подстановки n-ной степени. Четность подстановки. Произведение (композиция) подстановок. Группа подстановок (симметрическая группа) степени n. Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителя. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Вычисление определителя квадратной матрицы. Определитель произведения матриц. Понятие минора k-того порядка матрицы. Теорема о ранге матрицы. Второй способ вычисления обратной матрицы. Метод Крамера для решения СЛУ.
3	Абстрактные векторные пространства	Векторное пространство. Подпространство. Векторное пространство; примеры векторных пространств; простейшие свойства векторных пространств. Подпространство; критерий подпространства; сумма и прямая сумма подпространств.

		Базис и размерность конечномерного векторного пространства. Линейная оболочка. Базис и размерность конечномерного векторного пространства; свойства размерности; переход от одного базиса к другому.
		Изоморфизм векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
		Векторное пространство со скалярным умножением. Векторное пространство со скалярным умножением. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.
		Евклидово векторное пространство. Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортонормированный базис евклидова пространства. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
4	Линейные операторы	Линейные отображения и операторы векторных пространств. Матрица линейного оператора. Линейные отображения и операторы векторных пространств. Задание линейного отображения с помощью образов базисных векторов. Матрица линейного оператора. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$. Связь между матрицами линейного оператора относительно различных базисов; подобие матриц.
		Область значений и ранг линейного оператора. Ядро и дефект линейного оператора. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Область значений и ранг линейного оператора. Ядро и дефект линейного оператора. Обратимые линейные операторы. Алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры..
		Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице
Лекции – 3 часть		
1	Элементы теории групп	Полугруппы. Группа подстановок на множестве M. Теорема Кэли. Полугруппы. Моноиды. Обобщенный закон ассоциативности для полугрупп. Подгруппы. Группа подстановок n-ной степени. Группа подстановок на множестве M. Теорема Кэли.

		Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Нормальный делитель. Фактор-группа. Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Правые и левые смежные классы. Теорема Лагранжа и ее следствия. Нормальный делитель. Критерий нормального делителя. Фактор-группа. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теорема об эпиморфизмах для групп. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теорема об эпиморфизмах для групп. Порядок элемента группы. Циклические группы. Порядок элемента группы, его свойства. Циклические группы, их описание. Подгруппы циклических групп. Изоморфизм бесконечных циклических групп; изоморфизм конечных циклических групп одного порядка.
2	Элементы теории колец	Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Определение идеала кольца, примеры идеалов; критерий идеала. Сумма и пересечение идеалов. Отношение сравнения по идеалу в кольце и его свойства. Определение и свойства классов вычетов по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема об эпиморфизмах для колец. Виды колец. Сумма и произведение смежных классов кольца по идеалу. Теорема о фактор-кольце. Морфизмы колец. Ядро гомоморфизма. Теорема об эпиморфизмах для колец. Виды колец: область целостности, кольцо главных идеалов, факториальные и евклидовы кольца.
Лекции – 4 часть		
1	Многочлены	Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Отношение делимости в кольце многочленов. Деление многочлена на двучлен, теорема Безу. Деление многочлена на двучлен, теорема Безу. Схема Горнера. Корни многочлена; наибольшее возможное число корней многочлена над областью целостности. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов над бесконечной областью целостности. Кольцо многочленов над полем. Кольцо многочленов над полем. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель многочленов; алгоритм Евклида; линейное разложение НОД двух многочленов. Наименьшее общее кратное.

		Неприводимые над данным полем многочлены. Факториальность кольца многочленов над полем. Приводимые и неприводимые над данным полем многочлены. Разложение многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей. Формальная производная многочлена; формула Тейлора. Кратные корни многочлена.
		Кольцо многочленов от нескольких переменных. Определение кольца многочленов от нескольких переменных. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем. Степень одночлена. Лексикографическое упорядочение одночленов и его свойства. Высший член произведения двух ненулевых многочленов.
		Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Определение симметрического многочлена. Лемма о высшем члене симметрического многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. Практический способ выражения симметрического многочлена через элементарные симметрические.
		Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Лемма о многочлене без свободного члена. Лемма о возрастании модуля многочлена. Лемма Даламбера. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение линейных множителей. Формулы Виета.
		Многочлены от одной переменной над полями $\mathbf{R}$ и $\mathbf{Q}$. Сопряжённость мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Многочлены над полем рациональных чисел. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
		Решение уравнений третьей и четвёртой степени. Решение уравнений третьей степени по формулам Кардано. Решение уравнений четвёртой степени методом Феррари.
2	Расширения полей	Строение простого алгебраического расширения поля. Алгебраический над полем элемент и его минимальный многочлен; неприводимость минимального многочлена; степень

		алгебраического над полем элемента. Теоремы о строении простого алгебраического расширения поля.
		Алгебраические и трансцендентные числа. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Алгебраические и трансцендентные числа.
		Условие разрешимости уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Понятие разрешимости уравнения в квадратных радикалах. Условие разрешимости уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Практические занятия – 1 часть		
1	Элементы теории множеств и логики	Высказывания; логические операции над высказываниями.
		Множество. Операции над множествами.
		Предикаты. Кванторы. Запись математических утверждений в виде формул логики предикатов.
2	Бинарные отношения и отображения	Бинарные отношения. Бинарные отношения на множестве и их свойства.
		Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
		Отображение (функция); виды отображений. Композиция отображений.
		Контрольная работа № 1
3	Алгебры	Бинарные алгебраические операции. Группы
		Система натуральных чисел. Принцип математической индукции
		Кольца. Кольцо целых чисел. Поля. Подполе; расширение поля
		Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах
		Корни n -ной степени из комплексного числа. Корни из единицы.
		Контрольная работа № 2
Практические занятия – 2 часть		
1	Арифметическое n -мерное векторное пространство и системы линейных алгебраических уравнений	Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса)
		Решение СЛУ методом последовательного исключения неизвестных (методом Гаусса)

		Линейная зависимость и независимость системы арифметических n -мерных векторов
		Базис и ранг конечной системы арифметических n -мерных векторов
		Строчечный ранг матрицы. Вычисление строчечного ранга матрицы приведением к ступенчатому виду
		Критерий совместности СЛУ (Кронекера-Капелли). Однородные СЛУ; фундаментальная система решений однородной СЛУ
		Контрольная работа № 3
2	Матрицы и определители	Матрицы. Операции над матрицами
		Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Матричный метод решения СЛУ
		Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителя.
		Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Метод Крамера для решения СЛУ
3	Абстрактные векторные пространства	Векторное пространство. Базис и размерность конечномерного векторного пространства
		Изоморфизм векторных пространств
		Векторное пространство со скалярным умножением. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации
		Евклидово векторное пространство. Ортонормированный базис евклидова пространства
4	Линейные операторы	Матрица линейного оператора. Область значений и ранг линейного оператора. Ядро и дефект линейного оператора
		Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
		Контрольная работа № 4
Практические занятия – 3 часть		
1	Элементы теории групп	Полугруппы. Моноиды. Группа подстановок на множестве M . Теорема Кэли.
		Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Нормальный делитель. Фактор-группа
		Гомоморфизмы и изоморфизмы групп
		Порядок элемента группы. Циклические группы. Теорема Лагранжа
		Контрольная работа № 5
2	Элементы теории колец	Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Фактор-кольцо
		Морфизмы колец.
Практические занятия – 4 часть		
1	Многочлены	Кольцо многочленов от одной переменной над областью целостности. Отношение делимости в кольце многочленов

		Деление многочлена на двучлен, теорема Безу. Корни многочлена
		Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем. Наибольший общий делитель многочленов; алгоритм Евклида
		Приводимые и неприводимые над данным полем многочлены. Формальная производная многочлена. Кратные корни многочлена
		Симметрические многочлены. Практический способ выражения симметрического многочлена через элементарные симметрические
		Основная теорема алгебры. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение линейных множителей. Формулы Виета
		Многочлены от одной переменной над полем R
		Многочлены над полем рациональных чисел
		Решение уравнений третьей и четвёртой степени
2	Расширения полей	Алгебраический над полем элемент и его минимальный многочлен. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
		Алгебраические и трансцендентные числа

6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторный практикум по алгебре учебным планом не предусмотрен

7. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

Курсовой проект (работа) по алгебре учебным планом не предусмотрен

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 278 с. — ISBN 978-5-374-00535-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html>
2. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие для СПО / Г. А. Сикорская. — Саратов : Профобразование, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-4488-0612-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91847.html>
3. Матвеев, С. Н. Геометрия : учебно-методическое пособие по аналитической и конструктивной геометрии для самостоятельной работы обучающихся очной, заочной и дистанционной форм обучения по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование / С. Н. Матвеев, Р. Г. Шакиров, Г. Р. Антропова. — Набережные Челны : Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. — 59 с. — ISBN 978-5-98452-190-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/97122.html>

б) дополнительная литература;

1. *Кострикин, А.И.* Введение в алгебру. Ч.2. Линейная алгебра. [Текст]: учебник для вузов / А.И. Кострикин. - М.: Физматлит, 2001.-272с.
2. *Кострикин, А.И.* Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры. [Текст]: учебник для вузов. / А.И. Кострикин. 2-е изд. испр.- М.: Физматлит, 2004.-272с.
3. *Крючков, Н.И. Крючкова, В.В.* Сборник заданий по алгебре. [Текст]: учебное пособие для вузов/ Н. И. Крючков, В. В. Крючкова. – М.: Академия, 2007. – 192 с.
4. *Чупина, Е.И.* Введение в алгебру. [Текст]: учебно-методическое пособие для студентов вузов / Е.И. Чупина; Алтайская гос. академия обр-я им. В. М. Шукшина. – Бийск: ФГБОУ ВПО «АГАО», 2011. - 72 с.
5. *Заика, В. В.* Преобразования плоскости [Текст]: учебное пособие / В. В. Заика, Т. Ф. Фролова. – Бийск: БПГУ, 2004. – 76 с.

в) программное обеспечение:

1. Работа на компьютере проводится с использованием лицензионных версий операционной системы Microsoft Windows XP Prof.
2. Для работы в библиотеке используется общеузовское лицензионное программное обеспечение «Ирбис-64», в составе которого входят АРМ «Каталогизатор», АРМ «Читатель», АРМ «Администратор», АРМ «Комплектатор», Web-Ирбис (CZ39.50)
3. Лицензионная программа АУП (Шахты) – комплекс «Электронные ведомости»

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Национальный цифровой ресурс Руконт. Режим доступа [<http://www.rucont.ru/>].
 2. Университетская библиотека он-лайн. Режим доступа [<http://www.biblioclub.ru/>].
- б) интернет-ресурсы 1. <http://www.4p.ru> 2. <http://marketing.com.ru>

д) Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Организация самостоятельной работы студентов в учреждении высшего образования [Текст]: методические рекомендации / Сост.Е.Б. Манузина, Е.Э. Норина; Алтайская гос. Академия обр-я им. В.М. Шукшина. – Бийск: ФГБОУ ВПО «АГАО», 2014. – 84 с.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player), мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения практических занятий:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player), мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player), мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player) с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещения для самостоятельной работы:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player) с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Читальный зал, оснащенный автоматизированными и обычными рабочими местами, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (Лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Kaspersky. Свободно распространяемое программное обеспечение: Google Chrome, 7Zip), копировальной машиной, принтерами, сканерами, с наличием автоматизированных рабочих мест для пользователей с проблемами зрения: специальное программное обеспечение, тифлофлешплееры, электронная лупа, читающая машина. Для обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ специализированные сервисы и информационные ресурсы при помощи программно-аппаратных комплексов:

- тифло-флеш-плееров Victor Reader Stream с удобной системой навигации;
- АРМ с проводными гарнитурами Jabra UC VOICE 550 Duo и Windows-приложением для преобразования речи в текст VOCO. Professional .;
- электронного видео-увеличителя Ruby.;
- сканирующего и читающего устройства Eye-Pal Vision;
- специализированного программного обеспечения Easy Converter для создания цифровых говорящих книг в формате DAIZY.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью: шкаф для хранения учебных наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации; стол, стул, компьютер, принтер, учебно-методические пособия.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ТЕХНОПАРК «КВАНТОРИУМ ИМ. К.Д. УШИНСКОГО»

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАБИНЕТОВ

Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы, с указанием перечня основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом (в случае реализации образовательной программы в сетевой форме дополнительно указывается наименование организации, с которой заключен договор)
Ауд. 1-102 Кабинет для проведения занятий технологической направленности Комплект учебной мебели. Технические средства: интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением, ноутбуки, образовательный конструктор с комплектом датчиков, образовательный набор по механике, мехатронике и робототехнике (6 комплектов), образовательный набор по электронике, электромеханике и микропроцессорной технике, образовательный набор для изучения многокомпонентных робототехнических систем и манипуляционных роботов, комплект для изучения операционных систем реального времени и систем управления автономных мобильных роботов, четырёхосевой учебный робот-манипулятор с модульными сменными насадками, комплект полей и соревновательных элементов, образовательный модуль для углубленного изучения механики, мехатроники и САУ, лаборатория исследования окружающей среды, альтернативных источников энергии, материалов и инженерных конструкций, автономный робот манипулятор с колесами всенаправленного движения, базовый робототехнический набор, ресурсный робототехнический набор, датчик цвета базового робототехнического набора, ультразвуковой датчик базового робототехнического набора, зарядное устройство, образовательный набор по изучению технологий реверсивного инжиниринга, образовательный набор по изучению аддитивных технологий и быстрого прототипирования, станок лазерной резки с числовым программным управлением и системой фильтрации воздуха. <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> ПО Microsoft Win 10 Professional 32/64 bit SP2 Only USB RS Box Контракт 14/1 от 03.12.21 ООО «Парус Плюс» Microsoft Office - 2019 (коробочная версия) Договор пожертвования от 06.05.2022 Цифровые лаборатории по физике, химии, биологии ПО Releon Camera 1.1, Releon Lite 3.63 Контракт 51-ЭА от 30.11.21 ООО «Константа» Оборудование технологического профиля (Роботы, 3d сканер, 3d принтер) Контракт 7-ЭА от 23.09.21 ООО «Константа» Учебно-исследовательские лаборатории биосигналов и нейротехнологий ПО BiTronies Studio 5.1.10 Контракт 5-ЭА от 23.09.21 ООО «Спецкомплект» Цифровые микроскопы ПО TouP Cam Контракт 4-ЭА от 20.09.21 ИП Вебер Ольга Сергеевна Интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением ПО Ikar Notebook Контракт 29-ЭА от 12.11.21 ООО «Рудисплейс» ПАК NITRINO Контракт №55-ЭА от 30.11.2021 ООО «Парус Плюс» Станок лазерной резки с ЧПУ и системой фильтрации воздуха (облачный режим www.gweikecloud.com) Контракт №10 от 18.10.2021г. ООО «УК «Восточная Сибирь» Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380 от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 1-103 Кабинет для записи вебинаров и презентационного контента Комплект учебной мебели, флипчарт. Технические средства: студия для создания презентаций/онлайн-вебинаров /демонстрации опытов, УКФ-проектор, крепление, ноутбук и магнитно-маркерное покрытие. <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Презентационное оборудование ПАК ТелеВидеоДата, ВидеоДистант ПО Microsoft Win 10 Professional Контракт 8-ЭА от 27.09.21 ООО «ТСН-Сиб» Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380 от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 1-107 – 1-111 Кабинет для проведения занятий естественно-научной направленности Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением, встроенные вычислительные блоки, цифровые лаборатории по химии (базовый уровень), биологии (базовый уровень), физике (стандартный уровень), учебно-исследовательская лаборатория биосигналов и нейротехнологий, микроскопы цифровые, лабораторное оборудование по	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53

физике, по химии, аппарат Киппа, баня комбинированная лабораторная, дозатор тип 1, дозатор тип 2, дозатор тип 3, магнитная мешалка, колбы, стерилизатор для лабораторной посуды воздушный, комплект изделий из керамики, фарфора и фаянса, набор пробирок, чаша кристаллизационная, комплект мерных колб, пробирки. <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Цифровые лаборатории по физике, химии, биологии ПО Releon Camera 1.1, Releon Lite 3.63 Контракт 51-ЭА от 30.11.21 ООО «Константа» Учебно-исследовательские лаборатории биосигналов и нейротехнологий ПО BiTronies Studio 5.1.10 Контракт 5-ЭА от 23.09.21 ООО «Спецкомплект» Интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением ПО Ikar Notebook Контракт 29-ЭА от 12.11.21 ООО «РуДисплейс» Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	
--	--

ТЕХНОПАРК УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАБИНЕТОВ

Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы, с указанием перечня основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности предусмотренной учебным планом (в случае реализации образовательной программы в сетевой форме дополнительно указывается наименование организации, с которой заключен договор)
Ауд. 154-167 Технопарк универсальных педагогических компетенций Комплект учебной мебели, флипчарт. Технические средства: Атомные спектры двуэлектронных систем He, Hg, камера для тринокулярных микроскопов, комплект для проведения экспериментов по лучевой диагностике и визуализации, программно-аппаратный комплекс топографического изучения строения организма человека, ресурсный набор анализа материалов для проведения экспериментов по лучевой диагностике и визуализации, ресурсный набор рентгеноструктурный анализ материалов для проведения экспериментов по лучевой диагностике и визуализации, съёмная рентгеновская трубка Mo tube, съёмная рентгеновская трубка W tube, тринокулярный микроскоп для преподавателя 1000x, предметный столик, план-ахроматическая "бесконечная оптика", лабораторный набор по генетике и материалы, трис-боратный буфер для электрофореза, шлем виртуальной реальности профессиональный HTC Vive Cosmos, шлем виртуальной реальности профессиональный HTC Vive Focus Plus, очки дополненной реальности Epson, камера 360 профессиональная Insta360 Pro, камера 360 любительская Insta360 One, стационарный персональный компьютер Parus 2021, интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением. <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением ПО Ikar Notebook Контракт 29-ЭА от 12.11.21 ООО «РуДисплейс» Программно-аппаратный комплекс топографического изучения строения организма ПО 3 datlas Контракт 12-ЭА от 18.10.21 ООО «Научные приборы и системы» Оборудование для проведения экспериментов по лучевой диагностике и визуализации (рентгенография) Контракт 13-ЭА от 18.10.21 ООО «Научные приборы и системы» Профессиональные оптические приборы ПО TouP Cam Контракт 14-ЭА от 18.10.21 ООО «Научные приборы и системы» Учебно-демонстрационное оборудование (Цифровая лаборатория по физике ПО Releon Lite 3.63) Контракт 15-ЭА от 18.10.21 ООО «Научные приборы и системы «VR» - оборудование Контракт 22-ЭА от 28.10.2021 ИП Кузьменко Денис Евгеньевич Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 307 Кабинет по робототехнике Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: Автономный робот манипулятор с колесами всенаправленного действия, стационарный персональный компьютер Parus 2021, комплект для изучения операционных систем реального времени и систем управления автономных мобильных роботов. <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> ПО Microsoft Win 10 Professional 32/64 bit SP2 Only USB RS Box Контракт 14/1 от 03.12.21 ООО	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53

«Парус Плюс» Microsoft Office - 2019 (коробочная версия) Договор пожертвования от 06.05.2022 ПАК NITRINO Контракт №55-ЭА от 30.11.2021 ООО «Парус Плюс» Операционная система РЭД ОС Муром 7.3.1 Соглашение № 441/11-21У от 30.11.21г. ООО «Ред Софт» Акт приема передачи прав 06.12.2021г. Соглашение о конфиденциальности №440/11-21К Стационарные персональные компьютеры Parus 2021Core i5 10400F Контракт №55-ЭА/2021 от 30.11.2021 ООО «Парус Плюс» Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) Консультант Плюс Договор №26 от 30.12.2022г ООО «Юркомп» СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	
Ауд. 413 Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: VR» - оборудование Контракт 22-ЭА от 28.10.2021 ИП Кузьменко Денис Евгеньевич <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> «VR» - оборудование Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 417 Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: Интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением, учебно-демонстрационное оборудование для реализации образовательных программ по предмету «Физика». <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 420 Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: Интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением, учебно-демонстрационное оборудование для реализации образовательных программ по предмету «Физика». <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53
Ауд. 421 Комплект учебной мебели. Комплект лабораторной мебели. Технические средства: интерактивный комплекс с вычислительным блоком и мобильным креплением, учебно-демонстрационное оборудование для реализации образовательных программ по предмету «Физика». <i>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</i> Операционная система Astra Linux Special Edition релиз СМОЛЕНСК Офисный пакет Р7-офис. Профессиональный (десктоповая версия) Обучающий контент по естественным наукам биологии, химии и физике для ученика\преподавателя 4 мобильных компьютерных класса DEPO VIP 1530 Контракт №9-ЭА/2022 от 16.08.2022 ООО Умика Антивирус Касперского Сублицензионный договор СЦ-00001380от 01.03.2023 Лицензия № 26FE-230306-093724-9-35565(370) Консультант Плюс Договор №26 от 30.12.2022г ООО «Юркомп» СПО по лицензионным соглашениям в свободном распространении, в том числе по GNUGeneralPublicLicense и аналогам: Adobe Reader, 7-Zip, Google Chrome, Far Manager, Libre Office	Российская Федерация, 659333, Алтайский край, г. Бийск, ул. Владимира Короленко, д. 53

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

10.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

Изучение курса алгебры и геометрии является частью теоретической и практической подготовки будущего учителя математики. Задачи курса алгебры и геометрии на разных этапах ее изучения, при изучении различных модулей и разделов могут варьироваться, но все они так или иначе связаны с освоением студентами понятийного аппарата алгебры и геометрии.

Согласно программе дисциплины, двухсеместровый курс алгебры и геометрии разделен на 8 разделов, каждый из которых решает определенные задачи.

Во первом семестре студенты изучают 4 раздела, представляющих своеобразное «введение» в курс алгебры. В разделах «Элементы теории множеств и математической логики» и «Отношения. Отображения» явно выделены многие вопросы, имеющие важное общематематическое значение.

Преподаватель на лекциях и практических занятиях в начале семестра должен уделить особое внимание формированию таких понятий, как множество, бинарное отношение, отображение (функция). Без ясного понимания их сущности невозможно сознательное, глубокое усвоение основ математической теории. Для формирования у студентов устойчивого навыка подготовки не только к практическим занятиям, но и к лекциям, с целью актуализации знаний, все занятия следует начинать с теоретических опросов по прошедшему материалу. По первым двум разделам необходимо провести аудиторную контрольную работу и коллоквиум, проверяющий усвоение теоретического материала.

Знакомство с понятиями алгебраической операции, алгебры, алгебраической системы, и их основных видов (групп, колец, полей, упорядоченных полей) необходимо для непрерывного линейного построения всего курса алгебры. Поэтому терминологический опрос по основным понятиям этого раздела обязателен. По этому разделу может быть проведена либо одна контрольная работа, либо ее можно разделить на 2 самостоятельных работы, в зависимости от уровня подготовки группы. Итоговый тест включает задания по всем основным дидактическим единицам, необходимым для освоения в 3 семестре.

Студенты также изучают 4 раздела, объединенных общим названием – «линейная алгебра». Прикладной характер этих разделов предъявляет свои требования к формам контроля этого семестра. Индивидуальные домашние задания здесь предпочтительнее аудиторных контрольных работ, так как направлены, прежде всего, на формирование необходимых практических навыков. Они должны включать основные типы заданий по четырем разделам. ИДЗ №1 – «Арифметическое n -мерное векторное пространство и системы линейных алгебраических уравнений»; ИДЗ №2 – «Матрицы и определители»; ИДЗ №3 – «Абстрактные векторные пространства» и «Линейные операторы».

Теоретический материал 2 разделов «Элементы теории групп» и «Элементы теории колец» играет важную роль в формировании представлений студентов о современной алгебре и в формировании алгебраической культуры будущего учителя математики. По обоим разделам предполагается провести коллоквиумы и контрольные работы.

Основы теории многочленов от одной и нескольких переменных, изучаемые в третьем семестре, по сравнению с другими разделами алгебры, в большей мере решают важную задачу профессиональной направленности обучения алгебре. Два индивидуальных домашних задания включают основные типы заданий, выполнение которых направлено на формирование умений применять полученные знания при решении практических задач.

Студент, сдавший успешно коллоквиумы по всем разделам 1-го семестра и отчитавшийся по обеим контрольным работам, может быть освобожден на экзамене от первого вопроса билета.

Во втором семестре студенты изучают геометрию. Изучение данной дисциплины предусматривает проведение лекционных, практических занятий. Самостоятельная работа студентов заключается в подготовке к лекционным и практическим занятиям, на которых проводятся письменные и устные опросы; тестирование.

Контрольные работы включают задачи, подобные которым решаются на практических занятиях, и охватывают содержание разных тем. При подготовке к контрольной работе нужно проанализировать наиболее типичные затруднения, которые ранее возникали у обучаемых в процессе выполнения тестовых заданий, а затем провести соответствующую пропедевтическую работу со студентами.

Результаты аудиторной и самостоятельной работы студентов фиксируются в групповом журнале.

Студент может получить итоговую положительную оценку при условии регулярной подготовки к занятиям, удовлетворительного выполнения лабораторных работ, правильного выполнения 60% тестовых заданий.

В случае невыполнения указанных требований, итоговая аттестация осуществляется на основе собеседования по вопросам к зачету.

Курс предполагает наличие базовых знаний, полученных в курсе геометрии средней школы. Определенная сложность состоит в том, что у студентов наблюдается разный уровень подготовки.

Для усвоения курса необходимо уделять внимание организации самостоятельной систематической работы студентов, посредством постоянного контроля выполнения всех видов работ и включения опросов по 3–5 минут в начале каждого занятия по предыдущему материалу.

На лекционных и практических занятиях рекомендуется использовать приемы рефлексивного слушания. Нужно конспектировать материал, задавать вопросы преподавателю, активно отвечать на вопросы, адресованные аудитории. При подготовке к лабораторным занятиям рекомендуется внимательно ознакомиться с планом занятия, ответить на заданные вопросы. Ответ должен быть полным и аргументированным. Рекомендуется прочитать учебный материал по теме, ознакомиться с изложением материала в учебнике и научной литературе, сделать для себя необходимые выписки. Встречающуюся терминологию необходимо истолковать с опорой на словари и справочники, учебную и научную литературу.

При самостоятельной подготовке к практическим работам нужно прочитать учебный материал, ознакомиться с вариантами изложения данной темы в учебниках и учебных пособиях, предложенных в списке рекомендуемой литературы, делать записи, ответить на заданные вопросы, выписать из словарей, справочников, учебной литературы толкование встречающихся терминов, осмыслить их.

Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса. Она запланирована и структурирована таким образом, чтобы студент при подготовке к занятиям наиболее эффективно осваивал теоретический материал и получал системные знания по курсу.

Количество времени, запланированное на самостоятельную работу, рассчитывалось, с одной стороны, исходя из норм, отраженных в Федеральном государственном стандарте дисциплины, а с другой – с опорой на сложившуюся систему подготовки по курсу. Время указано максимальное. Если студент посещает лабораторные занятия, то самостоятельная работа не займет много времени. В случае пропусков или неэффективной работы в аудитории самостоятельная работа займет гораздо больше времени.

При работе с интернет-ресурсами обращайте внимание на источник: оригинальный авторский материал, реферативное сообщение по материалам других публикаций,

студенческая учебная работа (реферат, курсовая, дипломная и др.). Оригинальные авторские материалы, как правило, публикуются на специализированных тематических сайтах или в библиотеках, у них указывается автор, его данные. Выполнены такие работы последовательно в научном или научно-популярном стиле. Это могут быть научные статьи, тезисы, учебники, монографии, диссертации, тексты учебного материала и другое. На основе таких работ на некоторых сайтах размещаются рефераты или обзоры. Обычно они не имеют автора, редко указываются источники реферирования. Сами сайты посвящены разнообразной тематике. К таким работам стоит относиться критически, как и к сайтам, где размещаются учебные студенческие работы. Используйте достоверные интернет-источники.

При подготовке к *зачету с оценкой* рационально используйте время. Сначала ознакомьтесь с материалами курса в целом, поскольку только исходя из целого можно понять части. Читайте учебники и научную литературу. Обращайтесь к справочной литературе. При подготовке ответа на вопрос сначала составьте план. Не старайтесь всё выучить наизусть – это невозможно. Старайтесь понять суть, излагайте ее собственными словами. Помните, что ваш ответ должен не просто демонстрировать знания, но и показывать область применения знаний на практике. Иллюстрируйте теоретические положения задачами и примерами, можно использовать материалы лабораторных занятий.

10.2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Общая трудоемкость дисциплины, в соответствии с учебным планом, составляет 3 зачетные единицы и включает учебное время, отведенное на **лекционные, практические занятия и самостоятельную работу** студента.

Тематика лекционных и практических занятий охватывает все разделы учебной дисциплины и ориентирована на выполнение ее целей и задач в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины.

На лекционных занятиях рекомендуется внимательно слушать преподавателя, конспектировать материал лекции, принимать участие в интерактивных формах, используемых преподавателем на лекции, задавать вопросы и активно отвечать на поставленные вопросы. При подготовке к лекции необходимо проработать содержание предыдущих лекций, подготовить вопросы. После лекции также следует прочитать свой конспект, ознакомиться с вариантами изложения данной темы в учебниках и учебных пособиях, и если возникают вопросы, то можно с ними обратиться к преподавателю.

Цель практических занятий - осмысление студентами теоретического материала, изложенного на лекциях, формирование умения использовать его при решении практических задач в изучаемой области, развитие навыков самостоятельной работы, умения работать с учебной литературой.

Подготовка к практическому занятию включает выполнение заданий преподавателя по теме предыдущего занятия, а также подготовку к занятию по новой теме – самостоятельное изучение материалов лекционного курса, источников обязательной и дополнительной литературы.

Самостоятельная работа является неотъемлемой частью учебного процесса. Она запланирована и структурирована таким образом, чтобы студент при подготовке к занятиям наиболее эффективно осваивал теоретический материал и получал системные знания по курсу.

Руководство самостоятельной работой студентов со стороны преподавателя заключается в оказании помощи при планировании работы по изучению курса, в разъяснении вопросов, возникающих у студентов при изучении отдельных тем курса, при подготовке к различным формам контроля, запланированным программой дисциплины.

При выполнении индивидуального домашнего задания (ИДЗ) следует обратить внимание на следующие моменты: вариант задания для каждого студента определяется его номером в списке группы; задание выполняется в отдельной тетради с подробным описанием хода решения и ссылками на соответствующий теоретический материал; проверка самостоятельности выполнения ИДЗ осуществляется преподавателем при собеседовании со студентом (защита ИДЗ).

Время, отведенное учебным планом на самостоятельную работу студента по дисциплине, составляет примерно 50% всей ее трудоемкости. Формы самостоятельной работы по каждому разделу дисциплины перечислены в технологической карте в конце программы.

Для оценивания уровня достигнутых результатов освоения студентом каждого раздела дисциплины, а также всей дисциплины в целом, соответствия его заявленным требованиям, используется **балльно-рейтинговая система**, детально описанная в технологической карте дисциплины для каждого из трех семестров.

11. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Фонд оценочных средств разработан для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Алгебра и геометрия» и входит в состав основной образовательной программы по направлению подготовки: 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (профили «Технология и Информатика») (квалификация «Бакалавр»), реализуемой при подготовке обучающихся в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина». Фонд оценочных средств предназначен для проверки сформированности компетенций, заявленных в программе дисциплины «Алгебра и геометрия» в соответствии с учебным планом 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (профили «Технология и Информатика») (квалификация «Бакалавр»).

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

- Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);
- Способен проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету Информатика (ПК-3).

Компетенции, этапы	Индикаторы	Оценочные средства
УК-1 1 этап	Знать: - УК-1.1 - знание механизмов и методик поиска, анализа и синтеза информации, включающие системный подход в области образования (3.1); - УК-1.2 - знание методик постановки цели и способов её достижения, научного представления о результатах обработки информации (3.2);	Практико-ориентированное задание: ИДЗ, домашняя контрольная работа, коллоквиум, итоговый тест
	Уметь: - УК-1.3 - умение анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию	

	задачи (У.1); - УК-1.4 - умение находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (У.2); - УК-1.5 - умение рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки (У.3).	
	Владеть: - УК-1.6 - владение методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них (В.1); - УК-1.7 - владение механизмами поиска информации в том числе с применением современных информационных и коммуникационных технологий (В.2).	
ПК-3 1 этап	Знать: - ПК-3.1 - знание теоретических основ информатики, принципов функционирования информационных систем и технологий (З.1).	Практико-ориентированное задание: ИДЗ, домашняя контрольная работа, коллоквиум, итоговый тест
	Уметь: -	
	Владеть: -	

Компетенция УК-1 с указанием этапа формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция УК-1 (способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач) формируется на первом этапе формирования компетенций.

Компетенция УК-1 формировалась в процессе изучения данной дисциплины и продолжит формироваться на следующих курсах в процессе изучения других учебных дисциплин, прохождения практик и итоговой государственной аттестации (Защита выпускной квалификационной работы).

Типовое контрольное задание для оценки сформированности данной компетенции направлено на демонстрацию готовности осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Компетенция ПК-3 с указанием этапа формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция ПК-3 (способность проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету) формируется на первом этапе формирования компетенций.

Компетенция ПК-3 формировалась в процессе изучения данной дисциплины и продолжит формироваться на следующих курсах в процессе изучения других учебных дисциплин, прохождения практик и итоговой государственной аттестации (Защита выпускной квалификационной работы).

Типовое контрольное задание для оценки сформированности данной компетенции направлено на демонстрацию готовности проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету.

1. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Образец индивидуального домашнего задания №1

1 курс

1. $\langle R, * \rangle$ – группа? $a * b = \frac{ab}{3}$.

2. $\langle R^+; \oplus; \otimes \rangle$ – кольцо? Поле? $a \oplus b = a \cdot b$; $a \otimes b = a^{\log_2 b}$

3. Найти сумму, разность, произведение и частное $\frac{\alpha}{\beta}$. Операции иллюстрировать геометрически. $\alpha = 1 - i$; $\beta = 2 + 2i\sqrt{3}$

4. Найти значение функции $f(x)$ при $x = 1 - 2i$

$$f(x) = x^4 + \frac{3+i}{x} - 2x$$

5. Решить уравнение: $(2 + 3i)x - (1 - i)y = 8 + 17i$, $x, y \in R$

6. Извлечь корень в алгебраической форме: $\sqrt{-15 + 8i}$.

7. Выполнить действия в тригонометрической форме:

$$\sqrt[5]{\frac{(-1+i)^6(\sqrt{3}+i)}{2+2i}}$$

8. На комплексной плоскости указать множество всех точек z , удовлетворяющих условию

$$|z| < \left| \frac{z}{2} \right| + 1$$

9. Найти длины сторон и внутренние углы треугольника, вершинами которого являются комплексные числа

$$z_1 = 4i; \quad z_2 = 3 + 5i; \quad z_3 = 4 + i$$

10. Среди комплексных чисел, удовлетворяющих условию $|z + 1 - i| \leq 1$ найти число, имеющее наименьший положительный аргумент.

11. Указать все первообразные корни третьей степени из единицы среди корней шестой степени из 1

12. Выразить $\sin 7x$ через $\sin x$ и $\cos x$.

Образец индивидуального домашнего задания №1

1 курс

1. Методом последовательного исключения неизвестных решите системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -4 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 13 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 0 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

2. Методом элементарных преобразований найти в матрице базис системы строк и выразите небазисные строки через базисные

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 4 & -3 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 15 & 17 \\ 7 & -6 & -7 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Найдите ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 7 \\ -1 & -3 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & -1 \\ 7 & 9 & 7 & 1 \end{pmatrix};$$

4. Найдите ранг системы векторов и какой-нибудь ее базис. Все векторы, не входящие в базис, выразите через базисные векторы

$$a_1 = (1, -1, -1, 1) \quad a_2 = (3, 9, 8, 8) \quad a_3 = (2, 4, 5, 1) \quad a_4 = (1, 5, 3, 7).$$

5. Найдите общее решение и ФСР для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

6. Найдите многообразие решений системы:

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$$

Образец индивидуального домашнего задания №2

1 курс

1. Даны две матрицы A и B . Найдите:

а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

(Обратную матрицу следует искать с помощью элементарных преобразований.)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Для данного определителя Δ найдите миноры и алгебраические дополнения элементов

a_{i2}, a_{3j} . Вычислите определитель Δ :

а) разложив его по элементам i -той строки;

б) разложив его по элементам j -того столбца;

в) получив предварительно нули в i -той строке.

$$i = 4, j = 3, \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

3. Проверьте совместность системы уравнений и, в случае совместности, решите ее:

а) по формулам Крамера;

б) с помощью обратной матрицы (матричным методом).

(В данном задании обратную матрицу следует искать с помощью присоединенной матрицы!)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

Образец индивидуального домашнего задания №3

1 курс

1. Покажите, что система векторов a_1, a_2, a_3 является базисом пространства R^3 и найдите координаты вектора x в этом базисе:

$$a_1 = (1, 1, 1); \quad a_2 = (1, 1, 2); \quad a_3 = (1, 2, 3); \quad x = (6, 9, 14).$$

2. Дополните систему векторов до базиса пространства R^4

$$a_1 = (2, 1, 0, 3) \quad a_2 = (1, 4, 2, 1)$$

3. Найдите матрицу перехода от базиса e_1, e_2, e_3 пространства R^3 к базису e'_1, e'_2, e'_3 и

обратно, а также координаты вектора $\vec{a}$ в этих базисах, если

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 2, 1), & e'_1 &= (3, 1, 4), \\ e_2 &= (2, 3, 3), & e'_2 &= (5, 2, 1), & \vec{a} &= (9, 4, -1). \\ e_3 &= (3, 7, 1), & e'_3 &= (1, 1, -6), \end{aligned}$$

4. Постройте ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов:

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), a_2 = (1, -1, 1, -1), a_3 = (1, 3, 1, 3), a_4 = (1, 2, 0, 2).$$

5. Для отображения φ пространства R^3 в себя, переводящего любой вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$ в вектор $\varphi(x) = (2x_1, x_1 + x_2, x_3)$:

а) покажите, что φ является линейным;

б) найдите его матрицу в базисе

$$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3: \hat{a}_1 = (1, -1, -1), \hat{a}_2 = (1, 0, 1), \hat{a}_3 = (0, 1, 1);$$

в) найдите ядро, дефект и ранг линейного отображения φ .

6. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

Образец индивидуального домашнего задания №1

1 курс

1. Выполнить деление с остатком. Записать равенство, полученное в процессе деления:

$$2x^4 + 4x^3 - x^2 \text{ на } x + i$$

2. При каком a многочлен $f(x)$ имеет число c корнем не ниже второй кратности?

$$f(x) = x^5 + ax^3 + ax - 1 - 2a, c = 1$$

3. Разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - c$, найти значение многочлена и всех его производных при $x = c$

$$f(x) = 2x^5 + 3x^4 + x^3 - x^2 + 5, c = -2$$

4. Разложить на простейшие дроби:

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 1}{(x + 2)^4}$$

5. Найти НОД и НОК многочленов $f(x)$ и $g(x)$, выразить НОД $(f(x), g(x))$ через $f(x)$ и $g(x)$.

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10, g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2$$

6. Найти рациональные корни многочлена

$$f(x) = \frac{1}{2}x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 3x^3 - 7x^2 - \frac{11}{2}x - \frac{3}{2}$$

7. Является ли многочлен неприводимым?

$$a) x^3 - 3x^2 + 2x + 1 \text{ над } Q;$$

$$b) 2x^2 - x - 3 \text{ над } Z$$

Образец индивидуального домашнего задания №2

1 курс

1. Решить уравнения:

$$a) x^3 - 6x^2 + 57x - 196 = 0$$

$$b) x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 10 = 0$$

2. Составить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами (с комплексными коэффициентами) по его корням:

$$x_1 = x_2 = -1; \quad x_3 = -1 + i.$$

3. (Школьная) Сумма квадратов корней уравнения $x^2 + px - 3 = 0$ равна 10. Найти p .

4. Найти сумму кубов корней уравнения $2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 6x + 1 = 0$.

5. Разложить многочлен на неприводимые множители над Q, R, C .

$$x^5 - 6x^4 + 14x^3 - 8x^2 - 15x + 14$$

6. Является ли a алгебраическим над Q числом? Если да, указать его минимальный многочлен.

$$\alpha = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$$

7. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби: $\frac{1}{\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2} + 3}$

Критерии оценки заданий ИДЗ:

1. Каждое задание ИДЗ оценивается в 1 балл; при допущенных ошибках оценка за задание снижается.
2. При оценивании задания учитывается аккуратность оформления и подробное описание хода решения со ссылками на соответствующий теоретический материал.
3. Итоговая оценка за всю работу соответствует проценту полученного суммарного балла по отношению к общему числу баллов за все ИДЗ.
4. Оценка за ИДЗ не менее 60% считается положительной. При отрицательной оценке студент выполняет работу над ошибками; рейтинговый балл за повторную работу не может быть больше 75 %.
5. Оценка аннулируется, если на защите ИДЗ (при собеседовании с преподавателем) студент не подтвердил самостоятельность его выполнения.
6. Оценка за ИДЗ снижается при несоблюдении сроков его сдачи: минус 1% за каждый просроченный день.

2. *Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:*

Контрольные работы

Критерии оценки контрольной работы:

1. Каждое задание работы оценивается в баллах; при допущенных ошибках оценка за задание снижается.

2. «Стоимость» каждого задания и максимально возможное число баллов определяется отдельно для каждой работы.
3. При оценивании задания учитывается аккуратность оформления и подробное описание хода решения со ссылками на соответствующий теоретический материал.
4. Итоговая оценка за всю работу соответствует проценту полученного суммарного балла по отношению к максимально возможному числу баллов.
5. Положительной считается оценка за работу не менее 60%. При отрицательной оценке студент переписывает работу заново (другой вариант).
6. Студент может повысить рейтинговый балл, выполнив работу над ошибками. Рейтинговый балл за повторную работу и при работе над ошибками не может быть больше 75 %.

Образец контрольной работы №1

1 курс

1. Составьте таблицу истинности для формулы: $((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$.
2. Для данных множеств A и B найдите $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ и изобразите $A \times B$ на координатной плоскости: $A = (-3; 7], B = [4; 10)$.
3. В теореме «В правильный многоугольник можно вписать окружность»:
 - а) выделите условие и заключение и сформулируйте ее в виде: «Если..., то...».
 - б) сформулируйте для нее обратное, противоположное, обратное противоположному утверждения; определите их истинность;
 - в) эту же теорему сформулируйте в терминах «необходимо», «достаточно».
4. Какими из свойств: 1) рефлексивность; 2) антирефлексивность; 3) симметричность; 4) антисимметричность; 5) транзитивность; 6) связанность — обладает отношение ρ , заданное
 - а) на множестве A :
 $A = \{a, b, c, d, e\}$,
 $\rho = \{ \langle a; a \rangle, \langle b; b \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle, \langle e, e \rangle \}$;
 - б) на множестве действительных чисел R : $\rho = \{ \langle x; y \rangle / x, y \in R, x < y - 1 \}$.
 Ответ поясните.
5. Покажите, что перечисленные ниже подмножества образуют разбиение множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; задайте в явном виде (множеством пар из $A \times A$) отношение эквивалентности, соответствующее данному разбиению:
 $A_1 = \{1\}, A_2 = \{2\}, A_3 = \{3, 4, 5\}$.
6. Определите, является ли соответствие f частичным отображением, отображением (если да, то определите тип отображения): $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2x + 2$.

Примечание. Каждое задание данной работы оценивается в 1 балл. Максимально возможное число баллов за работу — 7 баллов (задания 4а и 4б оцениваются отдельно).

Образец контрольной работы №2

1 курс

- 1) Пусть R есть множество действительных чисел. Показать, что $\langle R', * \rangle$ является группой, если

$$R' = R \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}, a * b = ab - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{3}{4}$$

2) Доказать, что при любом натуральном n $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$;

3) Выполнить действия над комплексными числами в алгебраической форме:

$$\frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2+i)^2};$$

4) Вычислите, используя тригонометрическую форму (ответ записать в алгебраической форме):

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2-2i} \right)^9.$$

5) Вычислить все значения корня из комплексного числа

$$\sqrt[6]{\frac{-1-i}{\sqrt{3}+i}};$$

6) Изобразить на комплексной плоскости множество чисел $z \in \mathbb{C}$, удовлетворяющих условиям:

$$\begin{cases} |z-i| \leq 2 \\ |z-2-i| = 1 \end{cases}$$

Примечание. Задание №1 данной работы оценивается в 2 балла, остальные – в 1 балл. Максимально возможное число баллов за работу – 7 баллов.

Образец контрольной работы № 3

1 курс

1. Методом последовательного исключения неизвестных решите систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

2. Найдите ранг системы векторов и какой-нибудь ее базис. Все векторы, не входящие в базис, выразите через базисные векторы

$$a_1 = (1, -1, -1, 1) \quad a_2 = (3, 9, 8, 8) \quad a_3 = (2, 4, 5, 1) \quad a_4 = (1, 5, 3, 7)$$

3. Найдите общее решение и ФСР для системы уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

Примечание. Задания данной работы оценивается в 1 балл. Максимально возможное число баллов за работу – 3 балла.

Образец контрольной работы № 4

1 курс

1. Покажите, что система векторов a_1, a_2, a_3 является базисом пространства R^3 и найдите координаты вектора x в этом базисе.
 $a_1 = (1, 5, 3); \quad a_2 = (2, 7, 3); \quad a_3 = (3, 9, 4); \quad x = (2, 1, 1);$
2. Дополните систему векторов до базиса пространства R^4
 $a_1 = (2, 3, 1, 1) \quad a_2 = (2, 4, 1, 0).$
3. Постройте ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов
 $a_1 = (1, 1, 1, 1) \quad a_2 = (1, -1, 1, -1) \quad a_3 = (1, 3, 1, 3)$
4. Для отображения φ пространства R^3 в себя, переводящего любой вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$ в вектор $\varphi(x) = (x_1 - x_3, x_1 + x_2, 0)$:
 а) покажите, что φ является линейным;
 б) найдите его матрицу в базисе $e_1, e_2, e_3: e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$;
 в) найдите ядро, дефект и ранг линейного отображения φ .
5. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$$

Примечание. Задание №4 данной работы оценивается в 2 балла, остальные – в 1 балл. Максимально возможное число баллов за работу – 6 баллов.

3. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Образец домашней контрольной работы по теме «Группы»

1 курс

1. Какой порядок имеет элемент a симметрической группы S_7 и какую циклическую группу он порождает? Чему равен элемент, обратный элементам a , a^3 , если $a = \begin{pmatrix} 1234567 \\ 2345761 \end{pmatrix}$?

2. На множестве $G = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ задана операция со следующей таблицей Кэли:

	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	a_1	a_2	a_3	a_4
a_2	a_2	a_4	a_1	a_3
a_3	a_3	a_1	a_4	a_2
a_4	a_4	a_3	a_2	a_1

Выясните, является ли G группой относительно заданной операции. Если да, то укажите подгруппу симметрической группы S_4 , которой изоморфна группа G .

3. Будет ли A подгруппой, нормальным делителем группы $\langle M, + \rangle$? Ответ обоснуйте. Постройте фактор-группу M/A и таблицу сложения ее элементов, если $A = \{x \mid x = 9k, k \in \mathbb{Z}\}$, $M = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$.

4. Показать, что f является гомоморфизмом $\langle R^+, \cdot \rangle$ в $\langle A, \circ \rangle$ и обосновать, что $\langle A, \circ \rangle$ есть коммутативная группа, если $A = (0, 1)$, $f : x \mapsto \frac{1}{x+1}$, $a \circ b = \frac{ab}{1-a-b+2ab}$.

5. Сколько подгрупп имеет группа девятнадцатого порядка? Ответ обосновать.

6. Назовите все подгруппы циклической группы восемнадцатого порядка.

Примечание. Задания №2 и 4 данной работы оцениваются в 2 балла, остальные – в 1 балл. Максимально возможное число баллов за работу – 8 баллов.

Образец домашней контрольной работы по теме «Кольца»

1 курс

1. Доказать, что множество $Z \times Z$ с указанными операциями является коммутативным кольцом с единицей: $(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$;
 $(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 a_2, b_1 b_2)$.

Найти в кольце обратимые элементы.

2. Доказать, что числовое множество $Z[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ образует область целостности относительно естественных операций. Найти все обратимые элементы в этом кольце.

$$3. \text{ Доказать, что } I \text{ — идеал в кольце } K, \text{ если } I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & b & c \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} / b, c \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} / a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}$$

Примечание. Задания №1 и 1 данной работы оцениваются в 2 балла, № 3 – в 1 балл.

Максимально возможное число баллов за работу – 5 баллов.

4. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Коллоквиумы

Критерии оценки ответа на вопросы коллоквиума:

1. Коллоквиум проводится в письменной форме по билетам, в которые включены вопросы из программы коллоквиума. Один из вопросов предполагает доказательство одной из теорем, остальные вопросы (один или два) предполагают формулировку определений понятий с иллюстрацией их примерами.
2. Каждый вопрос билета оценивается в баллах; при допущенных ошибках и неточностях в формулировках определений и доказательстве теоремы оценка за вопрос снижается.
3. При оценивании ответа учитывается: правильность формулировок; установление взаимосвязи теории и практики; содержательность и аргументированность, полнота и структурная логичность доказательства; глубина знаний вопроса.
4. «Стоимость» каждого вопроса и максимально возможное число баллов за ответ по билету определяется отдельно для каждого коллоквиума.
5. Итоговая оценка за коллоквиум соответствует проценту полученного суммарного балла по отношению к максимально возможному числу баллов.
6. Положительной считается оценка не менее 60%. При отрицательной оценке студент пересдает коллоквиум заново (другой билет, и не более 2-х раз).
7. Рейтинговый балл за повторную пересдачу не может быть больше 75 %.

Программа коллоквиума по алгебре для студентов 1 курса (1 семестр)

1. Высказывания. Операции над высказываниями.
2. Формулы логики высказываний; равносильные формулы. Основные равносильности логики высказываний.
3. Множества. Операции над множествами и их свойства (теорема).
4. Определение предиката. Операции над предикатами. Область истинности предиката (теорема).
5. Логические операции связывания квантором общности и квантором существования на множестве предикатов. Равносильности логики предикатов, связанные с применением кванторов.

6. Запись математических утверждений на языке логики предикатов. Обратная и противоположная теоремы. Необходимое и достаточное условия.
7. Бинарное отношение между элементами множеств A и B ; способы задания бинарных отношений. Отношение, обратное данному.
8. Бинарное отношение на множестве; свойства бинарных отношений.
9. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности (теорема). Фактор-множество.
10. Разбиение множества. Связь отношения эквивалентности, заданного на множестве, с разбиением этого множества (теорема).
11. Отношение порядка. Упорядоченные (строго, нестрого, частично, линейно) множества.
12. Частичное отображение. Отображение; виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное).
13. Обратное отображение. Необходимое и достаточное условие обратимости отображений (теорема).
14. Композиция отображений и ее свойства (теорема).

Программа коллоквиума по алгебре для студентов 1 курса (1 семестр)

1. Студент должен знать определения основных понятий линейной алгебры:

- арифметический вектор, арифметическое векторное пространство;
- система линейных уравнений, решение системы л.у., равносильные системы л.у.;
- линейная зависимость и независимость системы арифметических векторов;
- эквивалентные системы векторов;
- базис и ранг конечной системы арифметических векторов;
- ранг матрицы;
- фундаментальная система решений ОСЛУ.

2. Студент должен уметь:

- определять линейную зависимость и независимость систем арифметических n -мерных векторов;
- определять ранг матрицы;
- определять базис и ранг конечной системы арифметических n -мерных векторов;
- проводить исследование на совместность системы линейных уравнений и решать их методом Гаусса;
- находить для однородной СЛУ ее ФСР.

1. Арифметическое n -мерное векторное пространство. Доказательство теоремы о свойствах главных операций арифметического n -мерного векторного пространства.
2. Линейная зависимость и независимость системы n -мерных векторов. Примеры. Свойства линейной зависимости и независимости системы n -мерных векторов. (Уметь доказывать свойства-теоремы: 1) Критерий линейной зависимости. 2) Усиленный критерий линейной зависимости. 3) «Все s векторов пространства F^n составляют при $s > n$ линейно зависимую систему»;
3. Эквивалентные системы n -мерных векторов. Равночисленность эквивалентных линейно независимых систем n -мерных векторов как следствие теоремы «Если в пространстве F^n даны две системы векторов, из которых первая линейно независима и линейно выражается через вторую, то число векторов в первой системе не больше, чем во второй».
4. Базис конечной системы n -мерных векторов. Базис как максимальная линейно независимая подсистема данной системы векторов (Доказать теорему: «Конечная система n -мерных векторов, содержащая хотя бы один ненулевой вектор, обладает базисом. Любые

два базиса данной конечной системы n -мерных векторов состоят из одинакового числа векторов».)

5. Ранг конечной системы n -мерных векторов. Свойства ранга.
6. Строчечный ранг матрицы. Неизменяемость строчечного ранга матрицы при элементарных преобразованиях ее строк. Строчечный ранг ступенчатой матрицы.
7. Лемма о равенстве столбцовых рангов основных матриц равносильных однородных СЛУ.
8. Лемма о неизменяемости столбцового ранга матрицы при элементарных преобразованиях ее строк.
9. Теорема о равенстве строчечного и столбцового рангов матрицы.
10. Критерий совместности системы линейных уравнений (Кронекера-Капелли). Структура множества всех решений СЛУ.
11. Однородные СЛУ. ФСР как базис множества всех решений ОСЛУ.
12. Связь между решениями неоднородной системы линейных уравнений и решениями ассоциированной с ней однородной СЛУ.

Программа коллоквиума №1 для студентов 1 курса (1 семестр, теория групп)

1. Полугруппы. Моноиды. Обобщенный закон ассоциативности для полугрупп.
2. Группа подстановок на множестве M . Симметрическая группа n -ой степени (S_n) . Теорема Кэли.
3. Порядок элемента группы; его свойства. Теорема о степенях элемента конечного порядка и ее следствие.
4. Циклические группы. Изоморфизм бесконечных циклических групп; изоморфизм конечных циклических групп одного порядка.
5. Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Правые и левые смежные классы по подгруппе.
6. Теорема Лагранжа и ее следствия.
7. Нормальные делители группы. Критерий нормального делителя группы. Фактор-группа.
8. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теоремы о том, что ядро гомоморфизма φ группы $\langle G, * \rangle$ в группу $\langle H, \circ \rangle$ является подгруппой и нормальным делителем группы $\langle G, * \rangle$.
9. Теорема об эпиморфизмах групп.

II. Студент должен уметь доказывать любую из перечисленных ниже теорем:

- 1) теорему Кэли;
- 2) теорему о степенях элемента конечного порядка и ее следствие;
- 3) теорему об изоморфизме произвольной бесконечной циклической группы и аддитивной группы целых чисел;
- 4) теорему об изоморфизме произвольной циклической группы порядка m и аддитивной группы классов вычетов по модулю m ;
- 5) теорему о свойствах отношения сравнения по подгруппе;
- 6) теорему Лагранжа и ее следствия;
- 7) критерий нормального делителя;
- 8) теоремы о том, что ядро гомоморфизма φ группы $\langle G, * \rangle$ в группу $\langle H, \circ \rangle$ является подгруппой и нормальным делителем группы $\langle G, * \rangle$;
- 9) теорему об эпиморфизмах групп.

III. Студент должен знать определения всех перечисленных ниже понятий и приводить примеры и контрпримеры, раскрывающие смысл этих понятий:

Полугруппа, моноид, группа; подгруппа, циклическая подгруппа (a), порожденная элементом a ; порядок элемента группы; циклическая группа; отношение сравнения по подгруппе (слева, справа); смежный класс (левый, правый) по подгруппе; индекс подгруппы данной группы; нормальный делитель; фактор-группа по нормальному делителю; гомоморфизм групп; эпиморфизм групп; ядро гомоморфизма групп; изоморфизм групп.

**Программа коллоквиума №2
для студентов 1 курса (1 семестр, теория колец)**

I. Студент должен уметь доказывать любую из перечисленных ниже теорем:

- 1) теорему о том, что сумма и пересечение двух идеалов кольца есть идеал этого кольца;
- 2) теорему о том, что отношение сравнения по идеалу есть отношение эквивалентности;
- 3) теорему о том, что множество K/I всех классов вычетов кольца K по идеалу I является кольцом относительно операций $\oplus$ и $\otimes$;
- 4) теорему о том, что ядро гомоморфизма кольца K в кольцо K_1 является идеалом кольца K ;
- 5) теорему о характеристике области целостности;
- 6) теорему о том, что в кольце главных идеалов возрастающая цепочка идеалов не может быть бесконечной;
- 7) теорему о факториальности кольца главных идеалов;
- 8) теорему о том, что евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

II. Студент должен знать определения всех перечисленных ниже понятий и приводить примеры и контрпримеры, раскрывающие смысл этих понятий:

Кольцо; подкольцо; идеал кольца; главный идеал кольца; сумма и пересечение идеалов; отношение сравнения по идеалу; класс вычетов по идеалу, свойства классов вычетов; фактор-кольцо по идеалу; гомоморфизм колец; эпиморфизм колец; ядро гомоморфизма колец; изоморфизм колец; характеристика кольца; область (кольцо) целостности; отношение делимости и отношение ассоциированности в области целостности и их свойства; собственные и тривиальные делители элемента области целостности; НОД элементов области целостности и его свойства; простой (неприводимый) элемент области целостности; составной (приводимый) элемент области целостности; кольцо главных идеалов; факториальное кольцо; евклидово кольцо.

5. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Итоговый тест

Дидактические единицы:

1. Операции над множествами. Их свойства.
2. Элементы математической логики.
3. Бинарные отношения. Отображения.
4. Алгебраические операции. Законы алгебраических операций.
5. Группы.
6. Кольца.

7. Поля.
8. Комплексные числа.
9. Векторное пространство.
10. Системы линейных уравнений.
11. Действия над матрицами.
12. Определители.
13. Линейные операторы.
14. Евклидовы векторные пространства.
15. Элементы теории групп.
16. Элементы теории колец.
17. Корни многочлена. Деление с остатком в кольце многочленов над полем.
18. Многочлены над полем комплексных чисел.
19. Многочлены над полем действительных чисел.
20. Многочлены над полем рациональных чисел.
21. Расширения полей.

ТЕСТ.

1. ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ. ИХ СВОЙСТВА

1. Какие из следующих наборов подмножеств множества $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ составляют разбиение множества A ?
 - 1) $A_1=\{2,3\}$, $A_2=\{3,4,5\}$, $A_3=\{1,6\}$.
 - 2) $A_1=\{1,2,3\}$, $A_2=\{4\}$, $A_3=\{5,6\}$.
 - 3) $A_1=\{1,2\}$, $A_2=\{4,5\}$, $A_3=\{6\}$.
 - 4) $A_1=\emptyset$, $A_2=\{1,3,4\}$, $A_3=\{2\}$, $A_4=\{5\}$, $A_5=\{6\}$.
2. Для множеств $A=\{-1,0,3,4\}$ и $B=\{0,4,6\}$ множество $A \setminus B$ равно:
 - 1) $\{-1,0,4\}$; 2) $\{-1,3\}$; 3) $\{0,3,4\}$; 4) $\{-1,6\}$.
3. Для множеств $A=[0,2]$ и $B=[0,4,6]$ множество $A \cup B$ равно:
 - 1) $[0,6]$; 2) $[0,2,4,6]$; 3) $[0,2] \cup \{4,6\}$; 4) $[0,6)$.
4. Для множеств $A=(1,3) \cup (5,7)$ и $B=[2,6]$ множество $A \cap B$ равно:
 - 1) $[2,3) \cup (5,6]$; 2) $(2,3) \cup [5,7)$; 3) $[2,3)$; 4) $(2,3) \cup (5,6)$.
5. Каким условиям должны удовлетворять множества A и B , чтобы $A \cap B = A \cup B$?
 - 1) $A \subset B$; 2) $A=B$; 3) $B \subset A$; 4) $A=\emptyset$, $B \neq \emptyset$;
6. Каким условиям должны удовлетворять множества A и B , чтобы $(A \cup B) \setminus B = A$?
 - 1) $A=B \neq \emptyset$; 2) $A \subset B$, $A \neq \emptyset$; 3) $A \cap B = \emptyset$; 4) $B \subset A$, $B \neq \emptyset$.
7. Какое из следующих утверждений верно?
 - 1) $1 \subset \{1,2,3\}$; 2) $\{1\} \subset \{1,2,3\}$; 3) $\{1,2\} \subset (\{1,2\}, 3)$.
8. Какое из следующих утверждений верно?
 - 1) $\{1\} \in \{\{1\}, \{2,3\}\}$; 2) $\{2\} \in \{1,2,3\}$; 3) $\{1,2\} \in \{1,2,3\}$; 4) $1 \in \{\{1\}, \{2,3\}\}$.

2. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

1. Какое из следующих высказываний истинно?
 - 1) $(\exists x)(x^2 - 4x + 3 = 0 \wedge x < 0)$

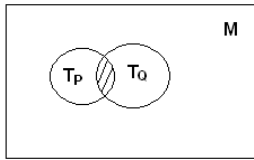
- 2) $(\exists x)(x^2-4x+3=0 \wedge 0 < x < 1)$
 - 3) $(\exists x)(x^2-4x+3=0 \wedge x > 3)$
 - 4) $(\exists x)(x^2-4x+3=0 \wedge x > 0)$
2. Какое из следующих высказываний истинно?
- 1) $(\forall x)(x^2-4x+3 < 0)$
 - 2) $(\forall x)(x^2+2x-3 > 0)$
 - 3) $(\forall x)(x^2+x+5 > 0)$
 - 4) $(\forall x)(-x^4+4x-3 \geq 0)$
3. Какая из следующих формул тождественно истинна?
- 1) $(P \vee \neg P) \Rightarrow P$
 - 2) $P \Rightarrow (P \vee \neg P)$
 - 3) $P \Rightarrow (P \wedge \neg P)$
 - 4) $P \Rightarrow \neg P$
4. В какой из следующих формул приведенных сведений достаточно, чтобы определить истинностное значение формулы?
- 1) $P \vee (Q \Rightarrow R), Q \equiv \text{л.}$
 - 2) $P \wedge (Q \Rightarrow R), Q \equiv \text{л.}$
 - 3) $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow P, P \equiv \text{и.}$
 - 4) $P \wedge \neg Q \Rightarrow Q, Q \equiv \text{л.}$
5. Какое из следующих утверждений является предикатом на множестве действительных чисел?
- 1) «Вчера шел дождь».
 - 2) «25 – простое число».
 - 3) « $x^2+y^2=4$ ».
 - 4) « $16+9=5^2$ ».
6. Какие из следующих утверждений являются истинными?
- 1) Если каждое из слагаемых делится на 13, то и сумма делится на 13.
 - 2) Если хотя бы одно слагаемое не делится на 13, то и сумма не делится на 13.
 - 3) Если сумма делится на 13, то и каждое слагаемое делится на 13.
 - 4) Если сумма не делится на 13, то ни одно из слагаемых не делится на 13.
7. Какие из следующих формул являются тавтологиями?
- 1) $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge Q)$
 - 2) $P \wedge Q \Rightarrow (R \Leftrightarrow P \vee Q)$
 - 3) $(P \Rightarrow Q) \vee (P \vee Q)$
 - 4) $(P \Rightarrow Q) \vee \neg(\neg P \wedge \neg Q)$
8. Какие высказывания являются истинными вместе с высказыванием $A \Rightarrow B$?
- 1) A достаточно для B.
 - 2) A необходимо для B.
 - 3) B достаточно для A.
 - 4) B необходимо для A.
9. Укажите правильную запись высказывания: «Некоторые действительные числа не являются рациональными».
- 1) $\exists x (x \in R \Rightarrow x \notin Q).$
 - 2) $\forall x (x \notin R \Rightarrow x \notin Q).$
 - 3) $\exists x (x \in R \wedge x \notin Q).$

4) $\exists x (x \notin R \wedge x \notin Q)$.

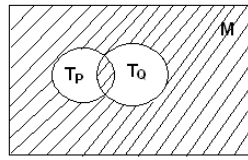
10. Пусть $P(x)$ и $Q(x)$ – одноместные предикаты, заданные на множестве M ; T_P и T_Q – их области истинности. Установите соответствие между предикатами:

1) $P(x) \wedge Q(x)$; 2) $P(x) \vee Q(x)$; 3) $P(x) \Rightarrow Q(x)$; 4) $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$

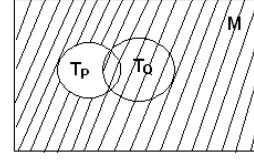
и их областями истинности:



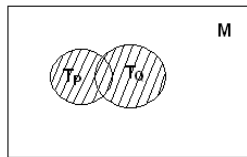
1)



4)



3)



2)

11. Пусть высказывание $A \Leftrightarrow B$ истинно. Какое из следующих высказываний ложно?

1) $A \Rightarrow A \vee B$; 2) $(A \wedge \neg B) \Rightarrow B$; 3) $A \Leftrightarrow \neg B$; 4) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$.

3. БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ. ОТОБРАЖЕНИЯ

1. Бинарное отношение ρ задано на множестве действительных чисел.

$(\forall x, y \in \mathbb{R}) x \rho y \Leftrightarrow |x-3| = |y-3|$. Какими из названных свойств оно обладает?

- 1) Рефлексивность.
- 2) Антирефлексивность.
- 3) Симметричность.
- 4) Антисимметричность.
- 5) Транзитивность.

2. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано отношение $\rho = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$. Какими свойствами оно обладает?

- 1) Рефлексивность.
- 2) Антирефлексивность.
- 3) Симметричность.
- 4) Антисимметричность.
- 5) Транзитивность.
- 6) Связность.

3. На множестве действительных чисел задано отношение эквивалентности ρ .

$$(\forall x, y \in \mathbb{R}) x \rho y \Leftrightarrow \cos \frac{\pi x}{2} = \cos \frac{\pi y}{2}$$

Какое из следующих множеств является классом эквивалентности $[1]_\rho$?

- 1) $\{1+2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$; 2) $\{1+n \mid n \in \mathbb{Z}\}$; 3) $\{2+4n \mid n \in \mathbb{Z}\}$; 4) $\{-2+2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$.

4. Заданное на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ бинарное отношение

$\rho = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$ является:

- 1) эквивалентностью;

- 2) строгим частичным порядком;
 - 3) нестрогим частичным порядком;
 - 4) нестрогим линейным порядком.
5. На множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ задано разбиение $A_1 = \{1, 2\}$, $A_2 = \{3\}$, $A_3 = \{4, 5\}$. Какую эквивалентность на A оно определяет?
- 1) $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$
 - 2) $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$
 - 3) $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$
 - 4) $\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 5, 3 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$
6. Какие из следующих бинарных отношений на множестве действительных чисел $\mathbb{R}$ являются отображениями $\mathbb{R}$ в $\mathbb{R}$?
- 1) $\rho = \{ \langle x, y \rangle \mid x^2 + y^2 = 1 \}$
 - 2) $\rho = \{ \langle x, y \rangle \mid y > x + 1 \}$
 - 3) $\rho = \{ \langle x, y \rangle \mid y = 10^{x^2 - 1} \}$
 - 4) $\rho = \{ \langle x, y \rangle \mid 2^x = \lg y \}$
7. Какие из указанных ниже отображений сюръективны?
- 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto 2^x$;
 - 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $f: x \mapsto x^2$;
 - 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \sin x$;
 - 4) $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \lg x$.
8. Какие из указанных ниже отображений инъективны?
- 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto 2^x$;
 - 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $f: x \mapsto x^2$;
 - 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \sin x$;
 - 4) $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \lg x$.
9. Какое из указанных ниже отображений обратимо?
- 1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto 2^x$;
 - 2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $f: x \mapsto x^2$;
 - 3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \sin x$;
 - 4) $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f: x \mapsto \lg x$.

4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ. ЗАКОНЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

1. Коммутативными на $\mathbb{R}$ являются операции:
 - 1) $a * b = (a + b)^2$;
 - 2) $a \vee b = a + 3b$;
 - 3) $a * b = \frac{ab}{3}$;
 - 4) $a \vee b = \frac{1}{2}(a - b)$.
2. Ассоциативными на $\mathbb{R}$ являются операции:
 - 1) $a * b = (a + b)^2$;
 - 2) $a \vee b = a + 3b$;
 - 3) $a * b = \frac{ab}{3}$;
 - 4) $a \vee b = a - 3b$.
3. Укажите пары бинарных алгебраических операций, в которых первая операция дистрибутивна относительно второй:
 - 1) сложение и умножение на множестве $\mathbb{R}$;
 - 2) умножение и сложение на множестве $\mathbb{R}$;
 - 3) объединение и пересечение на множестве $\mathcal{P}(M)$ всех подмножеств некоторого множества M ;
 - 4) пересечение и объединение на множестве $\mathcal{P}(M)$;
 - 5) умножение и деление на множестве $\mathbb{R}^+$.

4. Установите соответствие между алгеброй и элементом этой алгебры, который является нейтральным относительно указанной алгебраической операции:

1) $\langle \mathbf{Z}, + \rangle$; 2) $\langle \mathbf{Q}, \cdot \rangle$; 3) $\langle \mathcal{P}(M), \cup \rangle$; 4) $\langle \mathcal{P}(M), \cap \rangle$; 5) $\langle \mathbf{N}, + \rangle$.

($\mathcal{P}(M)$ – множество всех подмножеств некоторого множества M)

а) $\emptyset$; б) 0; в) основное множество алгебры не содержит нейтрального элемента; г) 1; д) M .

5. Пусть R есть множество действительных чисел, бинарная операция $*$ алгебры $\langle R, *, e \rangle$ задана по правилу $a*b = -2a - 2b + 6 + ab$ и $e=3$ – нейтральный элемент для операции $*$. Тогда множество всех симметризуемых элементов этой алгебры равно:

1) $R \setminus \{3\}$; 2) $R \setminus \{2\}$; 3) $R \setminus \{0\}$; 4) R .

6. Пусть R есть множество действительных чисел и операция $*$ алгебры $\langle R, * \rangle$ задана по правилу $a*b = 2a + 2b - 2ab - 1$. Тогда нейтральный элемент e относительно операции $*$ равен:

1) 1; 2) 0; 3) -1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.

7. Конгруэнцией на множестве $\mathbf{Z}$ относительно операции сложения являются бинарные отношения:

1) $\leq$; 2) $=$; 3) $;$; 4) $\geq$; 5) $\equiv$.

8. Для алгебры $\langle \{a_1, a_2, a_3\}, * \rangle$, где операция $*$ задана таблицей

$*$	a_1	a_2	a_3
a_1	a_3	a_1	a_2
a_2	a_1	a_2	a_3
a_3	a_2	a_3	a_1

, неверными являются утверждения:

- 1) Операция коммутативна;
- 2) Нейтральным элементом относительно операции $*$ является элемент a_1 ;
- 3) Нейтральным элементом относительно операции $*$ является элемент a_2 ;
- 4) Симметричным элементом для a_1 является a_2 ;
- 5) Симметричным элементом для a_3 является a_1 .

5. ГРУППЫ

1. Группу относительно умножения образует множество:

1) $\mathbf{Z}_8 \setminus \{\bar{0}\}$; 2) $\mathbf{Z}_6 \setminus \{\bar{0}\}$; 3) $\mathbf{Z}_7 \setminus \{\bar{0}\}$; 4) $\mathbf{Z}_4 \setminus \{\bar{0}\}$.

2. Не образует группу относительно умножения множество:

1) $\mathbf{Z}_3 \setminus \{\bar{0}\}$; 2) $\mathbf{Z}_5 \setminus \{\bar{0}\}$; 3) $\mathbf{Z}_7 \setminus \{\bar{0}\}$; 4) $\mathbf{Z}_8 \setminus \{\bar{0}\}$.

3. Группа $\langle \mathbf{Z}_8, + \rangle$ имеет порядок

1) 8; 2) 7; 3) 4; 4) 6.

4. Группа $\langle \mathbf{Z}_7 \setminus \{\bar{0}\}, \cdot \rangle$ имеет порядок

1) 7; 2) 6; 3) 5; 4) 8.

5. Противоположным классу $\bar{5}$ в группе $\langle \mathbf{Z}_7, + \rangle$ является класс вычетов

1) $\bar{1}$; 2) $\bar{3}$; 3) $\bar{2}$; 4) $\bar{4}$.

6. Противоположным классу $\bar{3}$ в группе $\langle \mathbb{Z}_6, + \rangle$ является класс вычетов
 1) $\bar{0}$; 2) $\bar{1}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{2}$.
7. Нулевым элементом в группе $\langle \mathbb{Z}_6, + \rangle$ является класс вычетов
 1) $\bar{0}$; 2) $\bar{1}$; 3) $\bar{4}$; 4) $\bar{2}$.
8. Нейтральным элементом в группе $\langle \mathbb{Z}_5 \setminus \{\bar{0}\}, \cdot \rangle$ является класс вычетов
 1) $\bar{0}$; 2) $\bar{1}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{4}$.
9. Обратным классу $\bar{2}$ в группе $\langle \mathbb{Z}_5; \cdot \rangle$ является класс вычетов
 1) $\bar{1}$; 2) $\bar{2}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{4}$.
10. Решением уравнения $x + \bar{3} = \bar{5}$ в группе $\langle \mathbb{Z}_6, + \rangle$ является класс:
 1) $\bar{1}$; 2) $\bar{2}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{4}$.
11. Решением уравнения $x - \bar{5} = \bar{7}$ в группе $\langle \mathbb{Z}_{10}, + \rangle$ является класс:
 1) $\bar{1}$; 2) $\bar{2}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{4}$.
12. Из следующих алгебр группами являются:
 а) $\langle \mathbb{Z}; \cdot \rangle$; б) $\langle \mathbb{Q}^+; \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{Z}; * \rangle$, где $a * b = a + b - 3$; г) $\langle A; \cdot \rangle$, где $A = \{\alpha \in \mathbb{C} \mid \alpha^7 = 1\}$?
 1) Только а, б; 2) только б, г; 3) а, б, в; 4) б, в, г.

6. КОЛЬЦА. ТЕОРЕМА О ПОДКОЛЬЦЕ

1. Из следующих алгебр **образуют** кольцо:
 а) $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{Z}_4; +, \cdot \rangle$; г) $\langle \mathbb{R}; +, \cdot \rangle$?
 1) а, б; 2) б, в, г; 3) а, б, г; 4) только в, г.
2. Из следующих алгебр **не образуют** кольцо:
 а) $\langle \mathbb{Z}; + \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$; г) $\langle \mathbb{Z}_5; +, \cdot \rangle$?
 1) Только а; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в.
3. В кольце $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$ нейтральным элементом для сложения является класс
 1) $\bar{0}$; 2) $\bar{1}$; 3) $\bar{5}$; 4) $\bar{4}$.
4. В кольце $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$ противоположным классу $\bar{1}$ является класс
 1) $\bar{2}$; 2) $\bar{3}$; 3) $\bar{5}$; 4) $\bar{4}$.
5. Нет делителей нуля в кольцах
 1) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; 2) $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$; 3) $\langle \mathbb{Z}_7; +, \cdot \rangle$; 4) $\langle \mathbb{Z}_4; +, \cdot \rangle$.
6. В кольце $\langle \mathbb{Z}_8; +, \cdot \rangle$ делителями нуля являются классы вычетов: а) $\bar{2}$; б) $\bar{3}$; в) $\bar{5}$; г) $\bar{4}$; д) $\bar{6}$?
 1) а, г, д; 2) б, в; 3) б, г, д; 4) а, г, д.
7. В кольце $\langle \mathbb{Z}_8; +, \cdot \rangle$ обратимыми являются классы вычетов:
 а) $\bar{2}$; б) $\bar{3}$; в) $\bar{4}$; г) $\bar{5}$; д) $\bar{7}$; е) $\bar{1}$?
 1) а, в; 2) б, г, д; 3) б, г, д, е; 4) в, г, е.
8. Подкольцами кольца действительных чисел **являются**:
 а) $\mathbb{Z}$; б) $2\mathbb{Z}$; в) $Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Q\}$; г) $K = \{a + b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$?
 1) Только а, в; 2) только б, в; 3) только в, г; 4) а, б, в.

9. Не являются подкольцами кольца действительных чисел:

а) $2\mathbb{Z}$; б) $3\mathbb{Z}$; в) $K = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Z}\}$; г) $M = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in \mathbb{Z}\}$?

1) а, б, в; 2) в; 3) г; 4) в, г.

10. Коммутативными кольцами с единицей являются кольца:

а) $\langle 2\mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; б) $\langle Q[\sqrt{2}]; +, \cdot \rangle$, где $Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Z}\}$; в) $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$; г) $\langle \mathbb{R}; +, \cdot \rangle$?

1) Только а, в; 2) только б, в; 3) б, в, г; 4) а, б, г.

7. ПОЛЕ. ТЕОРЕМА О ПОДПОЛЕ

1. Из следующих алгебр полями являются:

а) $\langle \mathbb{Q}; +, \cdot \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{Z}_7; +, \cdot \rangle$; г) $\langle \mathbb{R}; +, \cdot \rangle$, д) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; е) $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$?

1) а, в, г; 2) а, б, в; 3) б, в, д; 4) г, д, е.

2. Из следующих алгебр полями не являются:

а) $\langle \mathbb{Q}; +, \cdot \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{Z}_7; +, \cdot \rangle$; г) $\langle \mathbb{R}; +, \cdot \rangle$, д) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$; е) $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$?

1) только а, б; 2) только б, д; 3) б, д, е; 4) б, в, д.

3. Нейтральный элемент для сложения в поле $\langle \mathbb{Z}_{11}; +, \cdot \rangle$ равен:

1) $\bar{1}$; 2) $\bar{2}$; 3) $\bar{0}$; 4) $\bar{10}$.

4. Элемент, противоположный классу $\bar{3}$ в поле $\langle \mathbb{Z}_{11}; +, \cdot \rangle$ равен:

1) $\bar{4}$; 2) $\bar{7}$; 3) $\bar{9}$; 4) $\bar{8}$.

5. Нейтральный элемент для умножения в поле $\langle \mathbb{Z}_5; +, \cdot \rangle$ равен: 1) $\bar{0}$; 2) $\bar{1}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{2}$.

6. Обратными себе в поле $\langle \mathbb{Z}_5; +, \cdot \rangle$ являются элементы: а) $\bar{0}$; б) $\bar{2}$; в) $\bar{1}$; г) $\bar{3}$; д) $\bar{4}$?

1) а, в; 2) б, г; 3) в, д; 4) в, г.

7. Элемент, обратный классу $\bar{2}$ в поле $\langle \mathbb{Z}_5; +, \cdot \rangle$, равен: 1) $\bar{1}$; 2) $\bar{2}$; 3) $\bar{3}$; 4) $\bar{4}$.

8. В поле $\langle Q[\sqrt{3}]; +, \cdot \rangle$, где $Q[\sqrt{3}] = \{a + b\sqrt{3} | a, b \in \mathbb{Q}\}$, число, обратное для $2 - \sqrt{3}$, равно:

1) $3 - \sqrt{2}$; 2) $2 + \sqrt{3}$; 3) $-2 + \sqrt{3}$; 4) $-2 - \sqrt{3}$.

9. Подполями поля действительных чисел являются:

а) $\mathbb{Z}$; б) $\mathbb{Q}$; в) $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Z}\}$; г) $Q[\sqrt[3]{2}] = \{a + b\sqrt[3]{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$;

д) $Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$?

1) б, д; 2) г; 3) а, в; 4) в, д.

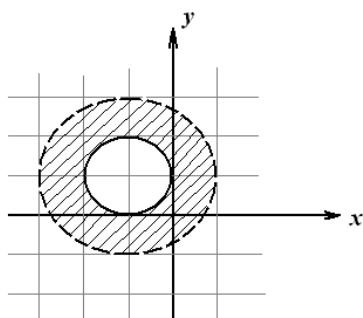
10. Подполями поля действительных чисел не являются:

а) $\mathbb{Z}$; б) $\mathbb{Q}$; в) $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in \mathbb{Z}\}$; г) $\mathbb{R}$?

1) только а; 2) только в; 3) а, в; 4) б, г.

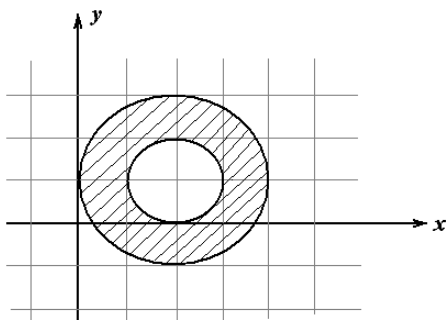
8. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1. На координатной плоскости заштрихованную область определяют неравенства:



- 1) $1 \leq |z-1+i| \leq 2$;
- 2) $1 \leq |z+1-i| < 2$;
- 3) $1 < |z-1+i| < 2$;
- 4) $1 \leq |z+1-i| \leq 2$.

2. На координатной плоскости заштрихованную область определяют неравенства:



1. $1 < |z-2| < 4$;
2. $1 \leq |z-2-i| \leq 2$;
3. $1 < |z+2-i| < 2$;
4. $1 \leq |z-2-i| < 2$.

3. Значение функции $f(x) = x^2 + \frac{3-i}{x} - 2x$ при $x=1+i$ равно:

- 1) $-3-2i$; 2) $-1-2i$; 3) $-1+2i$; 4) $1-2i$.

4. Результат выполнения действий $\frac{7(1-i)(1+i)}{2(2+i\sqrt{3})}$ равен:

- 1) $2-i\sqrt{3}$; 2) $2+i\sqrt{3}$; 3) $-2-i\sqrt{3}$; 4) $4-2i\sqrt{3}$.

5. Значением $\sqrt[3]{-1}$ является число

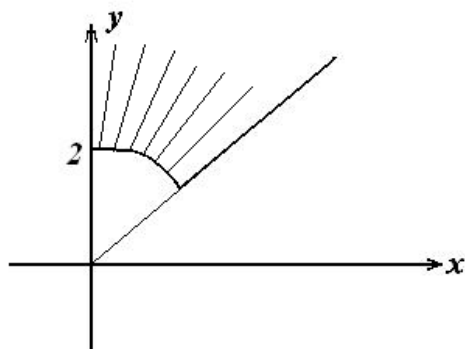
- 1) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Произведение действительной и коэффициента мнимой частей значения функции

$$f(x) = x^4 - \frac{3-i}{x} + 3x \text{ при } x=1-i \text{ равно:}$$

- 1) 5; 2) 6; 3) -5 ; 4) -6 .

7. Указанную область на координатной плоскости задают условия:



- 1) $|z|=2, \arg z < \frac{\pi}{2}$;
- 2) $|z| \leq 2, \arg z > \frac{\pi}{4}$;
- 3) $|z| \geq 2, \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$;
- 4) $|z| > 2, \frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{2}$.

8. Первообразными корнями восьмой степени из единицы являются числа:

$$1) \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}; 2) \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}; 3) \cos \frac{5\pi}{8} + i \sin \frac{5\pi}{8}; 4) \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}.$$

9. Алгебраическая форма числа $4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$ имеет вид:

$$1) -2-2\sqrt{3} \cdot i; 2) 2-2\sqrt{3} \cdot i; 3) -4+8\sqrt{3} \cdot i; 4) -2+2\sqrt{3} \cdot i.$$

10. Тригонометрическая форма числа $-\sqrt{3}+I$ имеет вид:

$$1) 2\left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}\right); 2) 4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right); 3) 4\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right); 4) 2\left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}\right).$$

9. ВЕКТОРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

1. Из следующих систем векторов линейно независимыми являются:

1) $a_1=(0,1,0)$ $a_2=(-4,4,0)$ $a_3=(-2,1,0)$	2) $a_1=(0,1,0)$ $a_2=(1,-1,0)$ $a_3=(-2,1,-2)$	3) $a_1=(4,-2,4)$ $a_2=(1,-1,0)$ $a_3=(-2,1,-2)$	4) $a_1=(1,0,1)$ $a_2=(-2,1,0)$ $a_3=(0,0,0)$
---	--	---	--

2. Из следующих систем векторов линейно зависимыми являются:

1) $a_1=(2,-1,2)$ $a_2=(5,-3,3)$ $a_3=(-1,0,2)$	2) $a_1=(2,-1,2)$ $a_2=(5,-3,3)$ $a_3=(-1,0,-2)$	3) $a_1=(-2,1,-2)$ $a_2=(5,-3,3)$ $a_3=(2,-1,2)$	4) $a_1=(1,0,1)$ $a_2=(-2,1,0)$ $a_3=(0,0,0)$
--	---	---	--

3. Из следующих систем векторов базис пространства $R^3(R)$ образуют:

1) $a_1=(-3,7,1)$ $a_2=(4,0,3)$	2) $a_1=(1,-3,2)$ $a_2=(-1,3,2)$ $a_3=(0,1,0)$	3) $a_1=(1,-2,3)$ $a_2=(-1,2,1)$ $a_3=(-1,2,-3)$	4) $a_1=(1,-3,2)$ $a_2=(4,0,3)$ $a_3=(0,0,0)$
---------------------------------------	---	---	--

4. Сумма координат вектора $a=(2,0,-1)$ в базисе $c_1=(1,1,2)$, $c_2=(0,1,0)$, $c_3=(-1,-1,3)$ равна:

$$1) 2; 2) -4; 3) -2; 4) 0.$$

5. Сумма координат вектора $a=(2,0,-1)$ в базисе $e_1=(1,0,0)$, $e_2=(0,1,0)$, $e_3=(0,0,1)$ равна:

$$1) 3; 2) -1; 3) 1; 4) 0.$$

6. Произведение координат вектора $(1,4,-1)$ в базисе $e_1=(1,0,1)$, $e_2=(1,1,0)$, $e_3=(0,1,1)$ равно:

$$1) 1; 2) 6; 3) -6; 4) 5.$$

7. Линейной оболочке векторов $a_1=(1,0,0)$, $a_2=(0,0,1)$ принадлежат векторы

$$1) (2,2,3); 2) (2,0,2); 3) (-2,0,2); 4) (1,3,-5).$$

8. Матрица перехода от базиса $a_1=(1,2)$, $a_2=(2,3)$ к базису $b_1=(3,1)$, $b_2=(5,2)$ двумерного арифметического пространства над полем действительных чисел равна:

$$1) \begin{pmatrix} -7 & -11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ -11 & 8 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

9. Какое из следующих множеств образует подпространство пространства всех векторов плоскости?

1) Все векторы плоскости, каждый из которых лежит на одной из осей координат Ox или Oy .

- 2) Все векторы плоскости с началом в точке $O(0,0)$, концы которых лежат на данной прямой.
- 3) Все векторы плоскости, начала и концы которых лежат на данной прямой.

10. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Какие из следующих систем линейных уравнений не имеют решений?

а)
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ -2x_1 - 6x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = -3 \\ -3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

- 1) а, в; 2) а, б; 3) а; 4) б.

2. Какие из следующих систем линейных уравнений имеют бесконечно много решений?

а)
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ -x_1 + 5x_2 = 3 \\ -2x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 3x_1 - x_2 = 4 \end{cases}$$

- 1) б, в; 2) а, б; 3) в, г; 4) б, г.

3. Какие из следующих систем имеют хотя бы одно решение?

а)
$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 1 \\ -x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 = -1 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases}$$

г) $x_1 + 2x_2 = -3$

- 1) только а, г; 2) только а, б; 3) а, б, г; 4) только б, г.

4. Какие из следующих систем имеют не более одного решения?

а)
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 1 \\ 2x_1 - 6x_2 = -2 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 2 \\ x_1 - 3x_2 = 4 \end{cases}$$

г) $x_1 + x_2 - x_3 = 0$

- 1) а, б; 2) б, в; 3) а, г; 4) а, в.

5. Ранг расширенной матрицы системы
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$
 равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

6. Ранг основной матрицы системы
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$
 равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

7. Размерность пространства решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$$

равна:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

8. Какой из векторов является решением системы
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \end{cases}$$
 ?

- 1) $(-1, -1, 0, 1)$; 2) $(-1, 1, 0, 1)$; 3) $(-1, -1, 1, 1)$; 4) $(-1, 0, 1, -1)$.

9. Из скольких векторов состоит фундаментальная система решений системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} ?$$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

10. Какие из следующих систем уравнений имеют единственное решение?

а) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -2 \\ -x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 = -1 \end{cases}$ в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$

1) а, б; 2) а, в; 3) а, г; 4) б, г.

11. При каких значениях параметра a система $\begin{cases} 3x_1 - 15x_2 = 1 \\ 2x_1 + ax_2 = -3 \end{cases}$ не имеет решений?

1) -10; 2) 10; 3) 6; 4) 5.

11. ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ

1. Сумма элементов, стоящих на главной диагонали матрицы $A^2 - A + E$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, равна: 1) 0; 2) 3; 3) -4; 4) 6.

2. Можно ли выполнить умножение матриц $A_{(2 \times 4)}$ и $B_{(3 \times 4)}$?
1) да; 2) нет.

3. Размер матрицы $A_{(2 \times 4)} \cdot B_{(4 \times 3)}$ равен:
1) 2×3 ; 2) 2×4 ; 3) 4×3 ; 4) 8×12 .

4. Элемент α_{23} произведения $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ равен:
1) 6; 2) 2; 3) 1; 4) -1.

5. Сумма элементов, стоящих на побочной диагонали произведения $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, равна:
1) 5; 2) 6; 3) 8; 4) 7.

6. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ обратной является:

1) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

7. Какие из следующих матриц: а) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ являются обратимыми?
1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, г.

8. Решением уравнения $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}$ является матрица:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

1. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 3 & -20 \end{vmatrix}$ равен:

1) -1; 2) 9; 3) -79; 4) 37.

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ равен:

1) 9; 2) 1; 3) 18; 4) 0.

3. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ равен:

1) 36; 2) -36; 3) -4; 4) 4.

4. Минор, дополнительный к элементу α_{23} в определителе $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$, равен:

1) 12; 2) -8; 3) 8; 4) -12.

5. Алгебраическое дополнение A_{32} в определителе $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ равно:

1) 16; 2) -16; 3) 15; 4) 0.

6. Определитель матрицы системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_1 + 5x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{равен:}$$

1) 15; 2) 45; 3) -45; 4) -75.

7. Укажите знак члена определителя пятого порядка $\alpha_{23}\alpha_{34}\alpha_{15}\alpha_{42}\alpha_{51}$:

1) «-»; 2) «+».

8. При каком значении k произведение $\alpha_{25}\alpha_{51}\alpha_{32}\alpha_{14}\alpha_{k3}$ является членом определителя пятого порядка?

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

9. Определитель произведения матриц $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -10 & 3 \end{pmatrix}$ равен:

1) -3; 2) 3; 3) -39; 4) 39.

10. Определитель произведения матриц $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ равен:

1) -4; 2) 6; 3) -7; 4) 4.

11. Какие из следующих определителей: а) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ равны нулю?

1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, г.

12. В системе $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 = -3 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$ неизвестное x_2 равно:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) -1.

13. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

1. Какое из следующих преобразований трёхмерного арифметического пространства над $\mathbb{R}$, отображающих любой вектор $x=(x_1, x_2, x_3)$ в вектор $\varphi(x)$, является линейным?

1) $\varphi(x)=(x_1, x_2, x_3+1)$;

2) $\varphi(x)=(x_1+x_2, x_2, x_3)$;

3) $\varphi(x)=(x_1, x_2, (x_3+x_2)^2)$;

4) $\varphi(x)=(x_1-2, x_2, x_3)$;

2. Матрица линейного оператора φ трёхмерного арифметического пространства над $\mathbb{R}$ в

единичном базисе равна $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Вектор $\varphi(x)$, где $x=(2;1;-1)$, равен:

1) $(-1, 1, -2)$; 2) $(1, 1, -2)$; 3) $(-1, -1, -2)$; 4) $(-1, 1, 2)$.

3. Линейные операторы пространства $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ в некотором базисе заданы матрицами

а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

Для какого из них образ не совпадает с $\mathbb{R}$?

1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

4. Линейные операторы пространства $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ в некотором базисе заданы матрицами

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Для каких из них ядро состоит только из нулевого вектора?

1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в.

5. Собственными значениями линейного оператора пространства $R^2(R)$, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, являются числа:

1) -4 и 2 ; 2) -4 и -2 ; 3) 4 и 2 ; 4) 4 и -2 .

6. Сумма собственных значений линейного оператора φ пространства $R^2(R)$, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, равна:

1) 8 ; 2) 6 ; 3) 4 ; 4) -4 .

7. Собственными значениями линейного оператора пространства $R^2(R)$, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 16 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$, являются числа:

1) 9 и -1 ; 2) 9 и 1 ; 3) -9 и 1 ; 4) -9 и -1 .

8. Линейные операторы пространства $R^3(R)$ в некотором базисе заданы матрицами:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для какого из них образ совпадает с R^3 ?

1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

9. Собственный вектор, принадлежащий собственному значению $\lambda = -1$ линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, равен:

1) $(4,1)$; 2) $(-4,1)$; 3) $(4,4)$; 4) $(1,1)$.

10. Линейные операторы пространства $R^3(R)$ в некотором базисе заданы матрицами:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Какая из них является матрицей обратимого линейного оператора?

1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

11. Какому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, принадлежит вектор $(2;1)$?

1) 1 ; 2) 2 ; 3) -1 ; 4) 5 .

12. Ранг линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, равен:

1) 0 ; 2) 1 ; 3) 2 ; 4) 3 .

13. Дефект линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, равен:

- 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

14. ЕВКЛИДОВЫ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

1. Скалярное произведение векторов $a=(1,-4,2,2)$ и $b=(3,3,3,3)$ равно:

- 1) 2; 2) 3; 3) 12; 4) 27.

2. Угол между векторами $a=(4,0,2,0,4)$ и $b=(3,3,3,3,0)$ равен:

- 1) $\frac{\pi}{6}$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{2\pi}{3}$.

3. Норма вектора $(4,0,2,0,4)$ равна:

- 1) 4; 2) 36; 3) 6; 4) 16.

4. Скалярное произведение векторов $x=(x_1, x_2)$, $y=(y_1, y_2)$ в пространстве $R^2(R)$ можно определить равенством:

- 1) $(x, y) = x_1 y_2$;
2) $(x, y) = x_1 y_1 + 2x_2 y_2$;
3) $(x, y) = x_1 y_2 + x_2 y_1$;
4) $(x, y) = x_1 y_1$.

5. Из следующих пар векторов:

- а) $(1, -1, 2)$ и $(-1, 1, 1)$;
б) $(1, -1, 2)$ и $(1, 1, 2)$;
в) $(1, -1, 2)$ и $(3, 1, -1)$;
г) $(1, -1, 2)$ и $(2, 0, -1)$

ортогональными являются:

- 1) а, б; 2) б, в; 3) а, б, г; 4) а, в, г.

6. Из следующих наборов векторов ортогональный базис пространства $R^3(R)$ образует:

- 1) $a_1=(2, -1, 2)$ 2) $a_1=(2, -1, 2)$ 3) $a_1=(2, -1, 2)$ 4) $a_1=(2, -1, 2)$
 $a_2=(2, 2, -1)$ $a_2=(0, 0, 0)$ $a_2=(2, 2, -1)$ $a_2=(2, 2, 1)$
 $a_3=(-1, 2, 2)$ $a_3=(-1, 2, 2)$ $a_3=(4, -2, 4)$ $a_3=(-1, 2, 2)$

7. Из векторов $a=(1, 0, 0)$, $b=(0, -1, 0)$, $c=(1, 1, 0)$, $d=(0, -1, -1)$ нормированными являются:

- 1) а, с; 2) б, д; 3) а, б; 4) с, д.

8. Ортогональная фундаментальная система решений системы линейных однородных

уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$ состоит из векторов:

- 1) $a_1=(-1, 1, 0)$ 2) $a_1=(-1, 1, 0)$ 3) $a_1=(-1, 1, 0)$ 4) $a_1=(1, -1, 0)$
 $a_2=(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$ $a_2=(0, 0, 1)$ $a_2=(1, 0, 1)$

9. Из следующих систем векторов:

- а) $a_1=(2, 1, 3, -1)$ б) $a_1=(2, 1, 3, -1)$ в) $a_1=(2, 1, 3, -1)$ г) $a_1=(2, 1, 3, -1)$
 $a_2=(3, -2, 3, 1)$ $a_2=(3, -2, -3, -1)$ $a_2=(-3, -2, 3, 1)$ $a_2=(-3, -2, 3, 1)$
 $a_3=(1, 5, 1, 10)$ $a_3=(1, 5, 1, 10)$ $a_3=(1, 5, 1, 10)$ $a_3=(5, 1, 1, 10)$

ортогональными являются:

- 1) а,б; 2) б,в; 3) в,г; 4) б,г.

10. Вектор $a=(5,1,-1)$ является ортогональной проекцией вектора $x=(4,4,-1,-3)$ на подпространство L . Ортогональная составляющая равна:

- 1) $(-1,3,0,-2)$; 2) $(1,3,0,-2)$; 3) $(-1,3,0,0)$; 4) $(-1,3,1,-2)$.

15. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП

1. Порядок элемента в конечной группе порядка 12 не может быть равен:

- 1) 1; 2) 3; 3) 5; 4) 12.

2. Сколько подгрупп имеет группа седьмого порядка?

- 1) 1; 2) 2; 3) 7; 4) 0.

3. Порядок подстановки $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ в симметрической группе S_5 равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 5; 4) 6.

4. Какие из следующих алгебр:

а) $\langle \mathbb{N}; + \rangle$;

б) $\langle \mathbb{Z}; * \rangle$, где $(\forall a, b \in \mathbb{Z}) a * b = a + b - 2$;

в) $\langle G; \cdot \rangle$, где $G = \{\alpha \in \mathbb{C} \mid \alpha^5 = 1\}$;

г) $\langle \mathbb{R}; \cdot \rangle$

являются группами?

- 1) а,б; 2) б,в; 3) в,г; 4) а,г.

5. Порядок элемента i в группе $\langle \mathbb{C} \setminus \{0\}; \cdot \rangle$ равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 8.

6. Порядок элемента a мультипликативной группы равен 8. Порядок элемента a^2 равен:

- 1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 8.

7. $H = \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ образует подгруппу аддитивной группы целых чисел $\langle \mathbb{Z}; + \rangle$. Смежный класс по подгруппе H , который порождается числом 16, равен:

- 1) $H+1$; 2) $H+2$; 3) $H+3$; 4) $H+4$.

8. Циклической группе, порожденной подстановкой $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, принадлежит подстановка:

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

9. Подгруппами мультипликативной группы $\langle \mathbb{R} \setminus \{0\}; \cdot \rangle$ являются:

а) $G = \{-1, 1\}$; б) $H = \{1, 2, 3\}$; в) $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$; г) $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

- 1) а,б; 2) а,в; 3) а,г; 4) в,г.

10. Число элементов мультипликативной циклической группы, порождённой элементом -1 , равно:

- 1) 1; 2) бесконечно много; 3) 2; 4) 8.

11. В каких из названных групп всякая подгруппа является нормальным делителем?

- а) $\langle \mathbb{Z}; + \rangle$;
 - б) $\langle \mathbb{R} \setminus \{0\}; \cdot \rangle$;
 - в) мультипликативная группа невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами;
 - г) мультипликативная группа подстановок третьей степени S_3 .
- 1) а,б; 2) а,в; 3) в,г; 4) б,в.

12. В симметрической группе подстановок третьей степени S_3 для подстановки

$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ обратной является подстановка:

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

13. Порядок класса $\bar{2}$ в аддитивной группе классов вычетов по модулю 8 $\langle \mathbb{Z}_8; + \rangle$ равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

16. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОЛЕЦ

1. В каких из перечисленных колец есть делители нуля?

- а) $\langle \mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$
 - б) $\langle \mathbb{Z}_7; +, \cdot \rangle$
 - в) $\langle \mathbb{Z}_6; +, \cdot \rangle$
 - г) Кольцо квадратных матриц второго порядка с действительными элементами.
- 1) а,б; 2) б,в; 3) в,г; 4) а,г.

2. В каких из следующих колец нет делителей нуля?

- а) $\langle 2\mathbb{Z}; +, \cdot \rangle$
 - б) Кольцо многочленов от x с целыми коэффициентами.
 - в) $\langle \mathbb{Z}_{17}; +, \cdot \rangle$
 - г) $\langle \mathbb{Z}_{16}; +, \cdot \rangle$
- 1) а,б,в; 2) б,в,г; 3) а,б,г; 4) а,в,г.

3. Подкольцо в кольце квадратных матриц второго порядка с целыми элементами образует подмножество матриц вида:

- 1) $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Идеалом в кольце $\mathbb{Z}[x]$ многочленов с целыми коэффициентами является:

- 1) множество $\mathbb{Z}$ целых чисел;
- 2) множество многочленов с положительным свободным членом;
- 3) множество многочленов с чётным старшим коэффициентом;
- 4) множество многочленов с нулевым свободным членом.

5. Кольцо относительно обычных операций сложения и умножения образует множество:

- 1) $A = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$;
- 2) $B = \{a+b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$;
- 3) $C = \{a+b\sqrt[3]{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$;
- 4) $D = \{a+b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.

6. Обратимыми в кольце $\mathbb{Z}[\sqrt{3}] = \{a+b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ являются числа:

а) 1; б) -1 ; в) $2-\sqrt{3}$; г) $3-\sqrt{3}$.

1) только а и в; 2) а, в, г; 3) а, б, в; 4) в, г, д.

7. Главный идеал, порождённый числом 5 в кольце $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, содержит число:

1) $\sqrt{3}$; 2) $2+\sqrt{3}$; 3) $5-5\sqrt{3}$; 4) $5+4\sqrt{3}$.

8. Главный идеал (2) в кольце $\mathbb{Z}[i] = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ состоит из чисел вида:

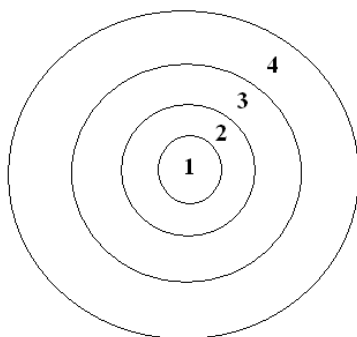
1) $\{a+2bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$;

2) $\{2a+2bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$;

3) $\{a-2bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$;

4) $\{4a+2bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.

9. На диаграмме показано отношение включения между различными классами колец. Установите соответствие:



Ответы:

- Области целостности;
- Кольца главных идеалов;
- Факториальные кольца.
- Евклидовы кольца

17. КОРНИ МНОГОЧЛЕНА. ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ В КОЛЬЦЕ МНОГОЧЛЕНОВ НАД ПОЛЕМ

1. Корнем многочлена $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ является число:

1) 1; 2) -1 ; 3) -2 ; 4) 4.

2. Остаток от деления $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ на $x-2$ равен:

1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) 4.

3. Известно, что многочлен $f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$ при делении на $(x+3)^2$ даёт в остатке 0. Его корнем является число: 1) 3; 2) 9; 3) -3 ; 4) 6.

4. Многочлен наименьшей степени с числовыми коэффициентами, имеющий двукратный корень -1 и простой корень 1, равен:

1) $x^2 - x + 2$; 2) $x^4 + x^2 - x - 1$; 3) $x^3 + x^2 - x - 1$; 4) $x^3 - x^2 + x - 1$.

5. Остаток от деления многочлена $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$ на $x+2$ равен:

1) 7; 2) -1 ; 3) 6; 4) 9.

6. Неполное частное от деления многочлена $x^4 - 3x^2 + x + 5$ на $x-2$ равно:

1) $x^2 - x + 1$; 2) $x^3 + 2x^2 + x + 3$; 3) $x^3 + 2x^2 - 7x + 15$; 4) $x^3 + 2x^2 + x - 3$.

7. Кратность корня $x=1$ многочлена $f(x) = x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 26x^2 - 31x + 11$ равна:

1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 4.

8. Степень остатка от деления многочлена $f(x) = x^6 + 5$ на $x^2 + x - 1$ может быть равной:

1) 5; 2) 4; 3) 2; 4) 1.

9. Сумма коэффициентов многочлена $f(x)=(3x^{12}-4x-1)^{100}$ равна:

- 1) 2^{100} ; 2) -2^{100} ; 3) -1 ; 4) 1 .

10. Наибольший общий делитель многочленов

$f(x)=(x-1)(x+2)^2(x-3)$ и $q(x)=(x+2)(x-3)^2(x+1)$ равен:

- 1) x^2-x-6 ; 2) x^2-1 ; 3) $(x^2-x-6)^2$; 4) x^2+3x+2 .

11. Наибольший общий делитель многочленов

$f(x)=x^4-3x^2+x+2$ и $q(x)=0$ равен:

- 1) x^4-3x^2+x+2 ; 2) 0 ; 3) $-2x^4+6x^2-2x-4$; 4) 1 .

12. Наименьшее общее кратное многочленов

$f(x)=(x-1)(x+2)$ и $q(x)=(x+1)(x+2)^2$ равно:

- 1) $(x-1)(x+2)^2$; 2) $(x^2-1)(x+2)$; 3) $(x^2-1)(x+2)^2$; 4) $(x+1)(x-1)$.

18. МНОГОЧЛЕНЫ НАД ПОЛЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

1. Остаток от деления многочлена x^4-2x^3+x-7 на $x-i$ равен:

- 1) $-3+3i$; 2) $-7-3i$; 3) $-6+3i$; 4) -7 .

2. Произведение корней многочлена $x^4+4x^3-2x^2-12x+9$ равно:

- 1) 6 ; 2) 9 ; 3) -9 ; 4) -3 .

3. Сумма корней многочлена $4x^5+12x^4+x^3+6x^2+10x+3$ равна:

- 1) -12 ; 2) 12 ; 3) 3 ; 4) -3 .

4. Для нормированного многочлена наименьшей степени с комплексными коэффициентами, имеющего корни $1, 2, i$, коэффициент при x равен:

- 1) $2-3i$; 2) $2+3i$; 3) $3+i$; 4) $2i$.

5. Неприводимыми над полем комплексных чисел являются многочлены:

- 1) $2x^3+1$; 2) x^3+5 ; 3) $x-1$; 4) $x^{17}+2$.

6. Нормированный многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами, имеющий двукратный корень $1+i$, равен:

- 1) $x^2-2(1+i)x+2i$; 2) $x^2+2(1-i)x+2i+1$; 3) $x^3-2ix^2-2x+2i+2$; 4) $x^4-2ix^3+2ix^2-(2i-1)x+2i+2$.

7. Многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами, имеющий своими корнями числа 0 и i , равен:

- 1) $x-i$; 2) x^2+ix ; 3) x^2-ix ; 4) x^2+i .

8. Приведённое квадратное уравнение, в котором коэффициент при x равен $-12i$, а отношение корней равно $2:1$, имеет вид:

- 1) $x^2-12ix-32=0$; 2) $x^2-12ix-18=0$; 3) $x^2-12ix-32i=0$; 4) $x^2-12ix+32=0$.

9. Наименьшее значение параметра a , при котором корни уравнения $x^2+(a-3)x-3a=0$ удовлетворяют условию $x_1^2+x_2^2=25$, равно:

- 1) -6 ; 2) -5 ; 3) 4 ; 4) -4 .

10. Числа x_1, x_2 являются корнями уравнения $5x^2+x+3=0$. Значение выражения $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ равно:

- 1) $\frac{3}{5}$; 2) $-\frac{3}{25}$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) $\frac{25}{3}$.

11. Число корней уравнения $x^5 - 6x^4 - 20x^2 + 14x - 4 = 0$ в поле комплексных чисел равно:

- 1) 0; 2) 5; 3) 1; 4) 6.

12. Уравнение $x^6 + 2x^5 + 4x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x + 2 = 0$ имеет двукратный корень i . Множество его корней равно:

- 1) $\{i; -i; -1+i; -1-i\}$; 2) $\{i; 1-i; 1+i\}$; 3) $\{-i; -1-i; -1+i\}$; 4) $\{i; -i; -1+i; 1+i\}$;

19. МНОГОЧЛЕНЫ НАД ПОЛЕМ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Имеет хотя бы один действительный корень многочлен:

- 1) $x^2 - 3x + 5$; 2) $x^{17} + 5x^6 - x + 9$; 3) $x^2 + x + 1$; 4) $x^2 - 6x + 9$.

2. Многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 3$ имеет мнимый корень i . Его остальные корни равны:

- 1) 3 и 1; 2) i и 3; 3) i и -3; 4) $-i$ и -3.

3. Сумма действительных корней многочлена $2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 5$, имеющего комплексный корень $1 - 2i$, равна:

- 1) $-\frac{3}{2}$; 2) $\frac{5}{2}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $-\frac{5}{2}$.

4. Неприводимыми над полем действительных чисел являются многочлены:

- 1) $x^2 + 3x + 5$; 2) $2x^3 - 3x^2 + 1$; 3) $5x - 4$; 4) 7.

5. Остаток от деления многочлена $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ на многочлен $x^3 + x^2 - x - 1$ равен:

- 1) $2x^2 + 3x + 1$; 2) $-2x^2 - 3x - 1$; 3) $2x^2 - 3x - 1$; 4) $-2x^3 - 3x + 1$.

6. Неполное частное от деления многочлена $3x^3 - 2x^2 + x + 2$ на многочлен $x^2 - x + 1$ равно:

- 1) $-x + 1$; 2) $3x + 1$; 3) $3x + 2$; 4) $x - 1$.

7. Многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий корень $2 - i$, равен:

- 1) $x^2 - 4x + 5$; 2) $x^2 + 4x - 5$; 3) $x^2 - 4x + 3$; 4) $x^2 - 4x - 3$.

8. Нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий двукратный корень i , равен:

- 1) $x^2 + 1$; 2) $x^2 - 1$; 3) $x^4 - 1$; 4) $x^4 + 2x^2 + 1$.

9. Многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий корни 0 и i , равен:

- 1) $x^3 + x$; 2) $x^3 - x$; 3) $x^3 + x^2 + x + 1$; 4) $x^2 - x + 1$.

10. Для нормированного многочлена наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющего корни 1, 2, $1 + i$, коэффициент при x^2 равен:

- 1) -5; 2) -8; 3) 4; 4) 10.

11. Разложение многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 5$ на неприводимые над $\mathbb{R}$ множители содержит многочлен:

- 1) $2x^2 - 3x + 1$; 2) $x^2 - 2x + 5$; 3) $x^2 - 2x - 5$; 4) $2x^2 + 3x - 1$.

12. Приводимыми над $\mathbb{R}$ многочленами являются:

- 1) $x^2 - x - 3$; 2) $x + 9$; 3) $x^{10} + x + 1$; 4) $2x^3 + x^2 - x - 2$; 5) $x^2 + x + 1$.

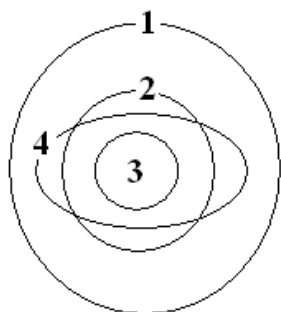
20. МНОГОЧЛЕНЫ НАД ПОЛЕМ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

- Среднее арифметическое целых корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$ равно;
1) 1; 2) 2; 3) $\frac{5}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$.
- Сумма целых корней уравнения $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9 = 0$ равна:
1) 4; 2) -4; 3) -2; 4) 2.
- Произведение рациональных корней уравнения $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$ равно:
1) -6; 2) 6; 3) 9; 4) -9.
- Неприводимыми над $\mathbb{Q}$ являются многочлены:
а) $7x^{13} + 2x^4 - 16x^3 + 4x - 10$;
б) $4x^3 + x + 5$;
в) $x^2 - 7x + 30$;
г) $x^2 + 7x - 30$.
1) а,б; 2) б,в; 3) б,г; 4) а,в.
- Целые корни имеет многочлен:
1) $x^3 - x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$; 2) $12x^3 - 4x^2 - 3x + 3$; 3) $6x^2 - 5x + 1$; 4) $2x - 3$.
- Не имеет целых корней многочлен:
1) $3x^2 - 2x - 1$; 2) $4x^3 - 4x^2 - x + 1$; 3) $9x^2 - 6x + 1$; 4) $3x + 9$.
- Приводимыми над $\mathbb{Q}$ являются многочлены:
а) $12x^7 + 5x^6 - 15x^3 + 5x - 20$; б) $x^2 + 3x + 5$; в) $x^2 - 6x - 2$; г) $4x^3 + x + 5$; д) $x^3 + 1$.
1) а,б; 2) б,в; 3) в,г; 4) г,д.
- Значение многочлена $f(x) = (x-1)^{239} - 5$ при $x = 1$ равно:
1) $2^{239} - 5$; 2) 5; 3) -5; 4) $-1^{239} - 5$.
- Свободный член многочлена $f(x) = (3x^{12} - 4x - 1)^{100}$ равен;
1) 1; 2) -1; 3) 2^{100} ; 4) -2^{100} .
- Показатель кратности корня 2 многочлена $f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ равен:
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

21. РАСШИРЕНИЯ ПОЛЕЙ

- Алгебраическими над полем рациональных чисел являются:
1) 1; 2) i ; 3) π ; 4) e .
- Минимальный многочлен числа $\alpha = 1 - i$ над полем рациональных чисел равен:
1) $x^2 + 1$; 2) $x^2 - 2x + 2$; 3) $x^2 + 2x + 2$; 4) $x^2 + 2x - 2$.
- Степень числа $\alpha = 1 - i$ над полем рациональных чисел равна:
1) 1; 2) 2; 3) 0; 4) 3.
- Простое алгебраическое расширение $\mathbb{Q}(1-i)$ состоит из чисел вида:
1) $a + b(1-i)$, $a, b \in \mathbb{Q}$;
2) $a + b(1-i)$, $a, b \in \mathbb{R}$;
3) $a + bi$, $a, b \in \mathbb{Q}$;

- 4) $a+bi$, $a, b \in \mathbb{Q}$.
5. Степень числа $\alpha=1-i$ над полем комплексных чисел равна:
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
6. Степень числа $\alpha= \sqrt{2} + i$ над полем рациональных чисел равна:
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.
7. Простое алгебраическое расширение $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + i)$ состоит из чисел вида:
1) $a+b(\sqrt{2} + i)$, $a, b \in \mathbb{Q}$.
2) $a+b(\sqrt{2} + i) + c(\sqrt{2} + i)^2$, $a, b, c \in \mathbb{Q}$.
3) $a+b(\sqrt{2} + i) + c(\sqrt{2} + i)^2 + d(\sqrt{2} + i)^3$, $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$.
4) $a+b(\sqrt{2} + i) + c(\sqrt{2} + i)^2 + d(\sqrt{2} + i)^3 + f(\sqrt{2} + i)^4$, $a, b, c, d, f \in \mathbb{Q}$.
8. Минимальный многочлен числа $\alpha= \sqrt{2} + i$ над полем $\mathbb{Q}$ рациональных чисел равен:
1) x^4-2x^2+1 ; 2) x^3-2x^2+9 ; 3) x^4-2x^2-9 ; 4) x^4-2x^2+9 .
9. Степень числа $\alpha= \sqrt{2} + i$ над полем действительных чисел равна:
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.
10. Степень числа $\alpha= \sqrt{2} + i$ над полем комплексных чисел равна: 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.
11. Чтобы убрать иррациональность в знаменателе дроби $\frac{1}{\sqrt[3]{2}+1}$, надо умножить числитель и знаменатель дроби на число:
1) $\sqrt[3]{2}-1$; 2) $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$; 3) $\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$; 4) $\sqrt[3]{4}-2\sqrt[3]{2}+1$.
12. Сумма $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$ равна:
1) $\sqrt{6}-1$; 2) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$; 3) 5; 4) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$.
13. Разрешимы в квадратных радикалах уравнения:
1) x^3-1 ; 2) x^3-2x-1 ; 3) x^3+3x+7 ; 4) x^3-5x+1 .
14. Неразрешимо в квадратных радикалах уравнение:
1) x^3-5x+2 ; 2) x^3-5x-1 ; 3) x^3+1 ; 4) x^3+2x-3 .
15. На диаграмме показано отношение включения между некоторыми числовыми множествами. Установите соответствие:



Ответы:

- множество всех алгебраических чисел;
- множество всех действительных чисел;
- множество всех рациональных чисел;
- множество всех комплексных чисел.

Критерии оценки теста:

1. Каждое задание теста оценивается в 1 балл.

- Итоговая оценка за весь тест соответствует проценту правильных ответов по отношению к общему числу всех вопросов в тесте.
- Оценка за тест считается положительной, если студент ответил правильно не менее, чем на 60% вопросов теста.

6. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Примерный вариант контрольной работы №1 (Векторная алгебра. Метод координат)

Задача 1. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ известны векторы $AB = \vec{p}$ и $BC = \vec{q}$. Выразить через векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$ следующие векторы $\vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}, \vec{FA}, \vec{AC}, \vec{AD}$ и $\vec{AE}$.

Задача 2. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5$ и угол $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \frac{2\pi}{3}$, определить, при каком значении коэффициента α векторы $\vec{p} = \alpha \vec{a} + 17\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ будут перпендикулярными?

Задача 3. В треугольнике ABC с вершинами $A(-4; 7), B(7; 5)$ и $C(4; 1)$ проведена высота CH . Найти координаты точки H .

Задача 4. Написать уравнение множества точек, разность расстояний которых до двух данных точек $A(-5; 0)$ и $B(5; 0)$ равна 6.

Задача 5. В треугольнике ABC проведена средняя линия $MP \parallel AC$. Разложить по векторам $\vec{MP}$ и $\vec{BP}$ следующие векторы: $\vec{AC}, \vec{MK}, \vec{AB}, \vec{KB}, \vec{MC}$ и $\vec{BC}$, где K — середина AC .

Примерный вариант контрольной работы №2 (Прямая линия на плоскости)

1. Даны уравнения прямых, содержащих средние линии треугольника $2x - y + 1 = 0$, $x + 3y = 0$, $-x + y + 2 = 0$. Написать уравнения прямых, содержащих стороны треугольника.

2. В пучке, образованном прямыми $x - 12y + 4 = 0$, $2x - 5y + 3 = 0$, найти: а) прямую, проходящую через начало координат, б) прямую, проходящую через точку $A(4, 3)$.

3. Написать уравнение высоты BH треугольника ABC , если $(AB): x + 5y + 8 = 0$, $(BC): 8x + y - 4 = 0$, $(AC): 7x - 4y + 1 = 0$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(3, -5)$ перпендикулярно к прямой $8x + y - 6 = 0$.

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3, 2)$ и пересекающей оси координат в точках A и B так, чтобы отрезки AM и MB были равны.

Примерный вариант контрольной работы №3 (Векторное и смешанное произведения)

1. Даны векторы $\vec{a}(1; 2; -2), \vec{b}(-5; 3; 5), \vec{c}(2; -5; -8), \vec{d}(-5; 7; 8)$.

- Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис. Найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.
2. Дана треугольная пирамида $ABCD$ координатами своих вершин: $A(2; -1; 5); B(1; 4; 1); C(0; 4; 8); D(-1; 0; 1)$. Определить:
- объем пирамиды;
 - площади граней;
 - высоту, опущенную из вершины D на грань ABC ;
 - расстояние от вершины D до ребра BC ;
 - угол между ребрами AB и AC ;
 - угол между ребром AD и гранью ABC .

Примерный вариант контрольной работы №4 (Плоскость и прямая в пространстве)

- Написать уравнение плоскости, параллельной плоскости XOY и проходящей через точку $A(10, 7, -3)$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через две точки $M_1(3, -4, 8)$ и $M_2(7, -9, 1)$ перпендикулярно к плоскости $2x + 3y - 7z + 6 = 0$.
- В пучке $x + 2y + 3z + 7 + \lambda(x - 5y - 7z + 13) = 0$ найти плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - 5y + z - 4 = 0$.
- Найти проекцию прямой $\begin{cases} 2x - y + 15z + 1 = 0 \\ x + 4y - 10z = 0 \end{cases}$ на координатные плоскости.
- Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{8}$ и плоскости $2x + 3y + 7z = 0$.
- Из точки $C(3, -5, 7)$ опустить перпендикуляр на плоскость $x - 5y + 17z - 8 = 0$.

Примерный вариант контрольной работы №5 (Эллипс – изображение окружности)

- Эллипс задан парой сопряженных диаметров и дана прямая ℓ . Не строя эллипс, найти точки пересечения эллипса с данной прямой.
- Эллипс задан парой сопряженных диаметров и дана точка M , не принадлежащая эллипсу. Не строя эллипс, найти точки касания к эллипсу и провести касательные в этих точках.
- Дано изображение окружности – эллипс, ее цент и вписанный в нее треугольник ABC . Построить изображение точек пересечения высот.

Примерный вариант контрольной работы №6 (Проективная плоскость)

- Выбрав на прямой произвольно две различные собственные точки $A_1(1; 0)$ и $A_2(0; 1)$ и считая точку $E(1, 1)$ несобственной, построить точку $A(3, -4)$.
- Выбрав на плоскости произвольно систему точек A_1, A_2, A_3, E , построить прямую $d(1; 2; 3)$.
- В какие точки переходят точки $A(1; -2; 3), B(2; 1; -1), C(1; 0; -1)$ при проективном преобразовании:

$$\begin{aligned}x_1' &= x_1 + x_3 \\x_2' &= x_1 - x_2 - 2x_3 \\x_3' &= x_1 + 3x_2 - x_3\end{aligned}$$

4. Доказать, что три прямые $a(1; -3; 2)$, $b(2; 3; -1)$, $c(10; 6; 0)$ принадлежат одному пучку. Найти центр пучка.

5. Определить проективное преобразование, оставляющее неподвижными точки $A_1A_2A_3$ и переводящее точку E в $E'(a_1; a_2; a_3)$.

6. Доказать, что 4 точки принадлежат одной прямой и найти (AB, CD) , если $A(1; 4; 2)$, $B(5; 2; 4)$, $C(3; -3; 1)$, $D(-1; 2; 0)$

Примерный вариант контрольной работы №7 (Линии в евклидовом пространстве)

1. Показать, что кривая $x = t; y = \frac{1}{t}; z = \frac{t^2}{3}$ гладкая.
2. Вычислить длину дуги кривой $x = 2t; y = \ln t; z = t^2$, заключенной между точками $M_1(t_1 = 0)$ и $M_2(t_2 = 1)$.
3. Написать уравнение соприкасающейся и спрямляющей плоскости кривой
$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \\ z = \sin t \end{cases}$$
 в любой точке кривой при $t = \frac{\pi}{2}$.
4. Вычислить кривизну и кручение кривой $\vec{r} = \left\{ \cos t; \sin t; 2 \sin \frac{t}{2} \right\}$ в точке $M(0; 1; \sqrt{2})$.

Примерный вариант контрольной работы №8 (Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве)

Задание 1. Дана поверхность
$$\begin{cases} x = 4(u + v) \\ y = 3(u - v) \\ z = 2uv \end{cases}$$
, на которой даны две линии

$$\ell_1 : u + v = 0; \quad \ell_2 : u - v = 0.$$

Найти угол между линиями в их точке пересечения.

Задание 2. Дана поверхность
$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}$$
. Найти нормальную кривизну k_n линии $\ell : u - v^2 = 0$ в точке $A(u = 1, v = 1)$ этой поверхности.

$u - v^2 = 0$ в точке $A(u = 1, v = 1)$ этой поверхности.

Задание 3. Найти полную и среднюю кривизну поверхности
$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = uv \end{cases}$$
 в точке $A(u = 1, v = 1)$.

$A(u = 1, v = 1)$.

7. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

ТЕСТ № 1

Задание № 1

В $\triangle ABC$ векторы $\vec{AK}$, $\vec{BL}$ и $\vec{CM}$ направлены по медианам. Выражения этих векторов через векторы $\vec{AB} = \vec{a}$ и $\vec{AC} = \vec{b}$ будут следующими:

Ответ:

1. $\frac{\vec{a}-\vec{b}}{2}$; $\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$; $\vec{a} - 2\vec{b}$
2. $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$; $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$
3. $\frac{\vec{b}-\vec{a}}{2}$; $\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$; $\vec{b} - 2\vec{a}$

Задание № 2

Даны векторы $\vec{a}(2; 3)$, $\vec{b}(1; -3)$, $\vec{c}(-1; 3)$. Векторы $\vec{a} + \alpha \vec{b}$ и $\vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны, если α равно:

Ответ:

1. 2
2. -2
3. $\frac{1}{2}$
4. $-\frac{1}{2}$

Задание № 3

На плоскости даны векторы $\vec{u}(2; 1)$ и $\vec{v}(1; 0)$. Коэффициенты разложения вектора $\vec{a}(9; 1)$ по векторам $\vec{u}$ и $\vec{v}$ равны:

Ответ:

1. 1; 7

2. 3; 1
3. 1; -2
4. -1; 3

Задание № 4

Векторы $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Единичные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол, равный:

Ответ:

1. $\frac{\pi}{6}$
2. $\frac{\pi}{4}$
3. $\frac{\pi}{3}$
4. $\frac{\pi}{2}$

Задание № 5

Система, состоящая из одного вектора $\vec{a}$, будет линейно зависимой в случае, если:

Ответ:

1. $\vec{a} \neq \vec{0}$
2. $\vec{a} = \vec{0}$

Задание № 6

Скалярное произведение векторов $\vec{a}(1; -2; 3)$ и $\vec{b}(x; 4; 0)$ равно -10. Тогда число x равно:

Ответ:

1. 5
2. 4
3. -2
4. -5

Задание № 7

Установить, компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a}(4; -3; 2), \vec{b}(-2; 6; 8)$ и

$$\vec{c}(2; 3; 10)$$

Ответ:

1. Да
2. Нет

Задание № 8

Угол между векторами $\vec{a}(-1; 1; 0)$ и $\vec{b}(1; -2; 2)$ равен...

Ответ:

1. 45°
2. 135°
3. 0°

Задание № 9

Косинус угла между вектором $\vec{a}(2; -4; 4)$ и осью Ox равен ...

Ответ:

1. $\frac{1}{4}$
2. $\frac{1}{3}$

Задание № 10

Абсцисса точки M равна 7, а расстояние до точки $Z(-1; 5)$ равно 10. Ордината точки M равна:

Ответ:

1. 10; 2
2. -4; 11
3. 11; -1
4. 1; -2

Задание № 11

Две вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A(3; 6)$ и $B(-3; 5)$. Координаты вершины C при условии, что середины сторон лежат на разных осях координат, равны:

Ответ:

1. $C(7; -5)$
2. $C(-3; -5)$
3. $C(-2; -6)$
4. $C(1; -3)$

Задание № 12

Радиус окружности, которая проходит через точку $A(-2; 1)$ и имеет центр в точке $(2; -3)$, равен:

Ответ:

1. $r = 4$
2. $r = 4\sqrt{2}$
3. $r = 2\sqrt{2}$

Задание № 13

Координаты центра тяжести $\triangle ABC$, если $A(-2; 7)$, $B(3; 2)$, $C(2; -3)$, равны:

Ответ:

1. $(-2; 3)$
2. $(2; 3)$
3. $(1; 2)$
4. $(-1; 3)$

Задание № 14

Даны вершины $\triangle ABC$: $A(3; -5)$, $B(-3; 3)$ и $C(7; -2)$.

Длина биссектрисы его внутреннего угла при вершине A равна:

Ответ:

1. $2\sqrt{2}$
2. $\frac{10}{3}\sqrt{2}$
3. $5\sqrt{2}$

Задание № 15

Даны точки $A(-a; 0)$ и $B(a; 0)$. Уравнение множества точек, из которых отрезок AB виден под прямым углом, имеет вид:

Ответ:

1. $x + y = a$
2. $x^2 - y^2 = a^2$
3. $x^2 + y^2 = a^2$
4. $x^2 + y^2 = 0$

Задание № 16

Расстояние от точки $A(3; -4; 7)$ до оси Oz равно:

Ответ:

1. 4
2. 5
3. 10
4. 7

Задание № 17

Расстояние от точки $A(3; -4; 7)$ до оси Oy равно:

Ответ:

1. $\sqrt{57}$
2. $\sqrt{58}$
3. $\sqrt{56}$
4. 3

Задание № 18

Расстояние от точки $A(3; -4; 7)$ до оси Ox равно:

Ответ:

1. $\sqrt{65}$
2. $\sqrt{63}$
3. $\sqrt{62}$
4. 4

Задание № 19

Даны точки $P(-1, 5)$ и $Q(3, 2)$. Координаты точки, симметричной точке P относительно Q равны:

Ответ:

1. $(-5, 8)$
2. $(7, -1)$
3. $(8, 5)$
4. $\left(1, \frac{7}{2}\right)$

Задание № 20

Угловой коэффициент прямой, которая в ПДСК задана уравнением $5x + 7 = 0$, равен:

Ответ:

1. $\frac{7}{5}$
2. 5
3. не определен

Задание № 21

Угол наклона прямой, заданной в ПДСК уравнением $x - y + 1 = 0$, к оси Ox , составляет:

Ответ:

1. 135°
2. 45°
3. 60°

Задание № 22

Уравнение касательной к окружности $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ в точке $K(2; 6)$ имеет вид:

Ответ:

1. $4x + 3y - 26 = 0$
2. $2x + 3y - 1 = 0$
3. $2x + 6y + 1 = 0$

Задание № 23

В прямоугольной декартовой системе дана прямая (а) $2x + 3y + 1 = 0$. Угловой коэффициент k перпендикулярной прямой равен...

Ответ:

1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{3}{2}$
3. $-\frac{3}{2}$
4. $-\frac{2}{3}$

Задание № 24

Прямая проходит через точки $A(1, 2)$ и $B(-2, 1)$, ее угловой коэффициент равен ...

Ответ:

1. 2
2. $-\frac{1}{2}$
3. $\frac{1}{3}$
4. -3

Задание № 25

Две стороны квадрата расположены на прямых $3x - 4y + 1 = 0$ и $3x - 4y + 8 = 0$.
Площадь квадрата равна

Ответ:

1. $\frac{1}{25}$
2. $\frac{49}{25}$
3. $\frac{64}{25}$
4. 49

Задание № 26

Установить, лежат ли точки $M_1(2, 1)$, $M_2(-1, 4)$ и $M_3(-7, 10)$ на одной прямой.

Ответ:

1. Да

2. Нет

Задание № 27

Установить, лежат ли точки $M_1(0, 5)$, $M_2(7, 1)$ и $M_3(-2, 3)$ на одной прямой.

Ответ:

1. Да
2. Нет

Задание № 28

Установить, перпендикулярны ли прямые $y = 0$ и $2x - 5 = 0$.

Ответ:

1. Да
2. Нет

Задание № 29

Угол наклона к оси Ox прямой $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ составляет...

Ответ:

1. $\frac{\pi}{6}$
2. $\frac{5\pi}{6}$
3. $\frac{\pi}{3}$
4. $-\frac{\pi}{3}$

Задание № 30

Отрезок, отсекаемый прямой $2x + y + 5 = 0$ на оси Oy , равен...

Ответ:

1. 2
2. 1
3. 5
4. -5

Задание № 31

Длина высоты, опущенной из вершины C в треугольнике, стороны которого заданы

$AB: y - 2 = 0$, $BC: 2x - y - 12 = 0$ и $AC: 4x - 11y + 30 = 0$, равна:

Ответ:

1. 3
2. 4
3. 5
4. $\sqrt{5}$

Задание № 32

Угловой коэффициент прямой равен 0, если прямая

Ответ:

1. параллельна оси ординат
2. параллельна оси абсцисс
3. проходит через начало координат

Задание № 33

Угловой коэффициент прямой не определен, если прямая

Ответ:

1. параллельна оси ординат
2. параллельна оси абсцисс
3. проходит через начало координат

Задание № 34

Расстояние между прямыми $x + 3 = 0$ и $x - 5 = 0$ равно

Ответ:

1. 4
2. 5
3. 8

ТЕСТ №2

Задание № 1

Хорда, проведенная через фокус параллельно оси Oy , пересекает эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ в двух точках. Определить расстояние между ними $a > b$.

Ответ:

1. $\frac{2a^2}{a+b}$
2. 2

3. $\frac{2b^2}{3a}$
4. $\frac{2b^2}{a}$

Задание № 2

Эксцентриситет эллипса, малая ось которого видна из фокуса под углом 90° , равен...

Ответ:

1. $\sqrt{2}$
2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Задание № 3

Уравнение касательной к эллипсу $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ в точке $K(4; 1)$ имеет вид:

Ответ:

1. $x - y - 6 = 0$
2. $4x - y - 5 = 0$
3. $x + y - 5 = 0$

Задание № 4

Уравнение касательной к гиперболе $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{4} = 1$ в точке $K(5; 1)$ имеет вид:

Ответ:

1. $2x - 3y + 1 = 0$
2. $x - y - 4 = 0$
3. $x + y - 6 = 0$

Задание № 5

. Уравнение касательной к параболе $y^2 = 8x$ в точке $K(2; -4)$ имеет вид:

Ответ:

1. $2x - 4y + 7 = 0$
2. $x + y + 2 = 0$
3. $3x - 6y + 5 = 0$

Задание № 6

Правильный $\triangle ABC$ вписан в параболу с параметром P , так, что точка A совпадает с вершиной параболы. Длина стороны этого треугольника равна:

Ответ:

1. $2\sqrt{2}p$
2. $3\sqrt{3}p$
3. $4\sqrt{3}p$
4. $\sqrt{3}p$

Задание № 7

Составить уравнение поверхности, образованной вращением параболы, которая задана

системой уравнений $\begin{cases} x = \frac{z^2}{2} \\ y = 0 \end{cases}$ вокруг оси Oz .

Ответ:

1. $x^2 + y^2 = z^2$
2. $x^2 - 4y^2 = z^4$
3. $x^2 + y^2 = \frac{z^4}{4}$

Задание № 8

Для эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ выполняется условие $a = 2b$. Эксцентриситет эллипса равен...

Ответ:

1. $\frac{1}{2}$

2. 2
3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Задание №9

Гипербола, асимптоты которой перпендикулярны, задана уравнением $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
Полуось b равна:

Ответ:

1. 4
2. 3
3. 5
4. 1

Критерии оценки:

Каждое задание теста оценивается в 1 балл.

Итоговая оценка за весь тест соответствует проценту правильных ответов по отношению к общему числу всех вопросов в тесте.

Оценка за тест считается положительной, если студент ответил правильно не менее, чем на 60% вопросов теста.

8. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Вопросы коллоквиума

1. Высказывания. Операции над высказываниями.
2. Формулы логики высказываний. Равносильные формулы. Основные равносильности логики высказываний.
3. Множества. Операции над множествами и их свойства.
4. Определение предиката. Операции над предикатами. Область истинности предиката.
5. Логические операции связывания квантором общности и квантором существования на множестве предикатов. Равносильности логики предикатов, связанные с применением кванторов.
6. Запись математических утверждений на языке логики предикатов. Обратная и противоположная теоремы. Необходимое и достаточное условия.
7. Бинарное отношение между элементами множеств; способы задания бинарных отношений. Отношение, обратное данному.

8. Бинарное отношение на множестве; свойства бинарных отношений.
 9. Отношение эквивалентности. Класс эквивалентности. Фактор-множество.
 10. Разбиение множества. Связь отношения эквивалентности, заданного на множестве, с разбиением этого множества.
 11. Отношение порядка. Упорядоченные (строго, нестрого, частично, линейно) множества.
 12. Частичное отображение. Отображение; виды отображений (сюръективное, инъективное, биективное).
 13. Обратное отображение. Необходимое и достаточное условие обратимости отображений.
 14. Композиция отображений и ее свойства.
 15. Бинарные алгебраические операции. Свойства бинарных операций.
 16. Определение группы. Примеры групп. Простейшие свойства группы.
 17. Определение подгруппы. Примеры подгрупп. Критерий подгруппы.
 18. Определение кольца; примеры колец. Кольцо целых чисел. Отношение сравнения в кольце целых чисел; кольцо классов вычетов.
 19. Простейшие свойства колец. Подкольцо данного кольца. Критерий подкольца.
 20. Определение поля. Примеры полей; пример нечислового конечного поля.
 21. Простейшие свойства полей.
 22. Подполе. Расширение поля. Упорядоченные поля.
 23. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп, колец и полей.
 24. Аксиомы множества натуральных чисел. Принцип математической индукции.
 25. Построение поля $\mathbb{C}$, являющегося расширением поля действительных чисел $\mathbb{R}$, и его минимальность.
 26. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.
 27. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме; их геометрическая интерпретация.
 28. Корни n -ой степени из комплексного числа. Геометрическое изображение корней на комплексной плоскости.
 29. Корни из единицы. Свойства корней n -ой степени из единицы.
 30. Первообразные корни n -ой степени из единицы. Теоремы о первообразных корнях.
- Числовые поля. Минимальность поля рациональных чисел.

1. Направленные отрезки. Отношение эквивалентности.
2. Сложение и вычитание векторов. Свойства сложения векторов.
3. Умножение вектора на число.
4. Условие коллинеарности векторов. Теорема 1.
5. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости (1-4).
6. Связь линейной зависимости с коллинеарностью. Теорема 2.
7. Связь линейной зависимости с компланарностью. Теорема 3.
8. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Теорема 4.

9. Векторные пространства. Координаты вектора в пространстве. Теорема 5 и 6.
10. Скалярное произведение векторов. Свойства. Скалярное произведение в координатной форме.
11. Скалярное произведение векторов. Теорема 8 (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность).
12. Аффинная система координат на плоскости. Координаты вектора.
13. Основные задачи, решаемые с помощью метода координат. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении.
14. Основные задачи, решаемые с помощью метода координат. Расстояние между двумя точками. Площадь треугольника.
15. Преобразование аффинной системы координат (перенос).
16. Преобразование аффинной системы координат (поворот).
17. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат.
18. Полярные координаты. Связь с прямоугольными декартовыми координатами.
19. Алгебраическая линия. Окружность.
20. Различные способы задания прямой.
21. Теорема об общем уравнении прямой.
22. Исследование общего уравнения прямой.
23. Взаимное расположение двух прямых.
24. Расстояние от точки до прямой.
25. Геометрический смысл знака трехчлена.
26. Угол между двумя прямыми.
27. Нормальное уравнение прямой.
28. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
29. Исследование формы эллипса по каноническому уравнению.
30. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы.
31. Исследование формы гиперболы по каноническому уравнению.
32. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
33. Исследование формы параболы.
34. Директрисы эллипса и гиперболы.
35. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

1. Преобразование аффинной системы координат в пространстве.
2. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Свойства.
3. Смешанное произведение трех векторов. Объем тетраэдра. Свойства.
4. Различные способы задания плоскости.
5. Общее уравнение плоскости (теорема прямая и обратная).
6. Условие параллельности вектора и плоскости.
7. Исследование общего уравнения плоскости.
8. Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + C + D$.
9. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
10. Взаимное расположение трех плоскостей в пространстве.
11. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
12. Различные способы задания прямой в пространстве.
13. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
14. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
15. Углы между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
16. Эллипсоид.
17. Однополостный гиперболоид.

18. Двуполостный гиперboloид.
19. Эллиптический параболоид.
20. Гиперболический параболоид.
21. Прямолинейные образующие поверхностей II порядка.
22. n -мерное векторное пространство.
23. Евклидово векторное пространство.

1. Понятие проективного пространства. Модели проективной плоскости.
2. Координаты точек на проективной плоскости. Теорема 1. Теорема 2.
3. Координаты точек на проективной плоскости. Теорема 3. Определение проективных координат точки.
4. Проективные координаты точки. Задание координат точки плоскости с точностью до множителя.
5. Координаты точек на проективной прямой. Теорема о существовании множества согласованных систем векторов. Задание координат точки прямой с точностью до множителя.
6. Условие принадлежности трех точек прямой. Проекции точки X на координатные прямые.
7. Уравнение прямой на проективной плоскости.
8. Взаимное расположение двух прямых на проективной плоскости.
9. Преобразование координат точек на проективной прямой.
10. Преобразование координат точек на проективной плоскости.
11. Принцип двойственности на плоскости и в пространстве.
12. Теорема Дезарга.
13. Сложное отношение 4-х точек прямой. Сложное отношение в координатной форме.
14. Свойства сложного отношения 4-х точек прямой.
15. Сложное отношение 4-х прямых пучка, его свойства.
16. Проективные преобразования плоскости. Основная теорема.
17. Свойства проективных преобразований. Аналитическое задание проективного преобразования.
18. Полный четырехвершинник. Лемма. Гармонические четверки точек. Гармоническое свойство полного четырехвершинника.
19. Гомология. Свойства гомологии. Группа проективных преобразований.
20. Проективные отображения прямых. Теорема 1.
21. Понятие перспективного отображения прямых. Признак перспективного отображения (теорема 2).

Критерии оценки ответа:

1. Зачет с оценкой проводится в форме итогового теста по материалу 1-3 го разделов дисциплины.
2. К тесту допускаются студенты, отчитавшиеся по обеим контрольным работам, ИДЗ и терминологическому опросу не менее, чем на 60 % по каждой из перечисленных форм.
4. Каждое задание теста оценивается в 1 балл.
5. Итоговая оценка за весь тест соответствует проценту правильных ответов по отношению к общему числу всех вопросов в тесте.
3. Оценка за тест считается положительной, если студент ответил правильно не менее, чем на 60% вопросов теста.
4. От итогового теста освобождаются студенты, набравшие по рейтингу не менее 60%.

9. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Содержание
итоговой контрольной работы по алгебре (1 семестр)

Студент должен уметь:

- выполнять операции над матрицами;
- определять ранг матрицы;
- вычислять определитель квадратной матрицы разными способами;
- вычислять обратную матрицу разными способами;
- проводить исследование на совместность системы линейных уравнений и решать их различными методами (методом Гаусса, матричным методом, методом Крамера);
- определять линейную зависимость и независимость различных систем векторов;
- определять базис и ранг конечной системы векторов;
- дополнить линейно независимую систему векторов векторного пространства, не являющуюся базисом, до базиса;
- определять размерность и базис пересечения и суммы подпространств;
- выполнять процесс ортогонализации при построении ортогонального базиса;
- определять размерность и находить базис ортогонального дополнения к подпространству конечномерного евклидова векторного пространства;
- находить в к.м. евклидовом пространстве ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора относительно подпространства;
- находить матрицу линейного оператора в фиксированном базисе;
- находить область значений (образ) и ранг, ядро и дефект линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей;
- находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей.

Итоговая контрольная работа составляется из типовых заданий, включенных в следующие проверочные работы:

1. Контрольная работа №1;
2. ИДЗ 2-го семестра;
3. Контрольная работа №2.

Критерии оценки контрольной работы:

1. Проводится в форме проверочной аудиторной работы.
2. Каждое задание работы оценивается в 1 балл; при допущенных ошибках оценка за задание снижается.
3. При оценивании задания учитывается аккуратность оформления и подробное описание хода решения со ссылками на соответствующий теоретический материал.
4. Итоговая оценка за всю работу соответствует проценту полученного суммарного балла по отношению к максимально возможному числу баллов.
5. Положительной считается оценка за работу не менее 60%. При отрицательной оценке студент переписывает работу заново (другой вариант).
6. Рейтинговый балл за повторное написание работы не может быть больше 75 %.
7. От итоговой контрольной работы освобождаются студенты, отчитавшиеся по обоим контрольным работам, всем ИДЗ и терминологическому опросу не менее, чем на 60 % по каждой из перечисленных форм

Вопросы к зачету с оценкой

1. Полугруппы. Моноиды. Обобщенный закон ассоциативности для полугрупп.
2. Группа подстановок на множестве M . Симметрическая группа n -ой степени (S_n). Теорема Кэли.
3. Порядок элемента группы; его свойства. Теорема о степенях элемента конечного порядка и ее следствие.
4. Циклические группы. Изоморфизм бесконечных циклических групп; изоморфизм конечных циклических групп одного порядка.
5. Отношение сравнения по подгруппе и его свойства. Правые и левые смежные классы по подгруппе.
6. Теорема Лагранжа и ее следствия.
7. Нормальные делители группы. Критерий нормального делителя группы. Фактор-группа.
8. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теоремы о том, что ядро гомоморфизма φ группы $\langle G, * \rangle$ в группу $\langle H, \circ \rangle$ является подгруппой и нормальным делителем группы $\langle G, * \rangle$.
9. Теорема об эпиморфизмах групп.
10. Идеалы кольца. Отношение сравнения по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема о том, что множество K/I всех классов вычетов кольца K по идеалу I является кольцом относительно операций $\oplus$ и $\otimes$.
11. Гомоморфизмы колец. Ядро гомоморфизма. Теорема об эпиморфизмах колец.
12. Характеристика кольца. Поле частных области целостности. Теорема о существовании поля частных для области целостности.
13. Кольцо главных идеалов. Факториальность кольца главных идеалов.
14. Евклидовы кольца. Теорема о том, что евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.
15. Кольцо многочленов от одной переменной над произвольным коммутативным кольцом.
16. Деление многочлена на двучлен $x-a$. Теорема Безу. Схема Горнера.
- 15: Корни многочлена. Теорема о числе различных корней многочлена n -ой степени над областью целостности.
16. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
17. Многочлены над полем. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов над полем.
18. Алгоритм Евклида в кольце многочленов над полем. НОД двух многочленов в кольце многочленов над полем. Свойства НОД.
19. Неприводимые над данным полем многочлены. Свойства неприводимых над полем многочленов. Теорема о разложении многочлена над полем в произведение неприводимых над данным полем многочленов.
20. Производная многочлена над полем нулевой характеристики. Кратность неприводимых множителей многочлена и его производной.
21. Многочлены от нескольких переменных. Однородные многочлены. Лексикографическое расположение ненулевых членов многочлена.
22. Симметрические многочлены. Леммы о симметрических многочленах.
23. Основная теорема о симметрических многочленах. Практический способ выражения симметрического многочлена через элементарные симметрические.
24. Многочлены над полем комплексных чисел. Основная теорема алгебры и ее следствия. Формулы Виета.
25. Многочлены над полем действительных чисел и их свойства.
26. Решение уравнений 3-ей степени. Исследование неполного кубического уравнения с действительными коэффициентами.

27. Метод Феррари для решения уравнений 4-ой степени.
28. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна
29. Алгебраический над полем элемент и его минимальный многочлен.
30. Простое алгебраическое расширение поля и его строение.
31. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
32. Разрешимость уравнений в квадратных радикалах над полем рациональных чисел и задачи теории геометрических построений.

Критерии оценки ответа на зачете:

1. Зачет с оценкой проводится по билетам, в которые включены по два вопроса из программы.
2. При оценивании ответа учитывается: правильность формулировок; установление взаимосвязи теории и практики; содержательность и аргументированность, полнота и структурная логичность ответа; глубина знаний вопроса.
3. При допущенных ошибках и неточностях в формулировках определений и доказательствах теорем оценка за ответ снижается.
4. К экзамену допускаются студенты, отчитавшиеся по обеим контрольным работам и всем ИДЗ не менее, чем на 60 % по каждой из перечисленных форм.
5. Студент, сдавший успешно коллоквиумы по первым двум разделам 3-го семестра и отчитавшийся по обеим контрольным работам, по желанию может быть освобожден на экзамене от первого вопроса билета с выставлением за этот вопрос оценки по рейтингу.
6. Студенты, набравшие по рейтингу не менее 60% , по их желанию могут быть освобождены от сдачи экзамена с выставлением оценки по рейтингу.

Уровни сформированности компетенции УК-1 в рамках дисциплины

1 курс, 1 семестр:

Уровни сформированности компетенции УК-1.	Основные признаки уровня
Пороговый	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - определений логических операций над высказываниями; - определений операций над множествами; - определений свойств бинарных отношений на множестве; проявляет умение: - строить таблицы истинности для формул логики высказываний; - находить результаты операций над множествами, иллюстрировать результаты операций и отношение включения между множествами на диаграммах Эйлера-Венна - записывать математические утверждения, на языке логики предикатов, возможно допуская при этом ошибки непринципиального характера; - определять по образцу свойства бинарных отношений, заданных на конечных множествах; - узнавать, в основном безошибочно, основные

	алгебры (группы, кольца, поля); приводить примеры групп, колец, полей; - определять вид заданного отображения (функции); - выполнять действия над комплексными числами как в алгебраической, так и в тригонометрической форме; По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 60 до 75 баллов
Базовый	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - определений логических операций над высказываниями; - определений операций над множествами; - определений свойств бинарных отношений на множестве и отличительных особенностей графов бинарных отношений, обладающих указанными свойствами; проявляет умение: - строить таблицы истинности для формул логики высказываний; - находить результаты операций над множествами, иллюстрировать результаты операций и отношение включения между множествами на диаграммах Эйлера-Венна; - записывать математические утверждения, на языке логики предикатов, возможно допуская при этом некоторые неточности; - формулировать теоремы, имеющие вид общеутвердительного и общеотрицательного суждений со словами «необходимо» и «достаточно»; - определять свойства бинарных отношений, заданных на конечных множествах и на множестве действительных чисел $\mathbb{R}$, выделять среди бинарных отношений отношения эквивалентности, возможно допуская при этом некоторые неточности; - определять вид заданного отображения (функции); - определять свойства бинарных операций на данном множестве, узнавать основные алгебры (группы, кольца, поля); приводить примеры групп, колец, полей; - выполнять действия над комплексными числами как в алгебраической, так и в тригонометрической форме; показывает владение: - навыками применения полученных знаний и умений при решении типовых алгебраических задач. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 75 до 87

	баллов
Повышенный	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - определений логических операций над высказываниями, простейших законов логики высказываний (противоречия, исключенного третьего, контрапозиции и др.); - определений операций над множествами и их свойств; - определений свойств бинарных отношений на множестве и основных видов бинарных отношений: эквивалентность, порядок, функция; - основ общей теории алгебраических систем: определения бинарной операции на данном множестве, определения группы, кольца, поля и их простейших свойств; проявляет умение: - находить результаты операций над множествами, иллюстрировать результаты операций и отношение включения между множествами на диаграммах Эйлера-Венна, доказывать равенства для множеств; - определять и анализировать логическую структуру математических предложений, применять законы логики при равносильных преобразованиях тех или иных утверждений; - определять свойства бинарных отношений, выделять среди бинарных отношений отношения эквивалентности и порядка; - определять вид заданного отображения (функции); - определять свойства бинарных операций на данном множестве, узнавать основные алгебры (группы, кольца, поля); определять их свойства и приводить примеры конечных и бесконечных групп, колец, полей; - выполнять действия над комплексными числами как в алгебраической, так и в тригонометрической форме, иллюстрировать операции над комплексными числами геометрически; показывает владение: - навыками применения полученных знаний и умений в различных ситуациях (в пределах изученной тематики курса). По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 87 до 100 баллов

1 курс, 1 семестр

Уровни сформированности компетенции УК-1.	Основные признаки уровня
Пороговый	При выполнении заданий всех форм контроля студент

	демонстрирует знание: - основных понятий теории систем линейных алгебраических уравнений: решение системы, совместная (несовместная) система, равносильные системы, элементарные преобразования системы линейных уравнений; - основных понятий теории матриц и определителей; - основных понятий теории векторных пространств; проявляет умение: - решать системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных; - проводить по образцу исследование системы линейных уравнений на совместность, возможно допуская при этом ошибки не принципиального характера; - выполнять по образцу действия над матрицами, вычислять ранг матрицы, определитель квадратной матрицы; - находить по образцу ФСР однородной системы линейных уравнений; - определять базис конечномерного векторного пространства и координаты вектора в данном базисе; - находить по образцу область значений, ранг, ядро, дефект линейного оператора, собственные значения и собственные векторы линейного оператора, возможно допуская при этом ошибки не принципиального характера; По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 60 до 75 баллов
Базовый	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - основных понятий теории систем линейных алгебраических уравнений: решение системы, совместная (несовместная) система, равносильные системы, элементарные преобразования системы линейных уравнений; - основных понятий теории матриц и определителей; - основных понятий теории векторных пространств; проявляет умение: - решать системы линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных, матричным методом и методом Крамера; - проводить исследование системы линейных уравнений на совместность, возможно допуская при этом некоторые неточности; - выполнять действия над матрицами и вычислять ранг матрицы, определитель квадратной матрицы; - находить ФСР однородной системы линейных уравнений; - определять базис конечномерного векторного

	пространства и координаты вектора в данном базисе; - находить область значений, ранг, ядро, дефект линейного оператора, собственные значения и собственные векторы линейного оператора, возможно допуская при этом некоторые неточности; показывает владение: - навыками применения полученных знаний и умений при решении типовых алгебраических задач. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 75 до 87 баллов
Повышенный	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - основ теории систем линейных алгебраических уравнений, методов решения систем, критериев существования и единственности решения (в терминах рангов матриц и определителей); - основ теории матриц и определителей; - основ общей теории векторных пространств и их линейных преобразований; проявляет умение: - решать системы линейных уравнений различными методами; - использовать аппарат матриц и определителей в необходимых ситуациях; - умение определять базис и размерность конечномерного векторного пространства, находить координаты векторов в различных базисах пространства; - умение находить матрицу линейного отображения, область значений, ранг, ядро, дефект линейного оператора, находить собственные значения и собственные векторы линейного оператора; показывает владение: - навыками применения полученных знаний и умений в различных ситуациях (в пределах изученной тематики курса). По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 87 до 100 баллов

1 курс, 1 семестр

Уровни сформированности компетенции УК-1.	Основные признаки уровня
Пороговый	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание:

	- определений: группа, подгруппа, нормальный делитель группы; фактор-группа; - определений: кольцо, подкольцо, идеал кольца, фактор-кольцо; - определений основных понятий теории многочленов; проявляет умение: - находить по образцу правые и левые смежные классы группы по подгруппе, строить фактор-группу, находить классы вычетов по идеалу, строить фактор-кольцо по идеалу, возможно допуская при этом ошибки не принципиального характера; - выполнять действия над многочленами, деление многочлена на многочлен уголком, применять по образцу алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного многочленов; - применять схему Горнера для нахождения значений многочлена и всех его производных при заданном значении аргумента, для нахождения кратности корня; - находить рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами; - применять формулы Виета для решения задач; показывает владение: - навыками применения полученных знаний по многочленам к задачам школьной математики. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 60 до 75 баллов
Базовый	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - определений основных понятий теории групп: группа, подгруппа, порядок элемента группы, нормальный делитель группы; фактор-группа; - определений основных понятий теории колец: кольцо, подкольцо, идеал кольца, фактор-кольцо; - определений основных понятий теории многочленов; проявляет умение: - находить правые и левые смежные классы группы по подгруппе, строить фактор-группу, находить классы вычетов по идеалу, строить фактор-кольцо по идеалу, возможно допуская при этом некоторые неточности; - выполнять деление многочлена на многочлен уголком, применять алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного многочленов; - применять схему Горнера для нахождения значений

	многочлена и всех его производных при заданном значении аргумента, для нахождения кратности корня; - решать вопрос о приводимости заданного многочлена над указанным полем; - находить рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами; - применять формулы Виета для решения задач; показывает владение: - навыками применения полученных знаний по многочленам к задачам школьной математики. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 75 до 87 баллов
Повышенный	При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует знание: - основ теории групп и теории колец; - основ теории многочленов от одной и нескольких переменных; проявляет умение: - строить фактор-группу по нормальному делителю и фактор-кольцо по идеалу; - применять теорему об эпиморфизмах для групп и для колец; - решать алгебраические уравнения первой - четвертой степеней с одним неизвестным; - применять схему Горнера и формулы Виета для решения задач; - находить рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами и решать вопрос о приводимости многочленов над $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$; показывает владение: - навыками применения полученных знаний и умений в различных ситуациях (в пределах изученной тематики курса). По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 87 до 100 баллов

1 курс, 2 семестр

Критерии оценки компетенции УК-1 в рамках типовых контрольных заданий:

1. Соответствие ответа формулировке вопроса. Содержательность, глубина и полнота ответа. Достоверность излагаемого материала (0-30 баллов).
2. Практическая направленность (0-30 баллов)
3. Аргументированность, логичность (0-20 баллов).
4. Достаточный научно-теоретический уровень ответа (0-20 баллов).

Типовое контрольное задание оценивается по 100-балльной шкале, которая переводится в пяти балльную шкалу в соответствии с действующим на текущий момент Положением о рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов:

- оценка «5» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 87–100 % типового задания;
- оценка «4» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 75–86 % типового задания;
- оценка «3» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 60–74 % типового задания;
- оценка «2» выставляется в случае, если студент выполнил менее 60 % типового задания.

Уровни сформированности компетенции ПК-3 в рамках дисциплины

1 семестр

Уровни сформированности компетенции ПК-3	Основные признаки уровня
Пороговый	Студент демонстрирует знание: - общей схемы использования математических методов для выявления динамики и характера изменения каких-либо показателей под влиянием экспериментальных воздействий; проявляет умение: - осуществлять по образцу первичную статистическую обработку экспериментальных данных, строить по выборке вариационный ряд, вычислять для него числовые характеристики; - представлять, в основном безошибочно, информацию, полученную в ходе эксперимента, в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц; - интерпретировать информацию, представленную в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц с учетом предметной области, допуская при этом ошибки не принципиального характера; - использовать по образцу определенный статистический критерий; производить по нему расчеты и делать выводы в типовых статистических задачах; По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 60 до 70 баллов
Базовый	Студент демонстрирует знание: - общей схемы использования математических методов для выявления динамики и характера изменения каких-либо показателей под влиянием

	экспериментальных воздействий; - основных статистических критериев; проявляет умение: - осуществлять первичную статистическую обработку экспериментальных данных, строить по выборке вариационный ряд, вычислять для него числовые характеристики; - представлять информацию, соответствующую области будущей профессиональной деятельности в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц; - интерпретировать информацию, представленную в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц с учетом предметной области, возможно допуская при этом некоторые неточности; - с помощью методов математической статистики осуществлять по образцу эмпирическое подтверждение или опровержение гипотезы исследования и/или справедливости теоретических выводов в простейших исследовательских задачах; показывает владение: - основными методами математической статистики, используемыми в психолого-педагогических исследованиях для доказательства эффективности внедряемых программ, тренингов, форм, методов и т.д.. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 70 до 80 баллов
Повышенный	Студент демонстрирует знание: - сущности методов математической статистики, используемых при решении исследовательских задач в области образования - основных статистических критериев, их особенностей и общего алгоритма их использования для решения исследовательских задач в педагогике и психологии; проявляет умение: - планировать и осуществлять процесс математической обработки экспериментальных данных; - представлять информацию, соответствующую области будущей профессиональной деятельности в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц; - интерпретировать информацию, представленную в виде схем, диаграмм, графиков, таблиц с учетом предметной области; - с помощью методов математической статистики осуществлять эмпирическое подтверждение или опровержение гипотезы исследования и/или справедливости теоретических выводов в простейших исследовательских задачах; показывает владение:

	- аппаратом математической статистики, применяемым в психолого-педагогических исследованиях для доказательства эффективности экспериментального воздействия. По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 80 до 100 баллов
--	---

2 семестр

Уровни	Показатели
пороговый	Ответ в основном правильный, но схематичный, обнаруживающий лишь умение поверхностно и с отклонениями от последовательности изложения раскрыть материал; научно-теоретический уровень ответа не достаточен; нет обобщений и выводов в полном объеме, имеются существенные ошибки в формулировке определений.
базовый	Ответ, обнаруживает хорошее знание и понимание материала, умение излагать свои мысли последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные затруднения в формулировке выводов, иллюстративный материал может быть представлен недостаточно, приводимые примеры не точные, отдельные ошибки в формулировке понятий
повышенный	Ответ исчерпывающий, точный, проявлено умение пользоваться материалом текстов по предмету для аргументации и самостоятельных выводов, свободное владение соответствующей терминологией, навыками анализа, умение излагать свои мысли последовательно с необходимыми обобщениями и выводами, используя термины.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Целью промежуточной аттестации по данной дисциплине является оценка уровня сформированности компетенций в результате усвоения знаний, приобретения умений, навыков и опыта деятельности в рамках освоения дисциплины (модуля).

Процедура оценивания охватывает обучающихся, освоивших дисциплину (модуль). Процедура оценивания проводится по окончании освоения дисциплины (модуля). Оценка уровня сформированности компетенций на этапах их формирования определяется на основании собеседования, включающих теоретические вопросы или задания, в которых обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы; при этом актуализируется определенный комплекс знаний, необходимый для разрешения данной проблемы. Оценивание ответов обучающихся проводится в соответствии с приведенными критериями.

На основании ответов (ответов на тест, выполнение практико-ориентированного задания) оценивается уровень сформированности компетенций на этапах их формирования в рамках дисциплины (модуля), а также уровень знаний, умений, навыков и опыта деятельности, по результатам выставляется оценка. Результаты проведения процедуры в установленном порядке проставляются преподавателем в зачетные книжки обучающихся и электронные ведомости. По результатам проведения процедуры оценивания преподавателем делается вывод о результатах промежуточной аттестации по дисциплине.

Процедура оценивания (зачет с оценкой) соответствует действующим в вузе текущим положениям, включая Положение о рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.