

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина»
(АГППУ имени В.М. Шукшина)

Кафедра математики, физики, информатики

Утверждаю
проректор по учебной работе
М.В. Довыдова
«26» августа 2022 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили подготовки	Технология и Информатика
Квалификация выпускника	бакалавр
Форма обучения	очная

Составитель:
канд.физ.-мат. наук, доцент

А.М. Ерёмин

Бийск 2022

РЕКОМЕНДОВАНО К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

на заседании кафедры математики, физики, информатики

(протокол от 22 июня 2022 г. № 9)

Заведующий кафедрой

математики, физики, информатики



Т.А. Гусева

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины является формирование представлений о понятиях и методах математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, использовании в естественных науках, в школьном курсе математики.

Задачи дисциплины:

- выработать умения и навыки вычисления пределов, нахождения производных и интегралов, доказательства свойств и теорем, относящихся к основным понятиям математического анализа;
- научить применять методы математического анализа для решения задач, нахождения геометрических и физических величин;
- познакомить с современными направлениями развития математического анализа и его приложениями;
- дать научное обоснование школьного курса «Алгебра и начала анализа».

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математический анализ и дифференциальные уравнения» относится к обязательной части профессионального цикла (Б1.О.12). Математический анализ является одной из базовых дисциплин в образовательной программе подготовки учителя математики. Помимо ее важности как самостоятельная дисциплина, она является основой для изучения таких дисциплин, как «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными», «Численные методы», «Физика» и др.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих **компетенций**:

- Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);
- Способен проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету Информатика (ПК-3).

Наименование и код индикаторов достижения компетенций:

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- УК-1.1 - знание механизмов и методик поиска, анализа и синтеза информации, включающие системный подход в области образования (3.1);
- УК-1.2 - знание методик постановки цели и способов её достижения, научного представления о результатах обработки информации (3.2);
- ПК-3.1 - знание теоретических основ информатики, принципов функционирования информационных систем и технологий (3.1).

уметь:

- УК-1.3 - умение анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи (У.1);
- УК-1.4 - умение находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (У.2);

- УК-1.5 - умение рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки (У.3).

владеть:

- УК-1.6 - владение методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них (В.1);

- УК-1.7 - владение механизмами поиска информации в том числе с применением современных информационных и коммуникационных технологий (В.2).

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр		
		3	4	5
Аудиторные занятия (всего)	80	26	40	14
В том числе:				
Лекции (Л)	30	10	14	6
Практические занятия (ПЗ)	50	16	26	8
Семинары (С)	-	-	-	
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-	
Самостоятельная работа студентов (СРС) (всего)	109	46	41	22
В том числе:				
Подготовка к лекционным и практическим занятиям	28	12	12	4
Коллоквиум	30	12	12	6
Теоретический опрос	28	12	12	4
Индивидуальное домашнее задание	21	10	5	6
Подготовка к тестированию	2	-	-	2
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	-	Зачет	Экзамен	Зачет
Экзамены	27	-	27	-
Общая трудоемкость час	216	72	108	36
зачетные единицы	6	2	3	1

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Содержание разделов (модулей) дисциплины

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
1.	Множества, система действительных чисел. Функции	Множества действительных чисел, ограниченные и неограниченные числовые множества, аксиома о существовании ТВГ и ТНГ ограниченного множества. Модуль действительного числа, свойства модуля. Изображение действительного числа.

		Основные числовые промежутки. Основные понятия (окрестность, предельная точка и др.) Понятие функции (определение $f(x)$, способы задания, равные функции, операции над функциями, постоянные функции, сложная и обратная функции). Последовательность (определение, числовая подпоследовательность, монотонные, ограниченные) Некоторые типы поведения функции (монотонность, ограниченность, четность и нечетность, периодичность).
2.	Предел	Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Определение предела функции в точке по Коши и Гейне, их эквивалентность. Теорема о единственности предела. Бесконечно малые величины (определение бесконечно малой величины, теоремы о сумме бесконечно малых величин, произведении ограниченной и бесконечно малой величины, необходимое и достаточное условие для $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$). Теоремы о пределах (предел суммы, произведения и частного, о сохранении функцией знака своего предела, о сохранении пределом знака функции, теорема о пределе промежуточной функции). Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые. Первый замечательный предел. Односторонние пределы функции. Предел функции на бесконечности. Несобственные пределы. Теоремы о бесконечно больших и бесконечно малых. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Второй замечательный предел. Принцип вложенных отрезков. Принцип сходимости (теорема о пределе подпоследовательности, сходящейся последовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности). Необходимое и достаточное условие существования предела числовой последовательности. Условие существования конечного предела для функции. Асимптоты.
3	Непрерывность. Элементарные функции	Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. Понятие равномерно непрерывной функции. Равномерная непрерывность непрерывной на отрезке функции. Степенная функция с натуральным показателем, свойства. Степенная функция с целым отрицательным

		показателем, свойства. Существование корня с натуральным показателем. Степенная функция с рациональным показателем. Определение и свойства степени с рациональным показателем. Определение и существование степени с иррациональным показателем. Показательная функция и ее свойства. Существование логарифмов. Логарифмическая функция и ее свойства. Связь между логарифмами с различными основаниями. Степенные функции с действительным показателем. Непрерывность показательной, логарифмической и степенной функций. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства.
4	Производная и дифференциал	Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Дифференцируемость и непрерывность. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал. Геометрическая интерпретация дифференциала. Правила дифференцирования. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически и в полярных координатах. Производные высших порядков.
5	Основные теоремы дифференциального исчисления	Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши (геометрический смысл, следствия) Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора и ее применение в приближенных вычислениях. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции. Максимум и минимум функции. Признаки экстремумов. Выпуклость и вогнутость графиков функции. Точки перегиба. Общее исследование функций и построение их графиков. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.
6	Неопределенный интеграл	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования: интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций (многочлен, дробно-рациональная функция, правильная и неправильная рациональная дробь). Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших. Правило интегрирования рациональной дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
7	Определенный интеграл	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции, работа

		переменной силы). Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Необходимое условие интегрируемости. Нижние и верхние суммы Дарбу ограниченной функции. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций (интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва, интегрируемость монотонной функции) Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование четных, нечетных и периодических функций. Приближенное вычисление определенного интеграла (формула прямоугольников, трапеции, Симпсона).
8	Приложения определенного интеграла	Площадь плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объема тела с заданной площадью поперечного сечения. Объем тела вращения. Вычисление длины гладкой кривой. Дифференциал длины дуги. Кривизна плоской кривой. Площадь поверхности вращения. Физические приложения определенного интеграла.
9	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Функции. Предел. Непрерывность. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных.	Определение функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные, их геометрический смысл. Дифференцируемость функций двух переменных (определение, необходимое условие, достаточное условие). Дифференцирование сложной функции. Дифференциал функции нескольких переменных (определение, геометрический смысл, инвариантная форма дифференциала первого порядка, правила нахождения дифференциала). Дифференциал в приближенных вычислениях. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности. Дифференцирование неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент. Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Условный экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений.

10	Интегральное исчисление функции нескольких переменных. Двойной и тройной интеграл. Криволинейные интегралы.	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, его свойства. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла. Задача о работе плоского силового поля. Определение, основные свойства и вычисление криволинейного интеграла I рода. Криволинейные интегралы II рода. Связь между криволинейными интегралами I и II рода. Формула Римана-Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
11	Ряды. Числовые ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.	Числовой ряд. Основные понятия. Примеры. Свойства сходящихся рядов. Геометрический ряд. Гармонический ряд. Необходимый признак сходимости ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов (критерий Коши). Признаки сходимости рядов с положительными членами: признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Абсолютная и условная сходимость рядов. Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница. Теоремы о сходящихся рядах (перестановка членов абсолютно сходящегося ряда, теорема Римана). Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Теоремы о степенных рядах (равномерная сходимость, интегрирование и дифференцирование). Задача о разложении функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение функций $\sin x$, $\cos x$, e^x, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ в степенной ряд.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Алгебра	+										

2.	Геометрия				+				+			
3	Теория чисел и числовые системы				+		+					+
4	Теория функций комплексного переменного	+	+	+	+	+	+	+				+
5	Теория функций действительного переменного	+	+		+	+	+	+				+
6	Дифференциальные уравнения	+			+	+	+	+				+
7	История математики	+	+		+	+	+					+
8	Физика	+			+		+	+	+	+	+	+
9	Методика обучения математике	+	+	+	+	+	+					

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/ п	Наименование раздела дисциплины	Лек ции	Практ. зан.	В том числе в интер- активной форме		СРС	Всего
2 курс, 3 семестр							
1.	Множества, система действительных чисел. Функции	4	8	4 ч		22	34
2.	Предел	6	8	4 ч		24	38
	Зачет	-	-	-		-	-
	Всего в 3 семестре:	10	16	8		46	72
	В том числе в интерактивной форме			лекц 4	практ. 4		
2 курс, 4 семестр							
3	Непрерывность. Элементарные функции	6	12	4 ч		21	39
4	Интегральное исчисление функции нескольких переменных. Ряды	8	14	4 ч.		20	42
	Экзамен	-	-	-		-	27
	Всего в 4 семестре:	14	26	8		41	108
	В том числе в интерактивной форме			лекц 4	практ. 4		
3 курс, 5 семестр							
5	Производная и дифференциал	1	1	2 ч		4	6

6	Основные теоремы дифференциального исчисления	1	1	2 ч	4	6
7	Неопределенный интеграл	1	1	-	4	6
8	Определенный интеграл.	1	1	-	4	6
9	Приложения определенного интеграла	1	2	2 ч	4	7
10	Дифференциальное исчисление для функции нескольких переменных.	1	2	2 ч	2	5
	Зачет	-	-	-	-	-
	Всего в 5 семестре:	6	8	8	22	36
	<i>В том числе в интерактивной форме</i>			лекц 4	практ. 4	
	Итого - Экзамен	-	-	-	-	27
	ВСЕГО:	30	50	24	109	216
В том числе, использование интерактивных форм, технологий				Лекц 12	Практ 12	24

ЛЕКЦИИ

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Лекции – 2 курс, 3 семестр		
1	Множества, система действительных чисел. Функции	1. Множества действительных чисел, ограниченные и неограниченные числовые множества, аксиома о существовании ТВГ и ТНГ ограниченного множества.
		2. Модуль действительного числа, свойства модуля. Изображение действительного числа. Основные числовые промежутки. Основные понятия (окрестность, предельная точка и др.)
		3. Понятие функции (определение $f(x)$, способы задания, равные функции, операции над функциями, постоянные функции, сложная и обратная функции).
		4. Последовательность (определение, числовая подпоследовательность, монотонные и ограниченные последовательности)
		5. Некоторые типы поведения функции (монотонность, ограниченность, четность и нечетность, периодичность).
2	Предел	6. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

		7. Определение предела функции в точке по Коши и Гейне, их эквивалентность. Теорема о единственности предела. Бесконечно малые величины. Теоремы: о сумме бесконечно малых величин, произведении ограниченной и бесконечно малой величины, необходимое и достаточное условие для $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.
		8. Теоремы о пределах (предел суммы, произведения и частного, о сохранении функцией знака своего предела, о сохранении пределом знака функции, теорема о пределе промежуточной функции). Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые.
		9. Первый замечательный предел. Односторонние пределы функции. Предел функции на бесконечности. Несобственные пределы. Теоремы о бесконечно больших и бесконечно малых.
		10. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Второй замечательный предел. Принцип вложенных отрезков.
		11. Принцип сходимости (теорема о пределе подпоследовательности, сходящейся последовательности, теорема Больцано-Вейерштрасса о существовании сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности). Необходимое и достаточное условие существования предела числовой последовательности. Условие существования конечного предела для функции
		12. Асимптоты.
		12. Асимптоты.
3	Непрерывность. Элементарные функции	13. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций.
		14. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация
		15. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
		16. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
		17. Степенная функция с натуральным показателем, свойства. Степенная функция с целым отрицательным

		показателем, свойства. Существование корня с натуральным показателем. Степенная функция с рациональным показателем. Определение и свойства степени с рациональным показателем. Определение и существование степени с иррациональным показателем. 18. Показательная функция и ее свойства. Существование логарифмов. Логарифмическая функция и ее свойства. Связь между логарифмами с различными основаниями. Степенные функции с действительным показателем. Непрерывность показательной, логарифмической и степенной функций. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства.
Лекции – 2 курс, 4 семестр		
4	Производная и дифференциал	1. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. 2. Дифференцируемость и непрерывность. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной и обратной функции. 3. Производные основных элементарных функций. 4. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал. Геометрическая интерпретация дифференциала. Правила дифференцирования. Инвариантность формы дифференциала. 5. Дифференцирование функций, заданных параметрически и в полярных координатах. Производные высших порядков.
5	Основные теоремы дифференциального исчисления	6. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши (геометрический смысл, следствия) 7. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей. 8. Формула Тейлора и ее применение в приближенных вычислениях. 9. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции. Максимум и минимум функции. Признаки экстремумов. 10. Выпуклость и вогнутость графиков функции. Точки перегиба. 11. Общее исследование функций и построение их графиков.

		12. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций.
6	Неопределенный интеграл	13. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
		14. Основные методы интегрирования (интегрирование заменой переменной, интегрирование по частям).
		15. Интегрирование рациональных функций (многочлен, дробно-рациональная функция, правильная и неправильная рациональная дробь).
		16. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших. Правило интегрирования рациональной дроби.
		17. Интегрирование простейших иррациональных функций. Подстановки Эйлера.
		18. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
Лекции – 3 курс, 5 семестр		
7	Определенный интеграл	1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции, работа переменной силы). Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Необходимое условие интегрируемости.
		2. Нижние и верхние суммы Дарбу ограниченной функции. Необходимое и достаточное условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций (интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва, интегрируемость монотонной функции) Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
		3. Интеграл как функция верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование четных, нечетных и периодических функций. Приближенное вычисление определенного интеграла (формула прямоугольников, трапеции, Симпсона) Несобственные интегралы.

8	Приложения определенного интеграла	4. Площадь плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Вычисление объема тела с заданной площадью поперечного сечения. Объем тела вращения.
		5. Вычисление длины гладкой кривой. Дифференциал длины дуги. Кривизна плоской кривой. Площади поверхности вращения. Физические приложения определенного интеграла.
9	Дифференциальное исчисление для функции нескольких переменных.	6. Определение функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные, их геометрический смысл.
		7. Дифференцируемость функций двух переменных (определение, необходимое условие, достаточное условие). Дифференцирование сложной функции. Дифференциал функции нескольких переменных (определение, геометрический смысл, инвариантная форма дифференциала первого порядка, правила нахождения дифференциала). Дифференциал в приближенных вычислениях Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности Дифференцирование неявной функции.
8. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент.		
9. Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Условный экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений.		
Лекции – 3 курс, 5 семестр		
10	Интегральное исчисление функции нескольких переменных. Двойной и тройной интеграл. Криволинейные интегралы.	1. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, его свойства. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием
		2. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.
		3. Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла.

		4. Задача о работе плоского силового поля. Определение, основные свойства и вычисление криволинейного интеграла I рода. Криволинейные интегралы II рода.
		5. Связь между криволинейными интегралами I и II рода. Формула Римана-Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования
11	Ряды	6. Числовой ряд. Основные понятия. Примеры. Свойства сходящихся рядов. Геометрический ряд. Гармонический ряд. Необходимый признак сходимости ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов (критерий Коши). Признаки сходимости рядов с положительными членами: признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
		7. Абсолютная и условная сходимость рядов. Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница. Теоремы о сходящихся рядах (перестановка членов абсолютно сходящегося ряда, теорема Римана).
		8. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Теоремы о степенных рядах (равномерная сходимость, интегрирование и дифференцирование).
		9. Задача о разложении функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение функций $\sin x$, $\cos x$, e^x, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ в степенной ряд.

Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Практические занятия – 2 курс, 3 семестр		
1	Множества, система действительных чисел. Функции	1. Множества действительных чисел, ограниченные и неограниченные числовые множества, аксиома о существовании ТВГ и ТНГ ограниченного множества.
		2. Модуль действительного числа, свойства модуля. Изображение действительного числа. Основные числовые промежутки. Основные понятия (окрестность, предельная точка и др.)
		3. Понятие функции (определение $f(x)$, способы задания, равные функции, операции над функциями, постоянные функции, сложная и обратная функции).
		4. Некоторые типы поведения функции (монотонность, ограниченность, четность и нечетность, периодичность).
		5. Контрольная работа № 1
2	Предел	6. Последовательность (определение, график последовательности, числовые последовательности, их монотонность и ограниченность) Определение предела числовой последовательности. Геометрический смысл.
		7. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Связь между ними. Лабораторная работа по числовым последовательностям.
		8. Определение предела функции в точке, геометрический смысл. Бесконечно малые функции. Вычисление пределов.
		9. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые.
		10. Первый замечательный предел. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Несобственные пределы.
3	Непрерывность. Элементарные функции	11. Второй замечательный предел. Вычисление пределов
		12. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций.
		14. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация
		15. Контрольная работа № 2
		16. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

		17. Теорема о существовании непрерывности обратной функции. Обратные тригонометрические функции, их основные свойства. 18. Показательная, логарифмическая и степенная функции.
Практические занятия – 2 курс, 4 семестр		
4	Производная и дифференциал	1. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной 2. Дифференцируемость и непрерывность. Правила дифференцирования. Техника дифференцирования. 3. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. 4. Дифференциал функции. Инвариантность дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях. 5. Дифференцирование функций, заданных параметрически и в полярных координатах. Производные высших порядков.
5	Основные теоремы дифференциального исчисления	6. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши (геометрический смысл, следствия) 7. Правила Лопиталю раскрытия неопределенностей. 8. Формула Тейлора и ее применение в приближенных вычислениях. 9. Приложения производной: признаки постоянства, возрастания и убывания функции, максимум и минимум функции, выпуклость и вогнутость графиков функции, точки перегиба. 10. Общее исследование функций и построение их графиков. 11. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функций. 12. Контрольная работа №1
6	Неопределенный интеграл	13. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие методы интегрирования. 14. Интегрирование путем подведения под знак дифференциала. 15. Замена переменной, интегрирование по частям. 16. Интегрирование дробно-рациональных функций 17. Интегрирование иррациональных функций и тригонометрических выражений. 18. Контрольная работа №2

Практические занятия – 3 курс, 5 семестр		
7	Определенный интеграл	1. Вычисление интеграла по определению. Повторение техники интегрирования.
		2. Нижние и верхние суммы Дарбу ограниченной функции.
		3. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона Лейбница.
		4. Интегрирование по частям и замена переменной.
		5. Несобственные интегралы
8	Приложения определенного интеграла	6. Вычисление площади плоских фигур в декартовых координатах.
		7. Вычисление площади и длины дуги в полярных координатах.
		8. Вычисление объема тела и площади поперечного сечения.
		9. Приложения определенного интеграла
		10. Контрольная работа №1.
9	Дифференциальное исчисление для функции нескольких переменных.	11. Функции нескольких переменных. Область определения. Линии уровня, поверхности уровня.
		12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
		13. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных.
		14. Частные производные сложной функции.
		15. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора.
		16. Исследование функций на экстремум.
		17. Контрольная работа №2.
		18. Тестирование по теме «Функции нескольких переменных»
Практические занятия– 3 курс, 5 семестр		
10	Интегральное исчисление функции нескольких переменных. Двойной и тройной интеграл. Криволинейные интегралы.	1. Двойной интеграл. Вычисление двойных интегралов.
		2. Замена переменных в двойном интеграле. Двойные интегралы в полярных координатах.
		3. Применение двойных интегралов к вычислению площадей. Вычисление объемов с помощью двойных интегралов. Вычисление площади поверхности.
		4. Тройной интеграл. Вычисление тройных интегралов в прямоугольных декартовых координатах.
		5. Замена переменных в тройных интегралах. Приложения тройных интегралов.

		6. Контрольная работа №1
		7. Криволинейные интегралы I и II рода.
		8. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
		9. Приложения криволинейных интегралов.
11	Ряды	10. Числовые ряды. Основные понятия. Необходимый признак сходимости.
		11-12. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
		13. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
		14. Сходимость функциональных рядов. Степенные ряды.
		15-16. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенной ряд.
		17. Контрольная работа №2.
		18. Тестирование по теме «Ряды»

6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторный практикум учебным планом не предусмотрен

7. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

Курсовой проект (работа) учебным планом не предусмотрены

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Текст]: учебное пособие / Г.Н Берман. - 22-е перер. - СПб: Профессия, 2018.
2. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа [Текст]: учебное пособие для вузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – 13-е изд., стер. - СПб.: Лань. – 2016.
3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа [Текст]: учебное пособие для вузов [Текст]: / Г. М. Фихтенгольц. - 8-е изд., стереотип. - СПб.: Лань. - 2016. . Т. 1. - СПб., 2006. - 448 с.
4. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа [Текст]: учебное пособие для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - 8-е изд., стереотип. - СПб.: Лань. - 2016. - Т. 2. - СПб., 2006. - 464 с.
5. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике в 2-х частях: Тридцать шесть лекций: [Текст]: учебное пособие Ч. 1 / Д. Т. Письменный. - 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2018. - 288 с.
6. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике в 2-х частях: Тридцать

шесть лекций: [Текст]: учебное пособие Ч. 2 / Д. Т. Письменный. - 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2018. - 256 с.

б) дополнительная литература:

1. **Заворуева, В.Г.** Самостоятельная работа студентов по теме «Производная» [Текст]: методические рекомендации для студентов педвузов / В.Г. Заворуева, О. В. Казанина; Бийский пед. гос. ун-т им. В. М. Шукшина. – Бийск : БПГУ им. В. М. Шукшина, 2008. – 79 с.
2. **Заворуева, В.Г.** Определенный интеграл [Текст]: методические рекомендации для студентов педвузов / В. Г. Заворуева, А. А. Сироткина, Р. А. Комаров; Бийский пед. гос. ун-т им. В. М. Шукшина. – Бийск: БПГУ им. В. М. Шукшина, 2008. – 65 с.
3. Самостоятельная работа студентов по теме «Определенный интеграл» [Текст]: методические рекомендации для студентов педвузов / Сост.: В. Г. Заворуева, А. А. Сироткина, Н. А. Жиброва, Р. А. Комаров; Бийский пед. гос. ун-т им. В. М. Шукшина. – Бийск: БПГУ им. В. М. Шукшина, 2008. – 59 с..
4. **Заворуева, В.Г.** Самостоятельная работа студентов по теме «Ряды» [Текст]: методические рекомендации для студентов педвузов / В. Г. Заворуева, О. С. Налимова, О. С. Зяблицкая; Бийский пед. гос. ун-т им. В. М. Шукшина. – Бийск: БПГУ им. В. М. Шукшина, 2008. – 115 с.
5. **Заворуева, В.Г.** Функции и их свойства [Текст]: сборник тестовых заданий / В. Г. Заворуева, О. И. Даргиль; Бийский пед. гос. ун-т им. В. М. Шукшина. – Бийск: БПГУ им. В. М. Шукшина, 2009. – 95 с.
6. **Злобина, С.В.** Математический анализ в упражнениях и задачах/Злобина С.В., Посицельская Л.Н., М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009, 360 с.

в) программное обеспечение:

1. Работа на компьютере проводится с использованием лицензионных версий операционной системы Microsoft Windows XP Prof.
2. Для работы в библиотеке используется общевузовское лицензионное программное обеспечение «Ирбис-64», в составе которого входят АРМ «Каталогизатор», АРМ «Читатель», АРМ «Администратор», АРМ «Комплектатор», Web-Ирбис (CZ39.50)
3. Лицензионная программа АУП (Шахты) – комплекс «Электронные ведомости»

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Национальный цифровой ресурс Руконт. Режим доступа [<http://www.rucont.ru/>].
2. Университетская библиотека он-лайн. Режим доступа [<http://www.biblioclub.ru/>]. б) интернет-ресурсы 1. <http://www.4p.ru> 2. <http://marketing.com.ru>

д) Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Организация самостоятельной работы студентов в учреждении высшего образования [Текст]: методические рекомендации / Сост.Е.Б. Манузина, Е.Э. Норина; Алтайская гос. Академия обр-я им. В.М. Шукшина. – Бийск: ФГБОУ ВПО «АГАО», 2014. – 84 с.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player),

мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения практических занятий:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player), мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player), мультимедиа проектор, экран для представления учебной информации большой аудитории обучающихся.

Учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player) *с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.*

Помещения для самостоятельной работы:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Ирбис; Свободно распространяемое программное обеспечение: 7Zip, Adobe Flash Player, Google Chrome, VLC media Player) *с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.*

Читальный зал, оснащенный автоматизированными и обычными рабочими местами, с компьютерами, оснащенными комплектом лицензированного программного обеспечения (Лицензионное программное обеспечение: Windows XP, Office2003, Kaspersky. Свободно распространяемое программное обеспечение: Google Chrome, 7Zip), копировальной машиной, принтерами, сканерами, с наличием автоматизированных рабочих мест для пользователей с проблемами зрения: специальное программное обеспечение, тифлофлешплееры, электронная лупа, читающая машина. Для обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ специализированные сервисы и информационные ресурсы при помощи программно-аппаратных комплексов:

- тифло-флеш-плееров Victor Reader Stream с удобной системой навигации;
- АРМ с проводными гарнитурами Jabra UC VOICE 550 Duo и Windows- приложением для преобразования речи в текст VOCO. Professional .;
- электронного видео-увеличителя Ruby.;
- сканирующего и читающего устройства Eye-Pal Vision;
- специализированного программного обеспечения Easy Converter для создания цифровых говорящих книг в формате DAIZY.

Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования:

Аудитория, укомплектованная специализированной мебелью: шкаф для хранения учебных наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации; стол, стул, компьютер, принтер, учебно-методические пособия.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Базисными понятиями курса математического анализа и дифференциальных уравнений являются: действительное число, функция, последовательность, предел, непрерывность, производная, дифференциал, первообразная, интеграл, ряд.

Основными формами работы являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов, используются также интерактивные формы (презентации, проблемные лекции, диспут).

Текущий контроль в течение семестра осуществляется посредством оценки выполнения еженедельных домашних работ, защит индивидуальных заданий, а также при проведении аудиторных контрольных работ и тестирования. Итоговый контроль предполагает экзамен в конце IV семестра и зачеты в конце III и V семестров.

В 3 семестре студент должен знать определение модуля действительного числа и его свойства, геометрический смысл. Владеть понятием функции, числовой последовательности, уметь находить область определения и множество значений функции, исследовать функции на четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Студент не только должен вычислять пределы, но и уметь иллюстрировать свойства функций на графических примерах, знать определения непрерывности и уметь исследовать функцию на разрыв.

Во 4 семестре студент должен владеть техникой дифференцирования и методами интегрирования, понимать и использовать в решении задач геометрический и механический смысл производной, уметь применять производную при исследовании функции, работая с аналитическим и графическим заданием производной.

В 5 семестре студент должен уметь составлять интегральные суммы Дарбу для определенного интеграла, вычислять интеграл по формуле Ньютона-Лейбница, использовать при вычислении определенного интеграла его геометрический смысл и свойства, применять основные методы интегрирования, применять определенный интеграл для решения физических и геометрических задач, уметь находить область определения функции нескольких переменных, находить частные производные, частные дифференциалы любых порядков функции нескольких переменных, производные сложных функций, находить экстремум, наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.

Студент также должен уметь вычислять кратные интегралы, устанавливать связи между разного рода интегралами, составлять последовательность частичных сумм ряда, геометрический ряд находить сумму ряда, исследовать ряды на сходимость, абсолютную и условную сходимость, находить радиус и область сходимости степенного ряда, разлагать функции в степенные ряды, применять степенные ряды при вычислении пределов и определенных интегралов.

11. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Фонд оценочных средств разработан для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ и дифференциальные уравнения» и входит в состав основной образовательной программы по направлению подготовки: 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (профили «Технология и Информатика») (квалификация «Бакалавр»), реализуемой при подготовке обучающихся в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина». Фонд оценочных средств предназначен для проверки сформированности компетенций, заявленных в программе дисциплины «Математический анализ и дифференциальные уравнения» в соответствии с учебным планом 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (профили «Технология и Информатика») (квалификация «Бакалавр»).

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

- Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);
- Способен проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету Информатика (ПК-3).

Компетенции, этапы	Индикаторы	Оценочные средства
УК-1 2 этап	Знать: - УК-1.1 - знание механизмов и методик поиска, анализа и синтеза информации, включающие системный подход в области образования (3.1); - УК-1.2 - знание методик постановки цели и способов её достижения, научного представления о результатах обработки информации (3.2);	Практико-ориентированное задание: коллоквиум, контрольная работа, ИДЗ
	Уметь: - УК-1.3 - умение анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи (У.1); - УК-1.4 - умение находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи (У.2); - УК-1.5 - умение рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки (У.3).	
	Владеть: - УК-1.6 - владение методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них (В.1);	

	- УК-1.7 - владение механизмами поиска информации в том числе с применением современных информационных и коммуникационных технологий (В.2).	
ПК-3 2 этап	Знать: - ПК-3.1 - знание теоретических основ информатики, принципов функционирования информационных систем и технологий (3.1).	Практико-ориентированное задание: коллоквиум, контрольная работа, ИДЗ
	Уметь: -	
	Владеть: -	

Компетенция УК-1 с указанием этапа формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция УК-1 (способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач) формируется на втором этапе формирования компетенций.

Компетенция УК-1 формировалась в процессе изучения данной дисциплины и продолжит формироваться на следующих курсах в процессе изучения других учебных дисциплин, прохождения практик и итоговой государственной аттестации (Защита выпускной квалификационной работы).

Типовое контрольное задание для оценки сформированности данной компетенции направлено на демонстрацию готовности осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Компетенция ПК-3 с указанием этапа формирования в процессе освоения образовательной программы

Компетенция ПК-3 (способность проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету) формируется на втором этапе формирования компетенций.

Компетенция ПК-3 формировалась в процессе изучения данной дисциплины и продолжит формироваться на следующих курсах в процессе изучения других учебных дисциплин, прохождения практик и итоговой государственной аттестации (Защита выпускной квалификационной работы).

Типовое контрольное задание для оценки сформированности данной компетенции направлено на демонстрацию готовности проектировать и реализовывать программу основного и среднего общего образования по предмету.

1. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

3 семестр

Программа коллоквиума

Функция

1. Множество действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел, расширенная числовая прямая. Окрестность точки, предельная точка, числовые промежутки.
2. Модуль действительного числа, свойства модуля.

3. Понятие функции. Способы задания, график функции. Графики основных элементарных функций.
4. Функция, область ее определения и множество значений. Действия над функциями. Понятие сложной и обратной функции.
5. Элементарная классификация функций: постоянные, монотонные, четные и нечетные, периодические, ограниченные.

4 семестр

Программа коллоквиума

Производная

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной.
3. Определение дифференцируемой функции, их эквивалентность. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.
4. Дифференцируемость суммы, произведения и частного дифференцируемых функций. Примеры.
5. Дифференцируемость сложной и обратной функций.
6. Производная степенной, показательной и логарифмической функций.
7. Производная тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
8. Логарифмическое дифференцирование.
9. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила дифференцирования.
10. Инвариантность формы записи дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях.
11. Функции, заданные параметрически и неявно. Примеры. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
13. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
14. Теорема Ферма.
15. Теорема Ролля.
16. Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл, различные формы записи. Следствие.
17. Теорема Коши.
18. Правило Лопиталя.
19. Формула Тейлора (для многочлена и для произвольной функции $f(x)$).
20. Формула Тейлора для функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = e^x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^\alpha$.
21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
22. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Первое достаточное условие экстремума.
23. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Второе достаточное условие экстремума.
24. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Примеры.
25. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Теорема.

2. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Примерный вариант контрольной работы по теме «Производная»

1. По определению найти $y'(1)$ для функции $y = \frac{2}{x+1}$.
2. Найти y' :
 - а) $y = 3\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} - 5x^3 + 4$;
 - б) $y = \frac{4-x}{3-x^2}$, $y'(-1) = ?$;
 - в) $y = (4x^2 - x)^3$;
 - г) $y = \arctg 4x \cdot \ln(2x + 3)$.
3. Найдите производную функции $y = (7x + 3)^{\cos x}$, используя логарифмическое дифференцирование.
4. а) Найдите производную функции $y = f(x)$, заданной неявно $x^2 y + 2y^3 = x$.
б) Найти производную функции $y = f(x)$, заданной параметрически $\begin{cases} x = t \operatorname{tg} t \\ y = t^2 + 3 \end{cases}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$, используя правило Лопиталя.
6. Записать уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 3x$ в точке $x_0 = 2$.

3. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Защита ИДЗ по теме «Неопределенный интеграл»

а) Простейшие методы интегрирования. Замена переменной.

Вычислить интегралы:

- 1) $\int \frac{d(2x-1)}{\sqrt{1-(2x-1)^2}}$;
- 2) $\int \frac{dx^2}{4+x^4}$;
- 3) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}-9}$;
- 4) $\int \frac{dx}{7x+3}$;
- 5) $\int 2^{\sin x} \cos x dx$.

б) Интегрирование по частям

Вычислите интегралы:

- 1) $\int (2x+3) \sin x dx$;
- 2) $\int \arcsin x dx$;
- 3) $\int e^x \sin 2x dx$;
- 4) $\int (1-2x^2) e^x dx$.

в) Интегрирование дробно-рациональных функций

Вычислите интегралы:

- 1) $\int \frac{2dx}{3x-7}$;
- 2) $\int \frac{dx}{(3-4x)^3}$;
- 3) $\int \frac{x dx}{7x-2}$;
- 4) $\int \frac{x^4 dx}{x^2+x}$;
- 5) $\int \frac{(x+3)dx}{9x^2+6x+2}$;
- 6) $\int \frac{(x^3-x)dx}{x^4-2x^2+3}$;
- 7) $\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$.

4. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

5 семестр

Программа коллоквиума №1

Определенный интеграл

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
3. Нижние и верхние суммы Дарбу ограниченной функции, их свойства.
4. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции (Критерий Коши).
5. Классы интегрируемых функций.
6. Основные свойства определенного интеграла.

7. Теорема о среднем значении функции, ее следствие и геометрический смысл.
8. Интеграл как функция верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница.
9. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Примеры.
10. Замена переменной в определенном интеграле. Интеграл от четной, нечетной периодической функций.
11. Несобственные интегралы I и II рода.

Программа коллоквиума №2

Приложение определенного интеграла

1. Площадь плоской фигуры в декартовых координатах. Примеры.
2. Площадь плоской фигуры в полярных координатах. Примеры.
3. Объем тела с заданной площадью поперечного сечения. Объем тела вращения. Примеры.
4. Принцип Кавальери.
5. Длина дуги кривой. (кривая задана явно, параметрически, в полярной системе координат)
6. Дифференциал длины дуги. Геометрический смысл. Кривизна плоской кривой.
7. Площадь поверхности вращения.
8. Физические приложения определенного интеграла.

5 семестр

Программа коллоквиума №1

Интегральное исчисление функции нескольких переменных

1. Задачи, приводящие к двойному интегралу.
2. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл, свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному.
4. Замена переменных в двойном интеграле.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Некоторые приложения двойных интегралов: вычисление объема, вычисление площади, вычисление площади поверхности, вычисление массы пластинки.

Интегральное исчисление функции нескольких переменных

1. Определение тройного интеграла.
2. Вычисление тройных интегралов.
3. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
4. Приложения тройных интегралов.

Программа коллоквиума №2

Числовые ряды

1. Основные понятия, относящиеся к числовым рядам (частичная сумма, сходимость, операции над рядами)
2. Геометрический ряд. Гармонический ряд.
3. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши.
4. Признаки сходимости рядов с положительными членами
 - а. сравнения

- б. Даламбера
- с. радикальный признак Коши
- 5. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
- 6. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающего ряда.
- 7. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема Римана.

Программа коллоквиума №3

Функциональные ряды

1. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
2. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости.
3. Теоремы о непрерывности суммы функционального ряда, почленном его интегрировании и дифференцировании.
4. Степенные ряды. Теорема Абеля.
5. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Нахождение области сходимости степенного ряда.
6. Основные свойства степенных рядов.
7. Разложение функции в степенной ряд.
8. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложимости в степенной ряд.
9. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд:
 $\sin x, \cos x, e^x, \ln(1+x), (1+x)^\alpha$
10. Основные приемы разложения функций в степенной ряд.

5. Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:

Итоговый контроль

Экзаменационная программа по математическому анализу

4 семестр

1. Множество действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел, расширенная числовая прямая. Окрестность точки, предельная точка, числовые промежутки.
2. Модуль действительного числа, свойства модуля.
3. Понятие функции. Способы задания, график функции. Графики основных элементарных функций.
4. Функция, область ее определения и множество значений. Действия над функциями. Понятие сложной и обратной функции.
5. Элементарная классификация функций: постоянные, монотонные, четные и нечетные, периодические, ограниченные.
6. Последовательность. Предел числовой последовательности, его геометрический смысл.
7. Бесконечно-малые и бесконечно-большие последовательности, связь между ними.
8. Определение предела функции в точке по Гейне и по Коши, их равносильность.
9. Определение предела функции в точке по Коши, его геометрическое истолкование. Теорема о единственности предела.
10. Бесконечно-малые функции, теоремы о б.м.в.
11. Арифметические свойства функций, имеющих пределы в точке.
12. Пределы и неравенства (теорема о сохранении функцией (пределом) знака своего предела (функции), теорема о пределе промежуточной функции).

13. Сравнение б.м.в. Эквивалентные б.м.в. Теорема о замене сомножителей эквивалентными. Таблица эквивалентных б.м.в.
14. Первый замечательный предел.
15. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Несобственные пределы функции (рисунки).
16. Числовая последовательность. Теорема о существовании предела монотонной и ограниченной последовательности.
17. Существование предела последовательности с общим членом $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Число e . Экспонента и натуральный логарифм.
18. Второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
19. Принцип Кантора
20. Понятие последовательности, полпоследовательности, ограниченной последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
21. Асимптоты.
22. Различные определения непрерывности функции в точке, их равносильность. Непрерывность суммы, произведения и частного непрерывных функций. Непрерывность основных элементарных функций.
23. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Элементарные функции и их непрерывность.
24. III, IV, V замечательные пределы.
25. Односторонняя непрерывность. Необходимые и достаточные условия непрерывности функции в точке. Классификация точек разрыва.
26. Непрерывность функции на множестве. Свойства функций непрерывных на отрезке.
27. Обратная функция. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.

3 семестр

1 Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Задачи, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной функции в точке. Геометрический и механический смысл производной.
3. Определение дифференцируемой функции, их эквивалентность. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.
4. Дифференцируемость суммы, произведения и частного дифференцируемых функций. Примеры.
5. Дифференцируемость сложной и обратной функций.
6. Производная степенной, показательной и логарифмической функций.
7. Производная тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
8. Логарифмическое дифференцирование.
9. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила дифференцирования.
10. Инвариантность формы записи дифференциала. Дифференциал в приближенных вычислениях.
11. Функции, заданные параметрически и неявно. Примеры. Дифференцирование функций, заданных параметрически и неявно.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
13. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
14. Теорема Ферма.

15. Теорема Ролля.
16. Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл, различные формы записи. Следствие.
17. Теорема Коши.
18. Правило Лопиталя.
19. Формула Тейлора (для многочлена и для произвольной функции $f(x)$).
20. Формула Тейлора для функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = e^x$, $y = \ln(1+x)$, $y = (1+x)^\alpha$.
21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
22. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Первое достаточное условие экстремума.
23. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Второе достаточное условие экстремума.
24. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Примеры.
25. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Теорема.

2 Интегральное исчисление для функций одной переменной

26. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Теорема о первообразных.
27. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
28. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Примеры.
29. Замена переменной в неопределенном интеграле. Примеры.
30. Дробно-рациональные функции, их интегрирование (основные понятия, простейшие рациональные дроби и их интегрирование).
31. Дробно-рациональные функции, их интегрирование (основные понятия, разложение правильной дроби на сумму простейших, правило интегрирования дробно-рациональных функций. Примеры).
32. Интегрирование простейших иррациональных функций. Подстановки Эйлера.
33. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.

6. *Типовое контрольное задание на этапе формирования УК-1 и ПК-3:*

Зачетная программа по математическому анализу

5 семестр

I Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла.

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Понятие определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
3. Нижние и верхние суммы Дарбу ограниченной функции, их свойства.
4. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции (Критерий Коши).
5. Классы интегрируемых функций.
6. Основные свойства определенного интеграла.
7. Теорема о среднем значении функции, ее следствие и геометрический смысл.
8. Интеграл как функция верхнего предела. Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница.
9. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Примеры.
10. Замена переменной в определенном интеграле. Интеграл от четной, нечетной периодической функций.
11. Несобственные интегралы I и II рода.
12. Площадь плоской фигуры в декартовых координатах. Примеры.
13. Площадь плоской фигуры в полярных координатах. Примеры.
14. Объем тела с заданной площадью поперечного сечения. Объем тела вращения. Примеры.

15. Принцип Кавальери.
16. Длина дуги кривой. (кривая задана явно, параметрически, в полярной системе координат)
17. Дифференциал длины дуги. Геометрический смысл. Кривизна плоской кривой.
18. Площадь поверхности вращения.
19. Физические приложения определенного интеграла.

II Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Определение функции нескольких переменных.
2. Предел функции двух переменных.
3. Непрерывность функции двух переменных.
4. Свойства функций, непрерывных в замкнутой ограниченной области.
5. Частные производные, их геометрический смысл.
6. Дифференцируемость функции двух переменных.
7. Дифференцирование сложной функции.
8. Дифференциал функции двух переменных.
9. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
10. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
11. Формула Тейлора для функции двух переменных.
12. Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума, его геометрическая интерпретация.
13. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
14. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных.
15. Условный экстремум.
16. Производная по направлению. Градиент.

5 семестр

I. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

1. Задачи, приводящие к двойному интегралу.
2. Определение двойного интеграла, его геометрический смысл, свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному.
4. Замена переменных в двойном интеграле.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Некоторые приложения двойных интегралов: вычисление объема, вычисление площади, вычисление площади поверхности, вычисление массы пластинки.
7. Определение тройного интеграла.
8. Вычисление тройных интегралов.
9. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
10. Приложения тройных интегралов.
11. Криволинейные интегралы I рода.
12. Криволинейные интегралы II рода.
13. Связь между криволинейными интегралами I и II рода.
14. Формула Грина.
15. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
16. Интегрирование полных дифференциалов.
17. Некоторые приложения криволинейных интегралов II рода: вычисление площади с помощью формулы Грина, работа силы.

II Ряды

17. Основные понятия, относящиеся к числовым рядам (частичная сумма, сходимость, операции над рядами)
18. Геометрический ряд. Гармонический ряд.
19. Необходимый признак сходимости ряда. Критерий Коши.
20. Признаки сходимости рядов с положительными членами
 - a. сравнения
 - b. Даламбера
 - c. радикальный признак Коши
21. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.
22. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающего ряда.
23. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема Римана.
24. Функциональная последовательность и функциональный ряд.
25. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости.
26. Теоремы о непрерывности суммы функционального ряда, почленном его интегрировании и дифференцировании.
27. Степенные ряды. Теорема Абеля.
28. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Нахождение области сходимости степенного ряда.
29. Основные свойства степенных рядов.
30. Разложение функции в степенной ряд.
31. Ряд Тейлора. Достаточное условие разложимости в степенной ряд.
32. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд:
 $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$
33. Основные приемы разложения функций в степенной ряд.

Типовое контрольное задание оценивается по 100-балльной шкале, которая переводится в пяти балльную шкалу в соответствии с действующим на текущий момент Положением о рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов:

- оценка «5» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 87–100 % типового задания;
- оценка «4» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 75–86 % типового задания;
- оценка «3» выставляется в случае, если студент выполнил качественно 60–74 % типового задания;
- оценка «2» выставляется в случае, если студент выполнил менее 60 % типового задания.

Уровни сформированности компетенций УК-1 и ПК-3

Уровни сформированности компетенции УК-1 в рамках дисциплины:

Уровни сформированности компетенции УК-1	Основные признаки уровня
Пороговый	Студент владеет элементарными знаниями о математических структурах и аксиоматическом методе. Может применять методы математического анализа к решению типовых математических и практических задач.
Базовый	Студент владеет системой базовых знаний о структуре и методах современной математики. Может применять методы математического анализа к решению математических и прикладных задач.
Повышенный	Студент владеет положениями о математических структурах, методах современной математики. Может применять методы математического анализа к решению нестандартных задач, задач исследовательского характера.

Уровни сформированности компетенции ПК-3 в рамках дисциплины:

Уровни сформированности компетенции ПК-3	Основные признаки уровня
пороговый	Ответ студента при изложении теоретических вопросов дисциплины схематичный - на уровне определений и формулировок теоретических положений; научно-теоретический уровень ответа не достаточен; имеются ошибки в логической последовательности, в формулировке понятий и положений.
базовый	Студент обнаруживает хорошее знание и понимание материала, умение излагать свои мысли последовательно, логично, доказательно. В ответе может быть недостаточно полно развернуто доказательство теорем, возможны отдельные затруднения в формулировке выводов, но способен продемонстрировать владение методами, алгоритмами, приложениями на примере решения учебных задач дисциплины.
повышенный	Ответ исчерпывающий, точный, проявлено умение пользоваться теоретическим и прикладным аппаратом математического анализа, демонстрирует, свободное владение соответствующей терминологией, навыками рассуждений и умениями решать задачи междисциплинарного и исследовательского характера.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Целью промежуточной аттестации по данной дисциплине является оценка уровня сформированности компетенций в результате усвоения знаний, приобретения умений, навыков и опыта деятельности в рамках освоения дисциплины (модуля).

Процедура оценивания охватывает обучающихся, осваивавших дисциплину (модуль). Процедура оценивания проводится по окончании освоения дисциплины (модуля). Оценка уровня сформированности компетенций на этапах их формирования определяется на основании собеседования, включающих теоретические вопросы или задания, в которых обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы; при этом актуализируется определенный комплекс знаний, необходимый для разрешения данной проблемы. Оценивание ответов обучающихся проводится в соответствии с приведенными критериями.

На основании ответов (ответов на тест, выполнение практико-ориентированного задания) оценивается уровень сформированности компетенций на этапах их формирования в рамках дисциплины (модуля), а также уровень знаний, умений, навыков и опыта деятельности, по результатам выставляется оценка. Результаты проведения процедуры в установленном порядке проставляются преподавателем в зачетные книжки обучающихся и электронные ведомости. По результатам проведения процедуры оценивания преподавателем делается вывод о результатах промежуточной аттестации по дисциплине.

Процедура оценивания (2 зачета, экзамен) соответствует действующим в вузе текущим положениям, включая Положение о рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.