

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет  
имени В.М. Шукшина»  
(АГГПУ имени В.М. Шукшина)

Факультет математики и естественных наук  
Кафедра математики, физики, информатики

Утверждаю:  
Начальник учебно-методического  
управления

  
М.В. Довыдова  
« 16 » апреля 2018 г.



**ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.16 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки	<b>38.03.02 Менеджмент</b>
Профиль подготовки	<b>Производственный менеджмент</b>
Квалификация (степень) выпускника	<b>бакалавр</b>
Форма обучения	<b>заочная</b>

Составитель:  
к. ф.-м. н., доцент

  
А.М. Еремин

Бийск 2018

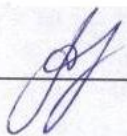
Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (утвержден 12 января 2016 г., № 7) и учебного плана по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (профиль «Производственный менеджмент»), утвержденного Ученым советом ФГБОУ ВО «АГПТУ им. В.М. Шукшина» (от 16 января 2018 г., протокол № 6).

### Распределение по семестрам

Номер курса_ семестра	Учебные занятия						Контроль (зачет, экзамен)	Форма итоговой аттестации (зачет, экзамен)	
	Общий объем час./ з.ед.	В том числе							
		Всего	Аудиторные						Самостоятельная работа
			Лекции	Практические	Лабораторные	КСР			
2_З	36 / 1	8	4	4	-	-	28	-	-
2_Л	72 / 2	10	4	6	-	-	62	-	зачет
<b>Всего</b>	<b>108 / 3</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>90</b>	<b>-</b>	<b>зачет</b>

Программа обсуждена на заседании кафедры математики, физики, информатики

Протокол № 7 от «16» апреля 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  Е.В. Дудышева

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины** – формирование систематизированных знаний в области дискретной математики.

**Задачи дисциплины:**

- изучение основных разделов дискретной математики: комбинаторного анализа; теории графов;
- формирование познавательных интересов, способности к самообразованию.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина «Прикладная математика» относится к обязательной части профессионального цикла (Б1.Б.16). Областью профессиональной деятельности бакалавров, на которую ориентирует дисциплина, является образование.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности бакалавров:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- образовательные системы.

Профильной для данной дисциплины является профессиональная деятельность бакалавров.

Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и способы деятельности, сформированные в процессе изучения предмета «Математика» на предыдущем уровне образования, а также знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Программирование».

«Прикладная математика» относится к дисциплинам, формирующим базовый уровень знаний для освоения других специальных дисциплин: элементарная математика, теория вероятностей и математическая статистика, методы и средства защиты информации, компьютерное моделирование, методы построения алгоритмов и др.

## 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности (ОК-3);
- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-6);
- владением навыками составления финансовой отчетности с учетом последствий влияния различных методов и способов финансового учета на финансовые результаты деятельности организации на основе использования современных методов обработки деловой информации и корпоративных информационных систем (ОПК-5).

**В результате изучения дисциплины обучающийся должен:**

**знать:**

- основные понятия и правила комбинаторики, методы решения комбинаторных задач;

- рекуррентные соотношения, методы решения рекуррентных соотношений;
- основные понятия теории графов и основные алгоритмы исследования неориентированных и ориентированных графов;

- роль дискретной математики в развитии информатики и ее приложений.

**уметь:**

- использовать законы комбинаторики для решения комбинаторных задач;
- генерировать основные комбинаторные объекты;
- составлять и решать простейшие рекуррентные соотношения;
- исследовать графы на заданные свойства;
- применять аппарат теории графов для решения прикладных задач.

**владеть:**

- представлениями о значении и областях применения дискретной математики;
- навыками практической работы с дискретными объектами, в том числе в профессиональной деятельности.

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>10</b>
В том числе:			
Лекции (Л)	8	4 (в том числе нет ИФ)	4 (в том числе 2 ИФ)
Практические занятия (ПЗ)	10	4 (в том числе 2 ИФ)	6 (в том числе 2 ИФ)
Семинары (С)			
Лабораторные работы (ЛР), консультации			
<b>Самостоятельная работа студентов (СРС) (всего)</b>	<b>90</b>	<b>28</b>	<b>62</b>
В том числе:			
Подготовка к лекционным и практическим занятиям	24	4	20
Коллоквиум	26	6	20
Теоретический опрос			
Индивидуальное домашнее задание	22	10	12
Подготовка к тестированию	18	8	10
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	Зачет	-	Зачет
Общая трудоемкость час	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>72</b>
зачетные единицы	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>2</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Содержание разделов (модулей) дисциплины

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
1	Комбинаторика	<p><b>Общие правила комбинаторики: правило суммы и произведения. Основные комбинаторные конфигурации:</b> размещения с повторениями и без повторений, перестановки с повторениями и без повторений, сочетания с повторениями и без повторений.</p> <p><b>Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона.</b> Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. Полиномиальная формула. Комбинаторный смысл полиномиальных коэффициентов.</p> <p><b>Принцип включений и исключений.</b> Примеры применения формулы включений и исключений (оценки для числа элементов, не обладающих ни одним из свойств; формула для числа элементов, обладающих в точности <math>r</math> свойствами).</p> <p><b>Комбинаторика разбиений. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода. Числа Бэлла.</b> Решение задачи о числе расположений <math>k</math> различных предметов по <math>n</math> ящикам с ограничениями и без ограничений. Решение задачи о числе расположений <math>k</math> неразличимых предметов по <math>n</math> ящикам с ограничениями и без ограничений.</p> <p><b>Генерирование комбинаторных объектов.</b> Алгоритм, порождающий все <math>n</math>-перестановки. Алгоритм, порождающий все <math>m</math>-сочетания (подмножества) данного <math>n</math>-множества.</p>
2	Рекуррентные соотношения	<p><b>Понятие рекуррентного соотношения.</b> Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи, числа Каталана.</p> <p><b>Некоторые способы решения рекуррентных соотношений.</b> Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами, общий вид решения.</p> <p><b>Производящие функции последовательностей.</b> Производящие функции и рекуррентные соотношения.</p>
3	Основы теории графов	<p><b>Основные понятия и определения. Матричная форма представления графов.</b> Определение графа (неориентированного). Вершины и ребра. Графическая интерпретация графа. Смежность и инцидентность. Степени вершин. Теоремы о сумме степеней всех вершин</p>

		<p>графа и о количестве вершин нечетной степени. Матричная форма представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности.</p> <p><b>Маршруты в графе. Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе.</b></p> <p>Подграфы и части графа. Изоморфизм графов. Маршруты в графе. Цепи, простые цепи, циклы, простые циклы. Связность и достижимость.</p> <p>Виды графов: полный граф, двудольный граф, связный граф.</p> <p>Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе: алгоритм Дейкстры.</p> <p><b>Ориентированный граф (орграф) и его основные элементы:</b> дуга, полустепень захода и исхода вершины; путь и контур. Матрица смежности, матрица инцидентности для орграфа. Алгоритм фронта волны поиска кратчайшего пути в ориентированном графе. Минимальные пути в нагруженном графе. Алгоритм определения пути минимальной длины в нагруженном орграфе.</p> <p><b>Гамильтоновы и эйлеровы графы.</b></p> <p>Гамильтоновы графы и циклы. Условия Дирака и Орэ, гарантирующие существование в графе гамильтонова цикла.</p> <p>Эйлеровы графы. Критерий существования эйлерова цикла и эйлеровой цепи (не являющейся циклом) в неорграфе. Алгоритм построения эйлерова цикла (алгоритм Флери). Алгоритм построения эйлеровой цепи.</p> <p><b>Деревья.</b> Граф–дерево. Теорема об основных свойствах деревьев. Остовное дерево (остов) графа. Алгоритм построения минимального остовного дерева связного графа (алгоритм Краскала).</p> <p><b>Планарные и плоские графы. Раскраска графа</b></p> <p>Определения планарного и плоского графа. Условия планарности. Грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении чисел граней, ребер и вершин плоского графа.</p> <p>Раскраска вершин графа. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.</p> <p><b>Сети и потоки.</b> Определение сети. Пропускная способность дуги в сети. Определение потока. Разрезы. Максимальный поток в минимальном разрезе. Теорема Форда и Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока.</p>
--	--	--

**5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами**

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин		
		1	2	3
1.	Математическая логика и теория алгоритмов	+	+	+
2.	Теория вероятностей и математическая статистика	+		
3.	Методы и средства защиты информации			+
4.	Компьютерное моделирование	+		+
5.	Методы построения алгоритмов	+		+
6.	Практикум по решению задач на ЭВМ	+	+	+

**5.3. Разделы дисциплин и виды занятий**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	В том числе в интерактивной форме (час)		СРС	Всего
				лекц	практ.		
1.	Комбинаторика	<b>2</b>	<b>2</b>	2 ч		<b>40</b>	<b>44</b>
2.	Рекуррентные соотношения	<b>2</b>	<b>4</b>	2 ч		<b>30</b>	<b>36</b>
3.	Основы теории графов	<b>4</b>	<b>4</b>	2 ч		<b>20</b>	<b>28</b>
	<b>Зачет</b>	-	-	-		-	-
	<b>Всего:</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>6</b>		<b>90</b>	<b>108</b>
	<i>В том числе в интерактивной форме</i>			лекц 2	практ. 4		

Лекции

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Лек. 1, 2	Комбинаторика	<p><b>Общие правила комбинаторики: правило суммы и произведения. Основные комбинаторные конфигурации:</b> размещения с повторениями и без повторений, перестановки с повторениями и без повторений, сочетания с повторениями и без повторений.</p>
		<p><b>Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона.</b> Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля. Некоторые применения бинома Ньютона. Полиномиальная формула. Комбинаторный смысл полиномиальных коэффициентов.</p>
		<p><b>Принцип включений и исключений.</b> Примеры применения формулы включений и исключений (оценки для числа элементов, не обладающих ни одним из свойств; формула для числа элементов, обладающих в точности <math>p</math> свойствами).</p>
		<p><b>Комбинаторика разбиений. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода. Числа Бэлла.</b> Решение задачи о числе расположений <math>k</math> различных предметов по <math>n</math> ящикам с ограничениями и без ограничений. Решение задачи о числе расположений <math>k</math> неразличимых предметов по <math>n</math> ящикам с ограничениями и без ограничений.</p>
Лек. 3, 4	Рекуррентные соотношения	<p><b>Понятие рекуррентного соотношения.</b> Примеры задач, приводящих к рекуррентным соотношениям. Числа Фибоначчи, числа Каталана.</p>
		<p><b>Некоторые способы решения рекуррентных соотношений.</b> Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами, общий вид решения.</p>
		<p><b>Производящие функции последовательностей.</b> Производящие функции и рекуррентные соотношения.</p>
Лек. 5, 6, 7, 8	Основы теории графов	<p><b>Основные понятия и определения. Матричная форма представления графов.</b> Определение графа (неориентированного). Вершины и ребра. Графическая интерпретация графа. Смежность и инцидентность. Степени вершин. Теоремы о сумме степеней всех вершин графа и о количестве вершин нечетной степени.</p>



		<p>Матричная форма представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности.</p> <p><b>Маршруты в графе. Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе.</b>  Подграфы и части графа. Изоморфизм графов. Маршруты в графе. Цепи, простые цепи, циклы, простые циклы. Связность и достижимость. Виды графов: полный граф, двудольный граф, связный граф. Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе: алгоритм Дейкстры.</p> <p><b>Ориентированный граф (орграф) и его основные элементы:</b> дуга, полустепень захода и исхода вершины; путь и контур. Матрица смежности, матрица инцидентности для орграфа. Алгоритм фронта волны поиска кратчайшего пути в ориентированном графе. Минимальные пути в нагруженном графе. Алгоритм определения пути минимальной длины в нагруженном орграфе -самостоятельно</p> <p><b>Гамильтоновы и эйлеровы графы.</b>  Гамильтоновы графы и циклы. Условия Дирака и Орэ, гарантирующие существование в графе гамильтонова цикла. Эйлеровы графы. Критерий существования эйлерова цикла и эйлеровой цепи (не являющейся циклом) в неорграфе. Алгоритм построения эйлерова цикла (алгоритм Флери). Алгоритм построения эйлеровой цепи.</p> <p><b>Деревья.</b>  Граф–дерево. Теорема об основных свойствах деревьев. Остовное дерево (остов) графа. Алгоритм построения минимального остовного дерева связного графа (алгоритм Краскала).</p> <p><b>Планарные и плоские графы. Раскраска графа</b>  Определения планарного и плоского графа. Условия планарности. Грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении чисел граней, ребер и вершин плоского графа. Примеры неплоских графов. Раскраска вершин графа. Хроматическое число графа. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.</p> <p><b>Сети и потоки.</b>  Определение сети. Источник и сток сети. Пропускная способность дуги в сети. Определение потока. Разрезы. Максимальный поток в минимальном разрезе. Теорема Форда и Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока.</p>
--	--	--

## Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела (модуля) дисциплины	Содержание
Пр. зан. 1, 2, 3, 4	Комбинаторика	Общие правила комбинаторики: правило суммы и произведения. Основные комбинаторные конфигурации
		Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Полиномиальная формула. Принцип включений и исключений.
		Комбинаторика разбиений. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода. Числа Бэлла.
		Генерирование комбинаторных объектов – перестановок и сочетаний.
Пр. зан. 5, 6, 7, 8	Рекуррентные соотношения	Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами, общий вид решения.
		Производящие функции и рекуррентные соотношения.
Пр. зан. 9, 10, 11, 12, 13	Основы теории графов	Основные понятия и определения. Матричная форма представления графов.
		Маршруты в графе. Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе: алгоритм Дейкстры.
		Ориентированный граф (орграф) и его основные свойства. Алгоритм фронта волны поиска кратчайшего пути в ориентированном графе. Алгоритм определения пути минимальной длины в нагруженном орграфе.
		Деревья. Алгоритм построения минимального остовного дерева связного графа (алгоритм Краскала).
		Планарные и плоские графы.
		Раскраска графа.
		Сети и потоки. Алгоритм нахождения максимального потока в сети.
		Контрольная работа по разделу «Основы теории графов»

### 6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторный практикум по дисциплине учебным планом не предусмотрен.

### 7. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ)

Курсовой проект (работа) учебным планом не предусмотрены.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **а) основная литература:**

1. Новиков, Ф.А. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник для вузов. 2-е изд. Стандарт третьего поколения/ Новиков Ф.А. – СПб.: Изд-во «Питер», 2013. – 400 с., УМО. – <http://ibooks.ru/reading.php?productid=28639>
2. Тишин, В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Тишин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2010 г. – 352 с.– Гриф УМО. – ISBN 978-5-9775-0232-0 – <http://ibooks.ru/reading.php?productid=18468>

### **б) дополнительная литература:**

3. Макоха А.Н., Сахнюк П.А., Червяков Н.И. Дискретная математика. [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Н.Макоха и др.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005 г. — 368 с. — Электронное издание. – ISBN 978-5-9221-0630-6 – <http://ibooks.ru/reading.php?productid=23080>
4. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. – 376 с.
5. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: Учебник для вузов/ Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. –744 с.
6. Виленкин Н.Я. Комбинаторика — М., 1969.
7. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2002. –304 с.
8. Оре О. Теория графов. — М.: Мир, 1963
9. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Элементы дискретной математики: Учебник. – М.: ИНФРА–М, Новосибирск: Издательство НГТУ, 2002. – 280 с.
10. Харари Ф. Теория графов. – М.: Едиториал УРИ, 2003. – 296 с.
11. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2002. –384 с.

### **в) программное обеспечение:**

ПО компьютеров вуза (операционная система Windows XP Mikrosoft Office, Антивирус Касперского), ПО интерактивной доски Smart Board.

1. MS Word – текстовый процессор, позволяющий создавать и редактировать различные текстовые документы.
2. MS Excel – табличный процессор, позволяющий создавать и редактировать различные таблицы и диаграммы.
3. MS Power Point – программа для создания и проведения презентаций.
4. ОС Windows/ Linux – операционная система ПК.

### **г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:**

1. Электронный каталог библиотеки АГАО: [http://irbis.bigpi.biysk.ru/cgi-bin/irbis64r\\_11/cgiirbis\\_64.exe?C21COM=F&I21DBN=BIBL\\_EX&P21DBN=BIBL&S21CNR=20&Z21ID=](http://irbis.bigpi.biysk.ru/cgi-bin/irbis64r_11/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=BIBL_EX&P21DBN=BIBL&S21CNR=20&Z21ID=)
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru/>
3. <http://comp-science.narod.ru> - дидактические материалы по информатике и математике.

4. <http://www.edu.ru/> – портал «Российское образование».
5. <http://standart.edu.ru/> – сайт, на котором размещены стандарты Российского образования.
6. <http://www.ibooks.ru/> – электронно-библиотечная система.

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Аудиторный фонд факультета, мультимедиа оборудование (компьютер, проектор, интерактивная доска).

- Операционная система Astra Linux Special Edition, лицензия № 0013947-РБТ;
- Пакет офисных программ LibreOffice (текстовый редактор, табличный редактор, программа подготовки презентаций, механизм подключения к внешним СУБД, векторный графический редактор, редактор формул) включен в Astra Linux Special Edition, лицензия № 0013947-РБТ;
- Редактор растровой графики GIMP v2.8.14 включен в Astra Linux Special Edition, лицензия № 0013947-РБТ;
- Программы воспроизведение мультимедиа alsa v1.0.25, VLC v2.2.2. включены в Astra Linux Special Edition, лицензия № 0013947-РБТ.

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **10.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

Учебным планом на изучение дисциплины отводится 108 часов в 3 и 4 семестре. При этом большая часть учебного времени используется для самостоятельной работы (90 часов). В конце 4 семестра предусмотрен зачет. Курс разделен на 3 раздела, каждый из которых решает определенные задачи. При преподавании методически целесообразно в каждом разделе курса выделить наиболее важные моменты и акцентировать на них внимание обучающихся. Предполагается:

- при чтении лекций по всем разделам программы иллюстрировать теоретический материал большим количеством примеров, что позволит усилить наглядность изложения и продемонстрировать приемы решения задач;
- при изучении первого и второго разделов программы добиться точного знания обучающимися основных понятий комбинаторики, формул для подсчета числа различных комбинаторных конфигураций, методов решения рекуррентных уравнений;
- на практических занятиях по третьему разделу обращать внимание обучающихся на применение теоретико-графовых моделей в различных областях деятельности человека: при исследовании коммуникационных сетей, информационных систем, химических и генетических структур, электрических цепей и других систем сетевой структуры.

Задача преподавателя – донести до обучающихся мысль, что знание основ дискретной математики абсолютно необходимо для современного специалиста в области информатики и вычислительной техники.

Прикладной характер дисциплины предъявляет свои требования к ее формам контроля. При изучении дисциплины следует провести две контрольные работы – по комбинаторике, по основам теории графов, а также кратковременную проверочную работу по рекуррентным соотношениям. Студентам предлагается написать реферат по

одной из предложенных тем для получения дополнительных рейтинговых баллов (по желанию).

Наличие необходимых практических навыков по всем разделам можно проверить при выполнении итогового теста, состоящего из небольших заданий практического характера.

## **10.2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

Общая трудоемкость дисциплины, в соответствии с учебным планом, составляет 3 зачетные единицы и включает учебное время, отведенное на **лекционные, практические занятия и самостоятельную работу** студента.

Тематика лекционных и практических занятий охватывает все разделы учебной дисциплины и ориентирована на выполнение ее целей и задач в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины.

**На лекционных занятиях** рекомендуется внимательно слушать преподавателя, конспектировать материал лекции, принимать участие в интерактивных формах, используемых преподавателем на лекции, задавать вопросы и активно отвечать на поставленные вопросы. При подготовке к лекции необходимо проработать содержание предыдущих лекций, подготовить вопросы. После лекции также следует прочитать свой конспект, ознакомиться с вариантами изложения данной темы в учебниках и учебных пособиях, и если возникают вопросы, то можно с ними обратиться к преподавателю.

Цель **практических занятий** - осмысление студентами теоретического материала, изложенного на лекциях, формирование умения использовать его при решении практических задач в изучаемой области, развитие навыков самостоятельной работы, умения работать с учебной литературой.

Подготовка к практическому занятию включает выполнение заданий преподавателя по теме предыдущего занятия, а также подготовку к занятию по новой теме – самостоятельное изучение материалов лекционного курса, источников обязательной и дополнительной литературы.

**Самостоятельная работа** является неотъемлемой частью учебного процесса на заочном отделении. Она запланирована и структурирована таким образом, чтобы студент при подготовке к занятиям наиболее эффективно осваивал теоретический материал и получал системные знания по курсу.

Руководство самостоятельной работой студентов со стороны преподавателя заключается в оказании помощи при планировании работы по изучению курса, в разъяснении вопросов, возникающих у студентов при изучении отдельных тем курса, при подготовке к различным формам контроля, запланированным программой дисциплины.

При выполнении индивидуального домашнего задания (ИДЗ) следует обратить внимание на следующие моменты: вариант задания для каждого студента определяется его номером в списке группы; задание выполняется в отдельной тетради с подробным описанием хода решения и ссылками на соответствующий теоретический материал; проверка самостоятельности выполнения ИДЗ осуществляется преподавателем при собеседовании со студентом (защита ИДЗ).

## 11. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 11.1. Примерная тематика рефератов.

1. Основные свойства треугольника Паскаля.
2. Использование многочленов для доказательства комбинаторных тождеств.
3. Вычисление комбинаторных чисел на ЭВМ.
4. Формулы обращения. Функция Мебиуса. Формула обращения Мебиуса.
5. Операции над графами.
6. Число различных деревьев с  $p$  вершинами. Теорема Кэли. Соответствие Прюфера.
7. Комбинаторные суммы и их вычисление.
8. Числа Рамсея.
9. Методы линейной алгебры в теории графов.
10. Вероятностные методы в комбинаторике.
11. Восстановление графов.
12. Применение теории графов в программировании.
13. Внутренне устойчивые множества вершин графа. Алгоритм определения внутренне устойчивых множеств вершин (максимальных независимых множеств вершин, - МНМВ).
14. Алгоритмы раскраски вершин графа.

### 11.2. Образец контрольной работы №1 (домашней контрольной работы)

Задача 1. На одной из кафедр университета работают  $S$  человек, среди которых  $T$  человек не знают ни одного иностранного языка.  $A$  человек знают английский,  $N$  – немецкий,  $F$  – французский.  $AN$  знают английский и немецкий,  $AF$  – английский и французский,  $NF$  – немецкий и французский,  $ANF$  знают все три языка.

По заданным в таблице условиям восстановить недостающую информацию.

№	$S$	$A$	$N$	$F$	$AN$	$AF$	$NF$	$ANF$	$T$
16)	23	14	8	7	?	4	4	2	5

Задача 2. Сколькими способами можно переставить буквы слова:

16) «алгебра» так, чтобы буква «р» шла непосредственно после буквы «а»?

Задача 3.

16) Сколько существует шестизначных чисел, у которых ровно 3 цифры четные?

Задача 4. Сколько различных слов можно составить, переставляя согласные буквы вашей фамилии и гласные буквы полного имени?

Задача 5.

16) Сколько существует различных треугольников, длины сторон которых принимают значения: 4, 5, 6, 7? Сколько среди них равносторонних, равнобедренных и разносторонних?

Задача 6.

16) В выражении  $(x+y)^{15}$  раскрыли скобки и привели подобные члены. Какой коэффициент будет стоять около выражения  $x^8y^7$ ?

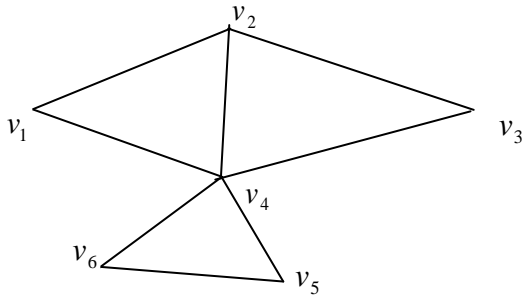
Задача 7.

В выражении  $(x + y + z + t)^{16}$  раскрыли скобки и привели подобные члены. Какой коэффициент будет стоять около выражения:  $x^3 y^5 z^2 t^6$  ?

**11.3. Образец проверочной работы**

1. Найти общее решение рекуррентного соотношения.  $a_{n+3} - 9a_{n+2} - 26a_{n+1} + 18a_n = 0$ .
2. Найти  $a_n$ , если  $a_{n+3} - 9a_{n+2} + 26a_{n+1} - 24a_n = 0$ ,  $a_1=5$ ,  $a_2=21$ ,  $a_3=83$ .

**11.4. Образец контрольной работы №2**

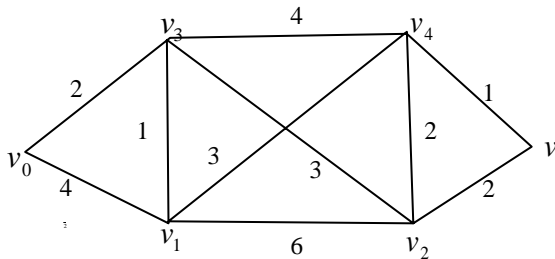


Задание I. Дан граф:

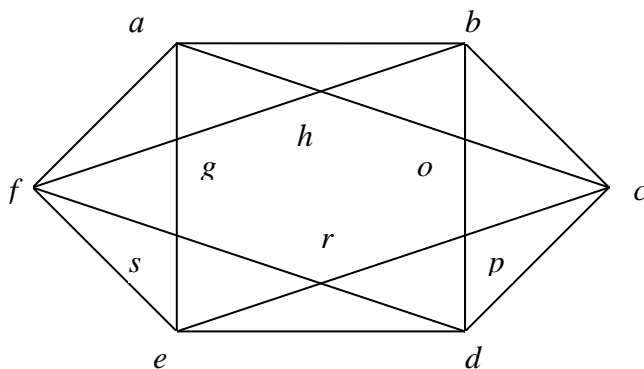
1. Привести примеры:
  - а) маршрута в графе, не являющегося цепью;
  - б) цепи в графе, не являющейся простой цепью;
  - в) цикла в графе, не являющегося простым циклом;
  - г) простого цикла.
2. Для данного графа записать матрицу смежностей

и инцидентий.

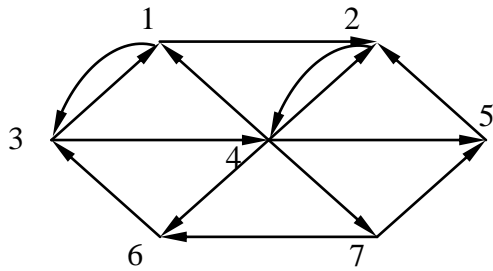
Задание II. Найти в графе кратчайшее расстояние между вершинами  $v_0$  и  $v$  с помощью алгоритма Дейкстры (изображая все промежуточные шаги):



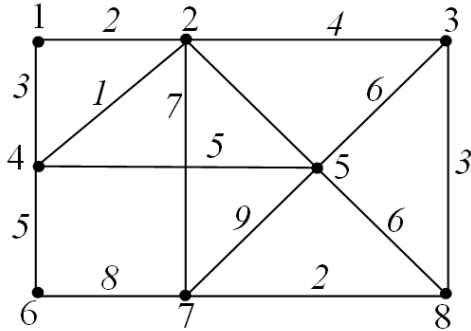
Задание III. Постройте для данного графа эйлеров цикл



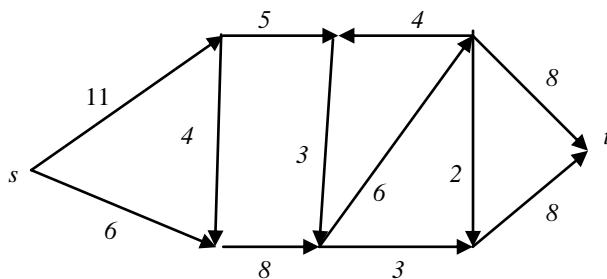
Задание IV. С помощью алгоритма фронта волны найти расстояния в орграфе, диаметр, радиус и центры орграфа



Задание V. Найти минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Краскала



Задание VI. Найти максимальный поток в сети:



### 11.5. Вопросы к экзамену по курсу «Дискретная математика»

1. Общие правила комбинаторики: правило суммы и произведения.
2. Комбинаторные конфигурации: размещения и перестановки (с повторениями и без повторений).
3. Сочетания (с повторениями и без повторений).
4. Теорема о включениях и исключениях; оценки для числа элементов, не обладающих ни одним из свойств; формула для числа элементов, обладающих в точности  $r$  свойствами.
5. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Основные тождества с биномиальными коэффициентами. Треугольник Паскаля.
6. Полиномиальная теорема. Полиномиальные коэффициенты. Комбинаторный смысл полиномиальных коэффициентов.
7. Комбинаторика разбиений. Решение задачи о числе расположений  $k$  различных предметов по  $n$  ящикам с ограничениями и без ограничений. Решение задачи о числе расположений  $k$  неразличимых предметов по  $n$  ящикам с ограничениями и без ограничений.
8. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода. Числа Бэлла.



9. Генерирование комбинаторных объектов. Алгоритм, порождающий все  $n$ -перестановки. Алгоритм, порождающий все  $m$ -сочетания (подмножества) данного  $n$ -множества.
10. Понятие рекуррентного соотношения. Числа Фибоначчи. Числа Каталана. Некоторые способы решения рекуррентных соотношений.
11. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами, общий вид решения.
12. Производящие функции последовательностей.
13. Определение графа (неориентированного). Графическая интерпретация графа. Смежность и инцидентность. Степени вершин. Теоремы о сумме степеней всех вершин графа и о количестве вершин нечетной степени.
14. Матричная форма представления графов: матрица смежности, матрица инцидентности. Подграфы и части графа. Изоморфизм графов. Операции над графами: удаление вершины, удаление ребра, подразбиение ребра.
15. Маршруты в графе. Цепи, простые цепи, циклы, простые циклы. Связность и достижимость.
16. Виды графов: полный граф, двудольный граф, связный граф. Компоненты связности.
17. Кратчайший маршрут во взвешенном связном графе: алгоритм Дейкстры.
18. Ориентированный граф (орграф) и его основные элементы: дуга, полустепень захода и исхода вершины; путь и контур. Матрица смежности, матрица инцидентности для орграфа.
19. Алгоритм фронта волны поиска кратчайшего пути в ориентированном графе. Минимальные пути в нагруженном графе. Алгоритм определения пути минимальной длины в нагруженном орграфе.
20. Гамильтоновы графы и циклы. Условия Дирака и Орэ, гарантирующие существование в графе гамильтонова цикла.
21. Эйлеровы графы. Критерий существования эйлерова цикла и эйлеровой цепи (не являющейся циклом) в неорграфе. Алгоритм построения эйлерова цикла (Флери). Алгоритм построения эйлеровой цепи
22. Деревья. Теорема об основных свойствах деревьев. Остовное дерево (остов) графа. Алгоритм построения минимального остовного дерева связного графа (алгоритм Краскала).
23. Планарные и плоские графы. Условия планарности. Грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении чисел граней, ребер и вершин плоского графа.
24. Раскраска вершин графа. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.
25. Сети и потоки. Разрезы. Максимальный поток в минимальном разрезе. Теорема Форда и Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока в сети.

## **11.6. ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### I. Комбинаторика и рекуррентные отношения

#### ТЕМА: РАЗМЕЩЕНИЯ, ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ БЕЗ ПОВТОРЕНИЙ

1. Сколькими способами можно раскрасить полный граф на 6 вершинах шестью цветами? (Два способа считаются различными, если некоторая вершина при одном способе имеет один цвет, а при другом способе - другой)

Ответ: 1) 720;      2) 120;      3) 36;      4) 6.

2. Список экзаменационных вопросов состоит из 19 вопросов. Из них нужно составить экзаменационные билеты, причем в каждом билете - ровно два вопроса. Сколько билетов можно составить?

Ответ: 1) 171;      2) 342;      3) 19;      4) 38.

3. В группе 37 студентов. Они все обменялись записками во время лекции. Сколько всего было написано записок?

Ответ: 1) 1332;      2) 37;      3) 1369;      4) 74.

4. Сколькими способами можно группу из 15 человек разделить на две части так, чтобы в одной группе было 4 человека, а в другой - 11 человек?

Ответ: 1) 1365;      2) 32760;      3) 30;      4) 29.

5. На тарелке лежат 5 различных конфет в красной обертке и 4 конфеты в желтой обертке. Сколькими способами можно выбрать две конфеты, одна из которых в красной обертке, а другая в желтой?

Ответ: 1) 20;      2) 9;      3) 5;      4) 4.

6. Сколькими способами можно выбрать команду для бега из 3 мальчиков и 2 девочек, если имеем 9 спортсменов: 5 мальчиков и 4 девочки?

Ответ: 1) 60;      2) 20;      3) 5;      4) 9.

7. Из скольких различных предметов можно составить 210 размещений по 2 элемента в каждом?

Ответ: 1) 15;      2) 11;      3) 12;      4) 20.

8. Сколько диагоналей у выпуклого  $n$ -угольника?

Ответ: 1)  $\frac{n}{2}$ ;      2)  $A_n^2$ ;      3)  $\frac{n(n-3)}{2}$ ;      4)  $n$ .

9. Сколько матриц с  $m$  строками и  $n$  столбцами можно составить из элементов 0 и 1?

Ответ: 1)  $mn$ ;      2)  $m+n$ ;      3)  $2^n+2^m$ ;      4)  $2^{mn}$ .

10. Сколько прямых можно провести через 8 точек, никакие 3 из которых НЕ ЛЕЖАТ на одной прямой?

1)  $\frac{8!}{2!}$       2)  $\frac{8!}{3!5!}$       3)  $\frac{8!}{2!6!}$       4)  $\frac{8!}{5!}$       5)  $\frac{8!}{3!}$

11. Сколько различных правильных дробей можно составить из чисел 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13 ?

1)  $\frac{7!}{2!}$       2)  $\frac{7!}{3!4!}$       3)  $\frac{7!}{5!}$       4)  $\frac{7!}{2!5!}$       5)  $\frac{7!}{4!3!}$

12.. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что каждая цифра в обозначении числа встречается 1 раз?

1)  $\frac{5!}{2!}$       2)  $\frac{5!}{2!3!}$       3)  $\frac{5!}{3!}$       4) 3!      5) 5!

13. В пространстве даны 7 точек, причем никакие 4 из них НЕ ЛЕЖАТ в одной плоскости. Сколько различных плоскостей можно провести через эти 7 точек?

- 1)  $\frac{7!}{3!4!}$       2)  $4!$       3)  $3!$       4)  $\frac{7!}{3!1!}$       5)  $\frac{7!}{4!1!}$

**ТЕМА: РАЗМЕЩЕНИЯ, ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ С ПОВТОРЕНИЯМИ**

1. Сколькими способами можно переставить буквы слова: «симфония» так, чтобы никакие две согласные не стояли рядом?

Ответ: 1)  $1440$       2)  $40320$       3)  $120$       4)  $360$

2. Сколькими способами можно переставить буквы слова: «группоид» так, чтобы не менялся порядок гласных букв?

Ответ: 1)  $3360$       2)  $40320$       3)  $1440$       4)  $1560$

3. Сколькими способами можно переставить буквы слова: «кукуруза» так, чтобы две буквы «у» не шли подряд?

Ответ: 1)  $1200$       2)  $1440$       3)  $360$       4)  $120$

4. Сколькими способами можно переставить буквы слова: «алгебра» так, чтобы буква «р» шла непосредственно после буквы «а»?

Ответ: 1)  $720$       2)  $360$       3)  $120$       4)  $7200$

5. Сколько существует различных треугольников, длины сторон которых принимают значения: 5, 6, 7, 8, 9?

Ответ: 1)  $35$       2)  $10$       3)  $15$       4)  $20$

6. Сколько трехзначных чисел можно составить из 9 цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Ответ: 1)  $3^9$       2)  $9^3$       3)  $27$       4)  $12$

7. Из цифр 1,2,3,4,5 составлены всевозможные пятизначные числа. Сколько получилось чисел, которые начинаются с цифр 54?

Ответ: 1)  $243$       2)  $125$       3)  $540$       4)  $15$

8. Сколько наборов из 4 пирожных можно составить, если в продаже 7 сортов пирожных?

Ответ: 1)  $7^4$       2)  $4^7$       3)  $28$       4)  $210$

9. На окне лежали 3 яблока, 3 груши и 4 апельсина. Сколькими способами можно разложить их в ряд?

Ответ: 1)  $4200$       2)  $36$       3)  $720$       4)  $1440$

**ТЕМА: БИНОМ НЬЮТОНА. ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ФОРМУЛА**

1. В выражении  $(x+2y)^{10}$  раскрыли скобки и привели подобные члены. Какой коэффициент будет стоять около выражения  $x^6y^4$ ?

Ответ: 1)  $210$       2)  $3360$       3)  $7720$       4)  $120$

2. Чему равна сумма  $C_7^1 + C_7^3 + C_7^5 + C_7^7$ ?

Ответ: 1)  $28$       2)  $71$       3)  $64$       4)  $11$

3. Найти коэффициент при  $x^{15}y^3z^2$  в разложении  $(x+y+z)^{20}$

Ответ: 1)  $0$       2)  $90$       3)  $1440$       4)  $155040$

4. Найти коэффициент при  $x^{18}$  в разложении  $(1+x^5+x^7)^{20}$   
 Ответ: 1) 0                      2) 120                      3) 1440                      4) 3360

5. Найти  $n$ , если известно, что в разложении  $(1+x)^n$  коэффициенты при  $x^5$  и  $x^{12}$  равны.  
 Ответ: 1) 12                      2) 17                      3) 55                      4) 22

6. Какое из выражений ложно?

Ответ: 1)  $C_n^0 = C_n^n = 1$                       2)  $C_n^k = C_n^{n-k}$                       3)  $C_n^1 = C_n^{n-1} = k$                       4)  
 $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$

7. Какая из формул называется биномом Ньютона:

Ответ: 1)  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k y^{n-k}$                       2)  $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$                       3)  $\sum_{k=0}^n C_n^k (x+y)^k = 0$                       4)

$$\sum_{r=k}^n C_r^k = C_{n+1}^{k+1}$$

8. Какая из формул не является биномом Ньютона?

Ответ:

1)  $(x+y)^n = x^n + C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 + \dots + C_n^k x^{n-k} y^k + \dots + C_n^{n-1} x y^{n-1} + y^n$

2)  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-k} y^k$

3)  $(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_k=n} \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$

4)  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^n y^k$

9. Чему равен коэффициент  $A$  в формуле  $(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_k=n} A x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$  ?

Ответ: 1)  $\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$

2)  $C_n^k$                       3)  $A_n^k$                       4)  $P(n, k)$

### ТЕМА: МЕТОД ВКЛЮЧЕНИЙ И ИСКЛЮЧЕНИЙ

1. На одной из кафедр университета работают  $S$  человек, среди которых  $T$  человек не знают ни одного иностранного языка.  $A$  человек знают английский,  $N$  - немецкий,  $F$  - французский.  $AN$  знают английский и немецкий,  $AF$  - английский и французский,  $NF$  - немецкий и французский,  $ANF$  знают все три языка. По заданным в таблице условиям восстановить недостающую информацию.

$S$	$A$	$N$	$F$	$AN$	$AF$	$NF$	$ANF$	$T$
17	11	6	5	4	3	2	1	?

Ответ: 1) 3                      2) 11                      3) 4                      4) 2

2. В группе  $N$  студентов, из них  $N_1$  человек владеют языком программирования СИ,  $N_2$  - Паскаль,  $N_3$  - Бейсиком,  $N_{12}$  студентов программируют на СИ и Паскале,  $N_{13}$  - на СИ и Бейсике,  $N_{23}$  - на Паскале и Бейсике,  $N_{123}$  человек знают все три языка и  $N_0$  не знают ни одного из них. По данным значениям найти недостающую информацию (заполнить пустую клетку):

$N$	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_{12}$	$N_{13}$	$N_{23}$	$N_{123}$	$N_0$
18		3	7	1	4	1	0	6
Ответ: 1) 8	2) 12	3) 14	4) 16					

3. Сколько положительных чисел от 0 до 1000 не делятся на 2, 5, 7?

Ответ: 1) 343      2) 657      3) 199      4) 842

4. Сколько положительных чисел от 20 до 1000 делятся ровно на одно из чисел 7, 13, или 11?

Ответ: 1) 246      2) 26      3) 272      4) 247

### ТЕМА: РЕШЕНИЕ РЕКУРРЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Найти общее решение рекуррентного соотношения.  $a_{n+2} + 4a_{n+1} - 12a_n = 0$

Ответ: 1)  $a_n = C_1 * (-3)^n + C_2 * 4^n$       2)  $a_n = C_1 * 6^n + C_2 * 2^n$       3)  $a_n = -C_1 * 6^n + C_2 * 2^n$       4)  $a_n = C_1 * (-6)^n + C_2 * 2^n$

2. Найти общее решение рекуррентного соотношения.  $a_{n+2} - 7a_{n+1} + 10a_n = 0$

Ответ: 1)  $a_n = C_1 * (-5)^n + C_2 * 2^n$       2)  $a_n = C_1 * 5^n + C_2 * 2^n$       3)  $a_n = C_1 * (-7)^n + C_2 * 3^n$       4)  $a_n = C_1 * 3^n + C_2 * 2^n$

3. Найти общее решение рекуррентного соотношения  $a_{n+2} + 5a_{n+1} + 6a_n = 0$

Ответ: 1)  $a_n = C_1 * (-3)^n + C_2 * (-2)^n$       2)  $a_n = C_1 * (-3)^n + C_2 * 2^n$       3)  $a_n = C_1 * 3^n + C_2 * 2^n$       4)  $a_n = C_1 * (-6)^n + C_2 * 5^n$

4. Найти общее решение рекуррентного соотношения  $a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$

Ответ: 1)  $a_n = C_1 * (-3)^n + C_2 * (-2)^n$       2)  $a_n = C_1 * (-3)^n + C_2 * 2^n$       3)  $a_n = C_1 * 3^n + C_2 * 2^n$       4)  $a_n = C_1 * (-6)^n + C_2 * 5^n$

II. Основы теории графов.

### ТЕМА: ТИПЫ ГРАФОВ

1. Граф, в котором множество вершин разбивается на 2 непересекающихся подмножества, такие, что ребра соединяют вершины из разных подмножеств, называется

Ответ: 1. Гамильтоновым

2. Эйлеровым

3. Деревом

4. Двудольным

2. Граф, в котором можно обойти все вершины, побывав в них по одному разу, называется

- Ответ: 1. Гамильтоновым  
2. Эйлеровым  
3. деревом  
4. двудольным

3. Граф, в котором можно обойти все ребра, побывав в них по одному разу, называется

- Ответ: 1. Гамильтоновым  
2. Эйлеровым  
3. деревом  
4. двудольным

4. Граф, в котором любые две вершины соединены простой цепью и число ребер у которого  $m = n - 1$  ( $n$  - число вершин), является

- Ответ: 1. Гамильтоновым  
2. Эйлеровым  
3. деревом  
4. двудольным

5. Граф, в котором степени всех вершин четны, является

- Ответ: 1. Гамильтоновым  
2. Эйлеровым  
3. деревом  
4. двудольным

6. Граф, в котором любые две вершины соединены ребром, называется

- Ответ: 1. полным  
2. звездой  
3. нулевым  
4. двудольным

7. Граф, в котором любые две вершины соединены простой цепью, называется

- Ответ: 1. полным  
2. связным  
3. нулевым  
4. двудольным

8. Дерево, содержащее все вершины графа и какие-то из его ребер, называется

- Ответ: 1. остовом  
2. сетью  
3. деревом  
4. двудольным

9. Если граф имеет вершины одинаковой степени (полустепени исхода и захода), то его называют

- Ответ: 1. полным  
2. регулярным  
3. деревом  
4. двудольным

## ТЕМА: ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ

1. Чередующуюся последовательность вершин и ребер (дуг), которая начинается и заканчивается вершиной, причем каждая соседняя пара - вершина и ребро (дуга) - инцидентны друг другу, называют

Ответ: 1. маршрутом                      2. цепью              3. контуром    4. циклом

2. Укажите неверное свойство двудольного графа:

Ответ:

1. Множество вершин графа состоит из двух непересекающихся подмножеств таких, что внутри каждого подмножества нет смежных вершин.
2. Вершины двудольного графа можно раскрасить двумя красками, поэтому такие графы называют бихроматическими.
3. Двудольный граф не имеет простых циклов нечетной длины.
4. Двудольный граф состоит из двух компонент связности.

3. Связный ориентированный (не обязательно) граф, который не имеет петель и удовлетворяет следующим условиям:

- 1) существует только одна вершина с нулевой полустепенью захода; эта вершина называется источником и обозначается через  $s$ ;
- 2) существует только одна вершина с нулевой полустепенью исхода; эта вершина называется стоком и обозначается через  $t$ ;
- 3) каждой дуге  $e = (i, j)$  в сети  $N$  сопоставлено неотрицательное вещественное число, называемое пропускной способностью дуги и обозначаемое через  $c(e)$  или  $c(i, j)$ , где  $i$  и  $j$  вершины графа, если не существует дуги  $e$ , ориентированной из  $i$  в  $j$ , то  $c(e) = 0$ ;

называется

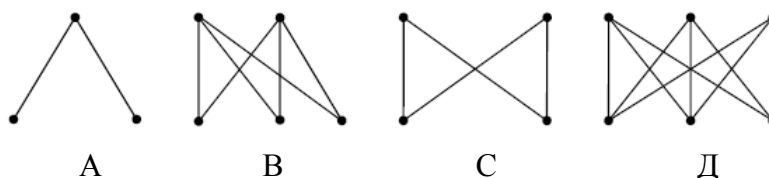
Ответ: 1. двудольным  
2. эйлеровым  
3. гамильтоновым  
4. сетью

4. Простой цикл, содержащий все вершины графа, называется

Ответ: 1. Эйлеровым                      2. Гамильтоновым    3. контуром

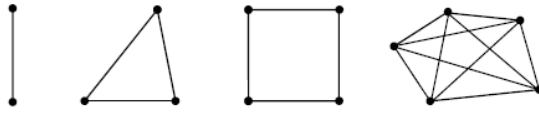
## ТЕМА: ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРАФА

1. Какие из графов являются двудольными?



Ответ: 1. все                      2. B и D                      3. B,C,D                      4. Только D

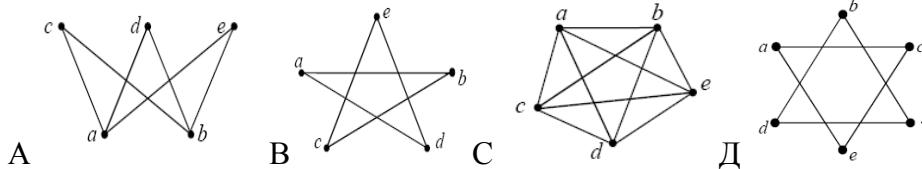
2. Полными графами являются графы



A B C Д

Ответ: 1. Все 2. А, В, Д 3. С и Д 4. Только Д

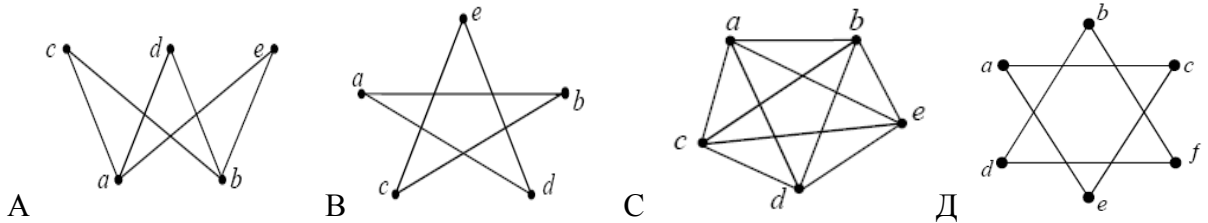
3. Все графы на рисунке



являются

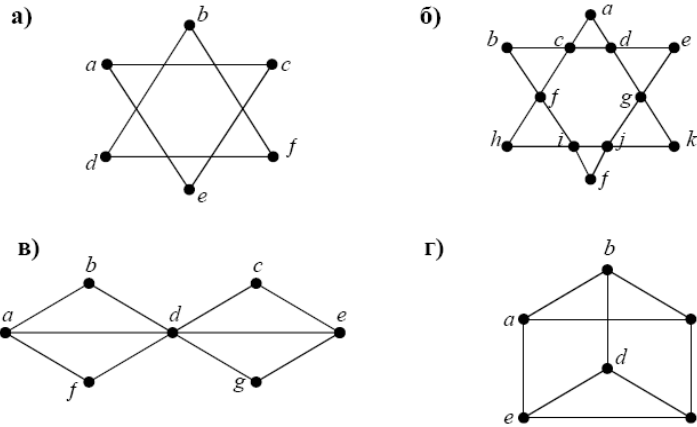
Ответ: 1. плоскими 2. связными 3. планарными 4. двудольными

4. Какие из графов можно раскрасить 5-ю красками?



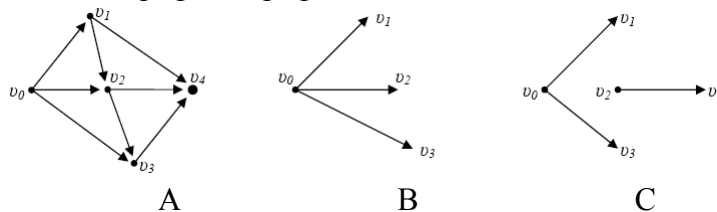
Ответ: 1. А 2. А и В 3. А, В, Д 4. А, В, С, Д

5. Какие графы являются 'йлеровыми'?



Ответ: 1. а), б), в) 2. б), в) 3. все 4. а), в), г)

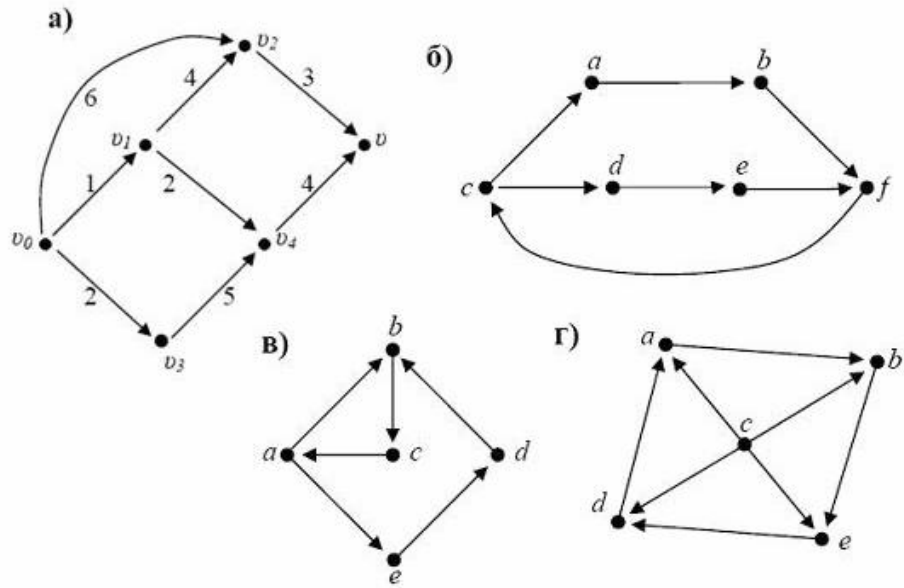
6. Какие графы являются подграфами графа А?



Ответ: 1. Только А 2. Только В 3. Только С 4. Все

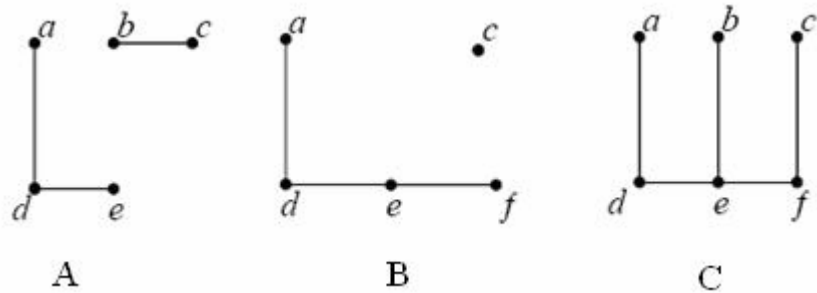


7. Какие из графов являются сетью?

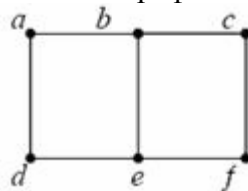


Ответ: 1. а)      2. б) и в)      3. а) и г)      4. все

8. Какие из графов

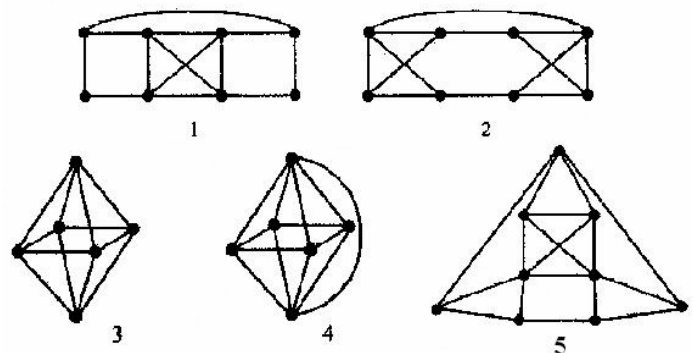


являются подграфами графа



Ответ: 1. Все      2. А и В      3. А и С      4. В и С

9. Какие из графов планарны?



Ответ: 1) 1, 2, 3

2) 1, 2, 3, 4    3) 1, 2, 5

4) 2, 5

### ТЕМА: КОЛИЧЕСТВО РЕБЕР И ВЕРШИН ГРАФА

1.Какая из формул верна для неориентированного графа, если  $n$  - количество вершин, а  $m$  - ребер графа?

Ответ:

1.  $\sum_i^n \deg x_i = 2m$

2.  $\sum_i^m \deg x_i = 2n$

3.  $\sum_i^n \deg x_i = m$

4.  $\sum_i^m \deg x_i = n$

2. Сколько ребер в графе  $K_n$  ?

Ответ: 1)  $n!/2$

2)  $n*(n-1)/2$

3)  $(n-1)!$

4)  $n$

3.Сколько ребер в графе  $K_{p,q}$  ?

Ответ: 1).  $p*q$

2)  $p^q$

3)  $p+q$

4)  $q^p$

4. Граф на 5 вершинах имеет набор степеней. Какие графы не могут существовать ?

Ответ: 1. (0,2,2,3,3)

2. (1,2,2,3,3)

3. (0,1,2,3,4)

4. (1,2,2,2,1)

5.Имеется полный граф на  $n$  вершинах. Будет ли он Эйлеровым?

Ответ: 1. Да, если  $n$  – четно

2. Да, если  $n$  – нечетно

3. Нет

4. Да

6.Дана матрица смежности графа  $G$ .

0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0

Граф  $G$  - ...

Ответ: 1. двудольный

2. полный

3. несвязный

4. планарный

7. Дана матрица смежности графа  $G$ .

0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Граф  $G$  - ...

Ответ: 1. двудольный

2. полный

3. несвязный

4. планарный

8.Сколько ребер в дереве с 10 вершинами?

Ответ: 1) 9

2) 8

3) 7

4) 11

9. Задан полный граф на 15 вершинах. В результате последовательного удаления нескольких ребер от него осталось дерево. Сколько ребер удалили?

Ответ: 1) 196      2) 15      3) 225      4) 200

### ТЕМА: СВОЙСТВА ГРАФОВ

1. Какое из утверждений неверно?

Ответ:

1. Если связный планарный граф содержит  $n$  вершин  $m$  ребер  $p$  граней, то  $n - m + p = 2$
2. Граф  $K_{3,3}$  является планарным
3. Если связный планарный граф содержит  $n$  вершин,  $m$  ребер, то  $3n - m \leq 6$
4. Каждый планарный граф содержит вершину степени 5 или менее

2. Верно ли утверждение: Граф можно правильно раскрасить пятью красками?

Ответ: 1. Да      2. Нет      3. Верно для планарных графов      4. Верно для полных графов

3. Какое из утверждений верно? Количество вершин, имеющих нечетную степень в графе

...  
 Ответ: 1. четно      2. нечетно      3. равно 0      4. меньше количества всех вершин

4. Какое из утверждений неверно? Граф  $G$  не планарен, если содержит подграф...

Ответ: 1.  $G' = K_4$       2.  $G' \cong \square \square$       3.  $G' = N_5$       4.  $G' = C_3$

5. Какое из утверждений верно?

Граф  $G$  не связан, если ...

Ответ: 1.  $G = K_5$       2.  $G = K_{3,3}$       3.  $G = N_5$       4.  $G = C_3$

6. Пусть  $G = (V, E)$  - неориентированный граф без петель и кратных ребер,  $|V| = p$ ,  $|E| = q$ . Какое из утверждений не эквивалентно остальным трем?

Ответ:

- 1)  $G$  - дерево
- 2)  $G$  - без циклов и  $q = p - 1$
- 3)  $G$  - связный и  $q = p - 1$
- 4)  $G$  - планарный и  $q = p - 1$

7. Заданная матрица

0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0

является ...

Ответ:

1. матрицей смежности графа
2. матрицей инцидентности графа
3. матрицей смежности орграфа
4. не задает граф

8. Заданная матрица

1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1

является ...

Ответ:

1. матрицей смежности графа
2. матрицей инцидентности графа
3. матрицей смежности орграфа
4. не задает граф

9. Заданная матрица

0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0

является ...

Ответ:

1. матрицей смежности графа
2. матрицей инцидентности графа
3. матрицей смежности орграфа
4. не задает граф

10. Заданная матрица

1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0

является ...

Ответ:

1. матрицей смежности графа
2. матрицей инцидентности графа
3. матрицей смежности орграфа
4. не задает граф

**Уровни сформированности компетенций ОК-3, ОК-6, ОПК-5 в рамках  
дисциплины**

Уровни сформированности компетенций ОК-3, ОК-6, ОПК-5	Основные признаки уровня
Пороговый	<p>При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует <b>знание</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основных понятий и правил комбинаторики, методов решения комбинаторных задач;</li> <li>- методов решения рекуррентных соотношений;</li> <li>- основных понятий теории графов и основных алгоритмов исследования неориентированных и ориентированных графов;</li> <li>- роли дискретной математики в развитии информатики и ее приложений;</li> </ul> <p>проявляет <b>умение</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять законы комбинаторики для решения комбинаторных задач;</li> <li>- генерировать основные комбинаторные объекты;</li> <li>- составлять и решать простейшие рекуррентные соотношения;</li> <li>- исследовать графы на заданные свойства;</li> <li>- применять аппарат теории графов для решения прикладных задач.</li> </ul> <p>По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 65 до 70 баллов</p>
Базовый	<p>При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует <b>знание</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основных понятий и правил комбинаторики, методов решения комбинаторных задач;</li> <li>- методов решения рекуррентных соотношений;</li> <li>- основных понятий теории графов и основных алгоритмов исследования неориентированных и ориентированных графов;</li> <li>- роли дискретной математики в развитии информатики и ее приложений;</li> </ul> <p>проявляет <b>умение</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять законы комбинаторики для решения комбинаторных задач;</li> <li>- генерировать основные комбинаторные объекты;</li> <li>- составлять и решать простейшие рекуррентные соотношения;</li> <li>- исследовать графы на заданные свойства;</li> <li>- применять аппарат теории графов для решения прикладных задач;</li> </ul> <p>показывает <b>владение</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- представлениями о взаимосвязи дисциплины с математической наукой, со школьными курсами математики и информатики.</li> </ul> <p>По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 70 до 80 баллов</p>

Повышенный	<p>При выполнении заданий всех форм контроля студент демонстрирует <b>знание:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основных понятий и правил комбинаторики, методов решения комбинаторных задач;</li> <li>- методов решения рекуррентных соотношений;</li> <li>- основных понятий теории графов и основных алгоритмов исследования неориентированных и ориентированных графов;</li> <li>- роли дискретной математики в развитии информатики и ее приложений;</li> </ul> <p>проявляет <b>умение:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять законы комбинаторики для решения комбинаторных задач;</li> <li>- генерировать основные комбинаторные объекты;</li> <li>- составлять и решать простейшие рекуррентные соотношения;</li> <li>- исследовать графы на заданные свойства;</li> <li>- применять аппарат теории графов для решения прикладных задач;</li> </ul> <p>показывает <b>владение:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения полученных знаний и умений в различных ситуациях (в пределах изученной тематики курса);</li> <li>- представлениями о применении теории алгоритмов в областях программного обеспечения компьютеров, информатики и систем искусственного интеллекта;</li> <li>- представлениями о взаимосвязи дисциплины с математической наукой, со школьными курсами математики и информатики.</li> </ul> <p>По итогам балльно-рейтинговой системы сумма рейтинговых баллов студента составляет от 80 до 100 баллов</p>
------------	---

Процедура оценивания (зачет) соответствует действующим в вузе текущим положениям, включая Положение о рейтинговой системе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов.

### ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ В ПРОГРАММЕ

Дата, номер протокола заседания кафедры	Внесенные изменения	ФИО преподавателя и/или заведующего кафедрой	Подпись