МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина»
(АГГПУ им. В.М. Шукшина)
Факультет математики и естественных наук
Кафедра математики, физики и информатики

Методика подготовки учащихся школ к решению задач с уравнениями в рамках ЕГЭ по математике профильного уровня

Выпускная квалификационная работа

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки Математика

Допустить к защите

Зав.кафедрой математики, физики, информатики

«____» ____________ 20___г.

Дудышева Е. В._______________

(Ф.И.О.)

____

(*подпись)*

Выполнил студент

Ф-М141 группы

Полежаева

фамилия

Валентина Васильевна

имя, отчество

____

(подпись)

Научный руководитель:

к. физ-мат. наук

ученая степень, звание

Шилинг Г.С.

фамилия, имя, отчество

____

подпись

Оценка________________________

«_____»____________________2018 г.

Подпись________________________

Председатель ГЭК

Бийск – 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет имени В.М. Шукшина»

(АГГПУ им. В.М. Шукшина)

АННОТАЦИЯ

На выпускную квалификационную работу бакалавра

Студента Полежаевой Валентины Васильевны группы Ф-М141

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика

Тема: Методика подготовки учащихся школ к решению задач с уравнениями рамках ЕГЭ по математике профильного уровня

ABSTRACT

Arbeit zum Thema „Methoden der Studenten für die Herausforderungen der Gleichungen innerhalb CSE im Profil Ebene Mathematik Vorbereitung“ enthält eine Einführung, zwei Kapitel, Abschluss, Referenzen und Anhänge. Das Arbeitsvolumen beträgt 76 Seiten.

Das Ziel ist es, Richtlinien zu entwickeln Studenten für die Herausforderungen, die Gleichungen in der Prüfung in Mathematik Profil Ebene vorzubereiten.

Im ersten Kapitel wurden Informationen zur USE auf Mathematik der Profilebene beschrieben. Die Spezifikation von CMMs für Aufgaben, die mittels Gleichungen gelöst werden, wird analysiert. Außerdem wurde eine allgemeine und aussagekräftige Analyse typischer Fehler vorgenommen. Darüber hinaus wurden die Merkmale der Entwicklung von Schülern im Sekundarschulalter berücksichtigt.

In diesem Kapitel analysierten wir die Schulbücher, Arbeitsprogramme auf der Grundlage dieser Literatur erarbeitet. Auch in diesem Kapitel präsentieren wir die Entwicklung des Inhalts des Wahlfachs „Problem mit den Gleichungen zu lösen.“

Автор ВКР __________________________ Полежаева В.В.

(Подпись) (ФИО)

Оглавление

Введение

В настоящее время возникла необходимость в обеспечении углубленного изучения предмета математики и подготовки учащихся к продолжению образования.

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) – это словосочетание знакомо сегодня едва ли не каждой семье, в которой есть школьник. Одной из целей проведения ЕГЭ является совмещение итоговой аттестации выпускников и вступительных испытаний для поступления в ВУЗы.

На сегодняшний день неотъемлемой частью экзамена по математике профильного уровня являются задачи с уравнением. На их изучение отводится очень мало времени, или знакомство с некоторыми из заданий вовсе не осуществляется. Подавляющее число задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений. Поэтому учителю, прежде всего, необходимо познакомить учеников с приемами решения этих заданий, и делать это нужно не от случая к случаю, а регулярно.

В процессе подготовки к экзамену необходимо отрабатывать у учащихся умение четко представлять ситуацию, о которой идет речь, анализировать, сопоставлять, устанавливать зависимость между величинами. Важно познакомить будущих выпускников с различными способами решения задач, а не отдавать предпочтение какому-то одному способу. Ученик должен понимать, что при выполнении работы он может выбрать любой способ решения, главное, чтобы задача была решена правильно.

Актуальность темы: «Методика подготовки учащихся школ к решению задач с уравнениями в рамках ЕГЭ по математике профильного уровня» в настоящее время объясняется в необходимости систематизации материала по этому разделу. Потому что с помощью задачи с уравнениями формируются важные обще-учебные умения, связанные с анализом текста, выделением главного в условии, составлением плана решения, проверкой полученного результата.

Цель работы: разработать методические рекомендации для подготовки учащихся к решению задач с уравнениями в рамках ЕГЭ по математике профильного уровня.

Задачи работы:

– изучить и проанализировать учебно-методическую литературу по теме «Решение задач с уравнениями»;

– разработать программу элективного курса «Решение задач с помощью уравнений»;

– разработать содержание занятий элективного курса;

– провести апробацию разработанного элективного курса.

Объект исследования: процесс обучения учащихся 10-11 классов решению задач с уравнениями.

Предмет исследования: методические рекомендации для подготовки учащихся к решению задач с уравнениями в рамках ЕГЭ по математике профильного уровня.

Методы исследования: анализ и классификация типов задач с уравнениями, методической и учебной литературы.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, список литературы, приложений.

Была проведена апробация разработанных уроков на базе школы МБОУ Ненинская СОШ имени Героя РФ Лайса А.В., что подтверждается актом внедрения, приложенном к выпускной квалификационной работе.

Глава 1. Теоретические сведения об ЕГЭ по математике профильного уровня

1.1 ЕГЭ по математике профильного уровня, анализ спецификации КИМов

Единый Государственный Экзамен стал неотъемлемой частью жизни каждого школьника. Начиная со среднего звена, учащиеся намечают себе дальнейший жизненный путь. Поэтому им уже заведомо известно, по какому именно предмету они должны сдать экзамен.

Начиная с 2015 года, экзамен существенно изменился по сравнению с предыдущими годами. ЕГЭ по математике разделён на два отдельных экзамена: базовый уровень и профильный уровень. Каждый выпускник вправе выбрать себе желаемый вариант. Или оба сразу. Познакомимся с каждым из них отдельно.

Базовый уровень ЕГЭ по математике. Это относительно новый экзамен. Он предназначен для тех, кому математика не потребуется в дальнейшем обучении. Либо обучение не предполагается вообще, либо предполагается в вузах, где предмет "Математика" отсутствует в перечне вступительных испытаний. Для любого вуза с предметом "Математика" документ о сдаче базового уровня ЕГЭ по математике не годится. Даже если он сдан на пятёрку.

Результаты базового ЕГЭ по математике выдаются в отметках по пятибалльной шкале и не переводятся в стобалльную шкалу. Таким образом, право на аттестат даёт привычная тройка. Минимальные первичные баллы в ЕГЭ по математике 2018 будут официально установлены ближе к экзамену. В 2017 году они были установлены на уровне 7. Т.е. семь верно решённых заданий обеспечивали тройку в базовом уровне.

Структура экзаменационных заданий базового уровня ЕГЭ. Данная работа содержит 20 заданий с кратким ответом. Ответом к каждому из заданий 1–20 является целое число или конечная десятичная дробь, или последовательность цифр. Ответ нужно либо посчитать, либо выбрать из условия задания.

Математический ассортимент, требуемый для успешной сдачи экзамена, не меньше школьной программы. В заданиях присутствует и геометрия, и тригонометрия, и логарифмы, и производные, и теория вероятности и другие темы. В этом смысле, задания базового уровня не сильно отличаются от аналогичных заданий профильного ЕГЭ.

Много самых простых заданий. Т.е. таких заданий, для выполнения которых требуются только основные понятия из каждой темы. Большим плюсом базового ЕГЭ по математике 2018 является отсутствие задания с развёрнутым решением. Не нужно описывать ход решения, в котором часто допускаются ошибки.

Профильный уровень ЕГЭ по математике 2018. Данный вид экзамена, по сути, не отличается от того ЕГЭ по математике, что сдаётся уже много лет. Новшества заключаются в незначительном изменении количества заданий. Кроме того, изменялся проходной уровень, т.е. минимальный балл, необходимый для успешной сдачи ЕГЭ[47].

Начиная с 2015 года, изменена нумерация заданий. Исчезли разделы "B" и "C", задания нумеруются просто по порядку. Новая нумерация в профильном уровне слегка осложняет подготовку к ЕГЭ по вариантам прошлых лет. На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Изменения структуры и содержания КИМ 2018 отсутствуют.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного и 2 задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи[19].

Каждому выпускнику, мечтающему стать высококвалифицированным специалистом, в интересной ему области, для достижения желаемого результата необходимо сдать ЕГЭ по математике профильного уровня. Задачи, решаемые с помощью уравнений, составляют значительный блок в данной работе. К ним относятся задания под номерами 5, 11, 13, 17.

Анализируя спецификацию КИМа для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень), можно сделать вывод, что, задания решаемые с помощью уравнений проверяют следующий учебный материал: алгебра (7-9 классы), алгебра и начало анализа (10-11 классы). Максимальный первичный балл, который можно набрать за правильное выполнение заданий:

5 задание – 1 балл. На его решение отводиться 5 минут для учащихся изучающих математику на базовом уровне и 3 минуты для учащихся изучающих математику на профильном уровне.

11 задание - 1 балл. На его решение отводиться 20 минут для учащихся изучающих математику на базовом уровне и 10 минуты для учащихся изучающих математику на профильном уровне.

13 задание – 2 балла. На его решение отводиться 20 минут для учащихся изучающих математику на базовом уровне и 10 минуты для учащихся изучающих математику на профильном уровне.

17 задание – 3 балла. На его решение отводиться 35 минуты для учащихся изучающих математику на профильном уровне. Для учащихся изучающих математику на базовом уровне ограничений по времени нет.

За правильное выполнение данной группы заданий, в общей сложности можно получить 7 первичных баллов[45].

Особенности развития учеников среднего школьного возраста (10-15 лет)

Старший средний школьный возраст – переходный от детства к юности. Он характеризуется общим подъемом жизнедеятельности и глубокой перестройкой всего организма. В этом возрасте происходит бурный рост и развитие всего организма.

Характерная особенность подросткового возраста – половое созревание организма. У девочек оно начинается с одиннадцати лет, у мальчиков – несколько позже – с двенадцати-тринадцати лет. Половое созревание вносит серьезные изменения в жизнедеятельность организма, нарушает внутреннее равновесие, вносит новые переживания.

В подростковом возрасте продолжается развитие нервной системы. Восприятие подростка более целенаправленно, планомерно и организованно, чем восприятие младшего школьника.

Характерная черта внимания ученика среднего школьного возраста – его специфическая избирательность: интересные уроки или интересные дела очень увлекают подростков, и они могут долго сосредоточиваться на одном материале или явлении. Но легкая возбудимость, интерес к новому и яркому часто становятся причиной непроизвольного переключения внимания. Оправдывает себя такая организация учебно-воспитательного процесса, когда у подростка нет ни желания, ни времени, ни возможности отвлекаться на посторонние дела.

В подростковом возрасте происходят существенные сдвиги в мыслительной деятельности. Мышление становится более систематизированным, последовательным, зрелым. Улучшается способность к абстрактному мышлению.

Развитие высших психических процессов.

У учащихся средней школы обычно сильно выражено избирательное отношение к учебным предметам. Потребность в значимых для жизненного успеха знаниях - одна из наиболее характерных черт нынешнего школьника.

Восприятие.

Восприятие характеризуется целенаправленностью. Заметно развивается и совершенствуется способность переключения и распределения внимания. Последнее, в частности, сказывается в формирующемся умении одновременно слушать объяснения учителя, и вести запись лекции-беседы, следить за содержанием и формой своего ответа.

Память.

В этом возрасте происходят новые процессы, связанные с перестройкой памяти. Активно развивается память и скоро достигает такого уровня, что ребенок переходит к преимущественному использованию этого вида памяти, а также произвольной и опосредованной памяти. Процесс запоминания у старших школьников сводится к мышлению, к установлению логических отношений внутри запоминаемого материала, а припоминание заключается в восстановлении материала по этим отношениям.

Мышление.

Существенные изменения происходят в мыслительной деятельности учеников средней школы, в характере умственной работы. Ведущей деятельностью в этом возрасте является учеба. Большое значение приобретают уроки-лекции, самостоятельное выполнение практических работ, написание рефератов и докладов. В учении формируется общие интеллектуальные способности, особенно понятийное теоретическое мышление. Это происходит за счет усвоения понятий, совершенствования умения пользоваться ими, рассуждать логически и абстрактно.

Мыслительная деятельность приобретает такой уровень развития процессов анализа и синтеза, теоретического обобщения и абстрагирования, который делает вполне возможной самостоятельную, в известной мере, творческую деятельность в определенных областях. Для юношей и девушек становятся характерными тенденция к причинному объяснению явлений, умение аргументировать, делать выводы, связывать изучаемое в систему. В раннем юношеском возрасте завершается формирование когнитивных процессов и, прежде всего, мышления. В эти годы мысль окончательно соединяется со словом, в результате чего образуется внутренняя речь как основное средство организации мышления и регуляции других познавательных процессов. Интеллект, в своих высших проявлениях становится речевым, а речь - интеллектуализированной. Возникает полноценное теоретическое мышление. Наряду с этим идет активный процесс формирования научных понятий, содержащий в себе основы научного мировоззрения человека в рамках тех наук, которые изучаются в школе. Приобретают окончательные формы умственные действия и операции с понятиями, опирающиеся на логику рассуждений и отличающие словесно-логическое, абстрактное мышление от наглядно-действенного и наглядно-образного. Юность - это период расцвета всей умственной деятельности.

Самостоятельность мышления приобретает определяющий характер и крайне необходима для самоутверждения личности. Взрослые, учителя часто безапелляционно отвергают наивные, односторонние, еще далеко незрелые заключения, создавая своей бестактностью предпосылки для конфликтов и недоразумений.

Общая характеристика познавательных процессов.

Познавательные процессы (восприятие, память, мышление, воображение) входят как составная часть в любую человеческую деятельность и обеспечивают ту или иную ее эффективность. Когда говорят об общих способностях человека, то также имеют в виду уровень развития и характерные особенности его познавательных процессов, ибо, чем лучше развиты у человека эти процессы, тем более способным он является, тем большими возможностями обладает. От уровня развития познавательных процессов учащегося зависит легкость и эффективность его учения. Человек рождается с достаточно развитыми задатками к познавательной деятельности, однако познавательные процессы новорожденный осуществляет сначала неосознанно, инстинктивно. Ему еще предстоит развить свои познавательные возможности, научиться управлять ими. Поэтому уровень развития познавательных возможностей человека зависит не только от полученных при рождении задатков (хотя они играют значительную роль в развитии познавательных процессов), но в большей мере от характера воспитания ребенка в семье, в школе, от собственной его деятельности по развитию интеллектуальных способностей.

Познавательные процессы осуществляются в виде отдельных познавательных действий, каждое из которых представляет собой целостный психический акт, состоящий нераздельно из всех видов психических процессов. Но один из них обычно является главным, ведущим, определяющим характер данного познавательного действия. Только в этом смысле можно рассматривать отдельно такие психические процессы, как восприятие, память, мышление, воображение. Познание человека объективной действительности начинается с ощущений и восприятия. Но, начиная с них, познание действительности не заканчивается, а переходит к мышлению.

Мышление как психический процесс.

Мышление имеет целенаправленный характер. Необходимость в мышлении возникает, прежде всего, тогда, когда в ходе жизни и практики перед человеком появляется новая цель, новая проблема, новые обстоятельства и условия деятельности. Мышление ребенка зарождается и развивается сначала в процессе наблюдения, которое является не чем иным, как более или менее целенаправленным мыслящим восприятием. Мышление представляет собой активную целенаправленную деятельность, в процессе которой осуществляется переработка имеющейся и вновь поступающей информации - анализ и синтез. Анализ - это выделение в объекте тех или иных его сторон, элементов, свойств, связей, отношений и т.д.; это расчленение познаваемого объекта на различные компоненты. В отличие от анализа синтез предполагает объединение элементов в единое целое. Анализ и синтез всегда взаимосвязаны. Неразрывное единство между ними отчетливо выступает уже в познавательном процессе сравнения. Всякое сравнение предметов начинается с сопоставления или соотнесения их друг с другом, т.е. начинается с синтеза. В ходе этого синтетического акта происходит анализ сравниваемых явлений, предметов, событий и т.д. - выделение в них общего и различного. Так сравнение ведет к обобщению.

Продуктивное и репродуктивное мышление.

Любое мышление есть искание и открытие нового, самостоятельное движение к новым обобщениям, поэтому, по сути, всякое мышление всегда является творческим и продуктивным в большей или меньшей степени. В зависимости от степени новизны продукта, получаемого на основе мышления, его делят на продуктивное и репродуктивное. Продуктивное мышление характеризуется высокой новизной своего продукта, своеобразием процесса его получения и существенным влиянием на умственное развитие. Продуктивное мышление учащихся обеспечивает самостоятельное решение новых для них проблем, глубокое усвоение знаний, быстрый темп овладения ими, широту их переноса в относительно новые условия. Репродуктивное мышление характеризуется меньшей продуктивностью, но оно играет важную роль. На основе этого вида мышления осуществляется решение задач знакомой школьнику структуры. Оно обеспечивает понимание нового материала, применение знаний на практике, если при этом не требуется их существенного преобразования. Возможности репродуктивного мышления определяются наличием исходного минимума знаний. Главным признаком продуктивных умственных актов является возможность получения новых знаний в самом процессе, т.е. спонтанно, а не путем заимствования извне[40].

1.2 Перечень умений и навыков, необходимых для решения задач с помощью уравнений

Анализируя, кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) можно сделать вывод, что задания экзаменационной работы, решаемые с помощью уравнений, проверяют следующие элементы содержания учебного материала:

5 задание - базовый уровень первой части, проверяет умения решать квадратные, рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные, логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными, а так же использование основных приёмом при решении систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для

решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

11 задание – повышенный уровень второй части. Проверяет знание дробей, процентов, рациональных и целых чисел, применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений, применение знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни, умение строить и исследовать математические модели.

13 задание – повышенного уровня сложности с развернутым ответом, наиболее успешно решаемое среди заданий с развернутым ответом. Оно проверяет умение решать сложные уравнения. Использование основных приёмом при решении систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных, использование свойств и графиков функций при решении уравнений, изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем, применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

17 задание – задание с развернутым ответом, текстовая задача с экономическим содержанием. Это задание проверяет знание дробей, процентов, рациональных и целых чисел, применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений, применение знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни, умение строить и исследовать математические модели([18],[19]).

1.3 Анализ типовых ошибок

Все задания экзаменационной работы делятся на три тематических модуля «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия» и «Практико-ориентированные задания».

Статистика выбора экзамена в основную волну показала, что сохраняется тенденция, наметившаяся в 2015 и 2016 годах, а именно, растет понимание роли базового и профильного экзаменов и складывается система приоритетов у выпускников разного уровня математической мотивации и подготовки, их родителей и учителей. Продолжается сокращение числа и доли участников, выбравших профильный уровень. При этом на протяжении трех лет растет число получивших 80 и более баллов. Это свидетельствует о росте качества подготовки к ЕГЭ обучающихся на специальности, где экзамен по математике является профильным.

Общее количество участников ЕГЭ по математике профильного уровня в 2017 году 390 981, что меньше, чем в предыдущие годы (в 2016 году – 439 229, в 2015 году – 521 151). С одной стороны, это связано с тем, что снижается общее количество выпускников, а, с другой стороны, выпускники стали более осмысленно и ответственно подходить к выбору уровня экзамена.

Средний тестовый балл в 2017 году по сравнению с предыдущими годами несущественно вырос. Наблюдается уменьшение доли участников, получивших 0–20 баллов, и одновременное увеличение доли участников, набравших 61–100 б. Таким образом, в 2017 г. продолжается тенденция, наметившаяся в предыдущие два года: участники экзамена, учителя и родители за счет более осознанного выбора экзамена по математике добиваются лучших результатов на выбранном ими уровне.

В 2017 году был установлен минимальный порог по математике профильного уровня – 27 тестовых баллов. В 2017 г. минимальный балл не набрали 14,34% участников экзамена, в 2016 г. – 15,33%, то есть этот показатель снизился на 1 процентный пункт. Объясняется это, как повышением качества математического образования, так и оттоком наименее подготовленной части выпускников на базовый ЕГЭ по математике.

В 2017 году 100 баллов получили 224 участника экзамена по математике профильного уровня (в 2016 году – 296 участников). Изменение доли участников, набравших 100 баллов в 2017 г. по сравнению с 2016 г., незначительное. Снижение доли учащихся полностью решивших работу, в частности, может быть связано, с принятием поправки в «Закон об образовании в Российской Федерации» о продлении срока действия диплома победителя и призера олимпиады до 4 лет. И, как показывает предварительный анализ, снижения и мотивации к получению высокого результата на ЕГЭ у дипломников математических олимпиад. Лидерами по количеству 100-балльников являются регионы, в которых ведётся интенсивная работа с математически одарёнными детьми.

Результаты экзамена показывают рост математической подготовки выпускников – становится больше участников экзамена, набравших баллы, необходимые для поступления в ведущие вузы. Важно отметить, что абсолютное число участников экзамена, набравших 80 баллов и более (высокий уровень подготовки), выросло с 17,8 до 18,6 тысяч человек, что означает увеличение числа хорошо подготовленных абитуриентов ведущих ВУЗов, а также отражает эффективность двухуровневой схемы экзамена, для развития эффективной системы профильного обучения в старшей школе.

Содержательный анализ результатов.

Нас интересует задание 17 второй части, оно представляет практико-ориентированный модуль. Задания 5,11, 13 – это задания разного уровня сложности по алгебре и началам математического анализа, включающие задачи на составление математических моделей в виде уравнений или неравенств, а также задания по элементам математического анализа, призванные проверить базовые понятия математического анализа и умение применять стандартные алгоритмы при решении задач.

Высокий показатель успешности продемонстрирован при решении 5 задания базового уровня – выше 70%, что свидетельствует о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы, необходимых для обучения в вузах на специальностях, не предъявляющих высокие требования к уровню математической подготовки абитуриентов. Это задание проверяли умения решать уравнения. Задание этого блока включало в себя следующее предметное содержание: решение показательных, логарифмических, иррациональных, рациональных уравнений.

В целом успешность выполнения заданий базового уровня сложности составляет 31 – 95%.

Успешность выполнения заданий повышенного уровня сложности составляет 31–58%. Наилучшие показатели при решении уравнений (более 55%). Наиболее заметной проблемой остается решение текстовых задач (более 31%) – это один из существенных резервов повышения качества подготовки абитуриентов массовых технических и экономических ВУЗов.

В 2017 году ненулевой балл получили свыше половины участников за выполнения заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом. Наилучшие показатели при выполнении алгебраического задания 13 - решение тригонометрического уравнения с отбором корней (2015 г. – 27,4%, 2016 г. – 38,9%, 2017 г. – 36,3%) и практико-ориентированного задания 17 – решение текстовой задачи с экономическим содержанием (2015 г. – 2,3%, 2016 г. – 13%, 2017 г. – 11,3%). Эти изменения свидетельствуют о качественном обучении математике в старшей школе и более четкой подготовке учащихся к обучению в вузе.

Успешность выполнения заданий с развернутым ответом свидетельствует о том, что более четверти участников экзамена владеют на хорошем уровне программой по математике за курс основной и старшей школы и могут письменно оформить результаты своих рассуждений.

Для задания 5 базового уровня первой части, проверялось умение решать простейшее логарифмическое, показательное уравнение. С этой задачей справились около 91% участников экзамена[47].

Пример задания: Найдите корень уравнения . $(\frac{1}{6})^{(x-2)} = 6^x$

Задание 17 (развёрнутый ответ) относится к повышенному уровню сложности. Оно проверяет правильность применения приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни, умение строить и исследовать математические модели. Это задание – текстовая задача с экономическим содержанием (задача на кредиты). Ненулевые баллы получили около 11% участников экзамена.

Пример задания: В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

Ненулевые баллы получило около 15%, максимальные – около 8%

участников экзамена. Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин) и вычислительными ошибками. Очень много выпускников без всяких обоснований пишут сразу формулу (не всегда имеющую отношение к задаче). Складывается впечатление, что решать задаче не обязательно, а нужно получить только число, при этом способ получения этого числа не важен. В целом, показатель выполнения этого задания хороший, что особенно важно с учетом того, что значительная часть специальностей, на которые требуется профильная математика, носит практикоориентированную, с том числе экономическую или финансовую направленность.

К заданиям повышенного уровня относится так же задание второй части 11 с кратким ответом и задание 13 с развернутым ответом.

Задание 11 проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели – решать текстовые задачи на движение, растворы, сплавы и другие. С этой задачей справилось около 36% участников экзамена.

Пример задания : Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 27 км/ч, проходит некоторое расстояние по реке и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 32 часа после отправления из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Выполнение – около 31%. Не дали никого ответа 8% участников экзамена, выполнявших это задание. Типичные ошибки связаны в первую очередь с невнимательным чтением условия задачи – почти 16% участников нашли расстояние между пунктами отправки и стоянки – и много вычислительных ошибок. Около 10% продемонстрировали непонимание движения по реке – собственную скорость умножили на время движения.

Задание 13 проверяет умение решать тригонометрические уравнения. Ненулевые баллы за выполнение этого задания получило около 36% участников экзамена. Пример задания :

а) Решите уравнение: $9 * 81^{\cos x} - 28 * 9^{\cos x} + 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Ненулевые баллы получило около 48% участников экзамена, максимальный балл – около 38%. Основной проблемой выполнения первого пункта оказалось неумение вводить новую переменную (ошибка в свойствах степеней), незнание формул решения простейшего тригонометрического уравнения. При выполнении второго пункта участники экзамена продемонстрировали неумение или небрежность отбора корней (с помощью тригонометрической окружности).

Итоги ЕГЭ 2017 года выявляют ключевые проблемы, определяющие недостаточное количество выпускников с уровнем подготовки, достаточным для успешного продолжения образования в профильных ВУЗах:

• несформированность базовой логической культуры;

• недостаточные геометрические знания, графическая культура;

• неумение проводить анализ условия, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации;

• неразвитость регулятивных умений: находить и исправлять собственные ошибки.

Как видно из проделанного анализа типичных и массовых неверных ответов, самой большой проблемой является неверное понимание, неполное или невнимательное чтение условия. Это относится практически ко всем заданиям практико-ориентированного направления.

Потеря знака остаётся массовой ошибкой, на это нужно обращать особое внимание, выявляя «группы риска» – тех учащихся, кто допускает эту ошибку регулярно.

Заметно снизилось число ошибок, полученных от отсутствия сопоставления ответа с реально возможными значениями. Раньше таких ошибок было намного больше. Возможно, снижение их числа связано с тем, что в базовом ЕГЭ на протяжении трёх лет даётся задача, назначение которой – проверить ответ на здравый смысл и соответствие реальности. Так или иначе, учителя больше стали обращать внимание на правдоподобность полученных ответов. Здесь уже сыграла свою положительную роль практическая ориентированность многих задач ЕГЭ[47].

Вывод к первой главе

В данной главе были описаны сведения о ЕГЭ по математике профильного уровня. Проанализирована спецификация КИМов к заданиям, решаемым с помощью уравнений. А так же был проделан общий и содержательный анализ типовых ошибок. Выделен перечень умений и навыков, необходимых при решении задач по теме «Решение заданий с уравнениями».

Дополнительно были рассмотрены особенности развития учеников среднего школьного возраста; развитие высших психических процессов, память, мышление, общая характеристика познавательных процессов, мышление как психический процесс, продуктивное и репродуктивное мышление.

Перейдем к рассмотрению вопроса разработки содержания элективного курса «Решение задач с уравнениями».

Глава 2. Элективный курс «Решение задач с помощью уравнений»

2.1 Анализ учебно-методической литературы по математике

Анализ программ по математике для общеобразовательных школ.

Сразу отметим, при анализе мы будем касаться в основном только тех моментов, которые затрагивают изучение тем, относящихся к выполнению 5, 11, 13, 17 заданий.

Рассмотрим программы по математике для общеобразовательных учреждений.

Требования к математической подготовке учащихся по темам «Решение уравнений», «Решение задач на проценты, сплавы, смеси, совместную работу, движение », «Решение финансовых задач».

В результате изучения курса алгебры учащиеся должны:

- понимать, что уравнения – это математический аппарат решения разнообразных задач из математики, смежных областей знаний, практики;
- правильно понимать термины «уравнение», «корень уравнения»;
- решать уравнения различными методами и способами;
- решать разно-уровневые текстовые задачи;
- решать финансовые задачи.

Содержание данных тем.

Тема «Решение уравнений» прослеживается в рабочих программах на всём протяжении изучения предмета математика. Программа, реализующаяся в 5 классе по учебнику «Математика 5.» Виленкина Н.Я., В.И.Жохова, А.С.Чеснокова, С.И.Шварцбурда, предусматривает изучение данной тема в первой главе, во втором параграфе «Сложение и вычитание натуральных чисел». Тема названа конкретно «Уравнения», на её изучение отведено 4 часа. Учащийся должен научиться решать уравнения на основании зависимостей между компонентами действий сложения и его вычитания, решать текстовые задачи с помощью составления уравнений. Далее простейшие уравнения встречаются в третьем параграфе «Умножение и деление натуральных чисел» в теме «Упрощение выражений», на её освоение отведено 7 часов. Учащиеся должны научиться решать уравнения, которые сначала надо упростить, решать уравнения на основе зависимости между компонентами действий (умножение и деление). Повторение осуществляется только в конце учебного года[26].

Программа, реализующаяся в 6 классе по учебнику «Математика 6.» Виленкина Н.Я., В.И.Жохова, А.С.Чеснокова, С.И.Шварцбурда, предусматривает повторение в начале учебного года, далее изучение темы во второй глава, ей отведён целый параграф, который как и тема называется «Решение уравнений». На её освоение отведено 5 часов. Познакомившись с данным блоком, учащиеся должны научиться решать простейшие уравнения алгебраическим способом, используя перенос слагаемых из одной части уравнения в другую. Повторение изученного материала осуществляется в конце учебного года[26].

Далее изучение данной темы осуществляется уже по программе, составленной на основе учебника «Алгебра» для учащихся 7 класса, Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. Интересующий нас вопрос встречается в первой главе и называется «Уравнение и его корни», на изучение отведено 2 часа, «Линейное уравнение с одной переменной» на освоение отведено так же 2 часа. Учащийся должен уметь определять корни уравнения, решать простые уравнения с помощью алгоритма, уметь решать уравнения с одной переменной[7].

Показательные уравнения являются неотъемлемой частью заданий 5 и 13. Ознакомление с данным типом уравнений осуществляется в третьей главе « Степень с натуральным показателем» (17часов). Ученики должны уметь называть основание и показатель степени, записывать произведение одинаковых множителей в виде степени и степени в виде произведения одинаковых множителей, находить значение степени. Уметь умножать и делить степени с натуральным показателем; приобрести навыки вычисления степени с натуральным показателем. Уметь представлять одночлен в стандартном виде, выделять коэффициент одночлена, находить степень одночлена; приобрести навыки умножения степеней с одинаковыми основаниями. Уметь умножать одночлены, возводить одночлен в степень; перемножать степени, возводить степени в степень, приводить одночленов к стандартному виду. Повторение изученного материала осуществляется в конце учебного года.

Программа, реализующаяся по учебнику «Алгебра» для учащихся 8 класса, Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского, подразумевает повторение интересующего вопроса в начале учебного года, в количестве 2 часов. Далее изучение осуществляется в теме «Рациональные дроби» (2часа), в первой главе. От учащихся требуется уметь умножать рациональные дроби и сокращать их, возводить рациональные дроби в степень. Следующее освоение уравнений происходит во второй главе « Квадратные корни». Тема «Уравнение $x^2 = a$.» отведено 1 час. Требования к учащимся - уметь решать уравнения вида $x^2 = a$ и вычислять квадрат арифметического квадратного корня. В главе 3 «Квадратные уравнения» представлены темы « Неполные квадратные уравнения» (2 часа), ученик должен научиться определять коэффициенты квадратного уравнения, находить корни неполного квадратного уравнения. «Формула корней квадратного уравнения» (3 часа), требования к школьникам - уметь вычислять дискриминант квадратного уравнения и находить его корни по формулам; навыки определения коэффициентов квадратного уравнения. «Решение задач с помощью квадратных уравнений» (2 часа). Для выполнения задач требуются навыки решения квадратных уравнений по формулам, умение решать текстовые задачи с помощью квадратных уравнений. «Теорема Виета» (3 часа) - уметь находить сумму и произведение корней квадратного уравнения с помощью теоремы Виета, находить корни уравнения и выполнять проверку, знать алгоритм решения дробных уравнений и уметь применять его на практике.

«Решение дробных рациональных уравнений» (4 часа). Требования к ученикам - знать алгоритм решения дробных уравнений и уметь применять его на практике. «Решение задач с помощью рациональных уравнений» (4 часа). Учащиеся должны приобрести навыки решения рациональных уравнений, уметь составлять рациональные уравнения при решении задач[7].

Программа, реализующаяся по учебнику «Алгебра» для учащихся 9 класса, Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского, подразумевает повторение ранее изученного в начале учебного года. А далее изучение в первой главе «Квадратичная функция» в теме «Квадратный трехчлен и его корни» в количестве 2 часов. От учащихся требуются навыки выделения квадрата двучлена из квадратного трехчлена, нахождения корней квадратного трехчлена.

Во второй главе «Уравнения и неравенства с одной переменной» тема « Целое уравнение и его корни», на её изучение отводится 3 часа, требует от учащихся уметь решать целые уравнения графическим методом и методом приведения к равносильному уравнению. «Уравнения, приводимые к квадратным» (3 часа) - уметь решать биквадратные уравнения.

Пятая глава «Степень с целым показателем. Элементы статистики». Темы: «Определение степени с целым отрицательным показателем» - 2часа. Ученик, после изучения, должен уметь представлять степень с отрицательным целым показателем в виде дроби и наоборот.

«Свойства степени с целым показателем» - 2 часа. Школьнику необходимо приобрести навыки умножения, деления степеней с одинаковыми основаниями, возведения произведения и дроби в степень, представления степени в виде дроби. «Стандартный вид числа» - 1час. От учащегося требуется уметь представлять числа в стандартном виде, навыки перевода одних единиц измерения в другие с использованием степеней с целым показателем. И в конце учебного года осуществляется повторение изученного материала[7].

Программа, составленная по учебнику «Математика 5» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, подразумевает изучение первоначальных сведений об уравнениях в первой главе. «Натуральные числа» в теме «Уравнения». Учащийся должен научиться решать простейшие уравнения. Далее интересующий вопрос встречается в теме в «Десятичные дроби» четвёртой главы. От учеников требуется решать простейшие линейные уравнений с одной переменной. Повторение пройденного материала запланировано в конце года[48].

Программа, реализованная по учебнику «Математика 6» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, подразумевает изучение уравнений в начале года во время повторения пройденного материала. Затем в главе 3 «Преобразование буквенных выражений» темы «Упрощение выражений, раскрытие скобок (простейшие случаи)». Учащиеся должны усвоить алгоритм решения уравнения переносом слагаемых из одной части уравнения в другую, уметь развивать навыки по решению уравнений переносом слагаемых из одной части уравнения в другую. Повторение осуществляется в конце учебного года[48].

В 7 класс продолжается знакомство с уравнениями в первой главе «Выражения. Тождества. Уравнения» в темах «Числовые и алгебраические выражения»(1 час), «Уравнение с одной переменной» (1 час). Школьник должен знать понятие числового и алгебраического выражения, линейного уравнения, уметь: выполнять преобразование алгебраических выражений, решать линейные уравнения.

В третьей главе «Степень с натуральным показателем и ее свойства» тема «Степень и её свойства» изучается 2 часа. Учащийся должен знать понятие степени с натуральным показателем и свойствами степеней и уметь использовать свойствами степеней при выполнении преобразовании выражений. Повторение пройденного происходит в конце года[31].

В 8 классе уравнения начинаются в третьей главе «Квадратные уравнения». От учащихся требуется знать материал о квадратных уравнениях, формула корней квадратного уравнения, теорема Виета, дробно-рациональные уравнения, уметь решать квадратные уравнения, рациональные уравнения, используя формулу корней квадратного уравнения и теорему Виета. На изучение материала из данной главы отведено 5 часов.

В пятой главе «Степень с целым показателем» встречается тема «Степень с целым показателем и её свойства» Она изучается 3 часа. От Учащихся требуется знать определение и свойства степени с целым показателем, стандартный вид числа, уметь приводить числа к стандартному виду, используя свойства степени с целым показателем. Повторение осуществляется в конце года[31].

В 9 класс уравнения повторяются в начале и конце учебного года[31].

В программе, составленной по учебнику «Математика 5» С.М.Никольского, М.К.Потапова, Н.Н.Решетникова, А.В.Шевкина, знакомство с уравнениями начинается с первой главы «Натуральные числа и ноль» в теме «Степень с натуральным показателем». От учащихся требуется иметь первоначальные представления понятий степень числа, показатель, уметь решать простейшие задания по теме[21].

В 6 класс уравнения встречаются только в третьей главе «Рациональные числа» в теме «Уравнения и решение задач с помощью уравнений». Учащиеся должны уметь решать уравнения и применять их для решения задач[21].

В 7 классе встречается глава «Линейные уравнения с одним неизвестным» темы «Уравнения первой степени с одним неизвестным», «Линейные уравнения с одним неизвестным», «Решение линейных уравнений с одним неизвестным». По окончанию изучения у учащихся должно сформировать умения решать линейные уравнения, задачи, сводящиеся к линейным уравнениям[32].

В 8 класс глава «Квадратные уравнения» полностью посвящена изучению уравнений в количестве 15 часов. В ней представлены следующие темы: «Квадратный трехчлен», «Квадратное уравнение», «Теорема Виета», «Применение квадратных уравнений к решению задач». Учащийся должен выработать умения решать квадратные уравнения, и решать задачи, сводящиеся к ним[32].

Глава «Рациональные уравнения», на изучение которой отведено 13 часов включает следующие темы: «Рациональное уравнение», «Биквадратное уравнение», «Распадающееся уравнение», «Уравнение, одна часть которого алгебраическая дробь, а другая равна нулю», «Решение задач при помощи рациональных уравнений» Учащемуся следует выработать умения решать рациональные уравнения и использовать их для решения текстовых задач[32].

В программе, составленной для учащихся 10-11 классов по учебнику «Алгебра и начала анализа» А.Н. Колмогорова, А.М. Абрамова, Ю.П. Дудницына и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова, отводится значительный блок темам, связанным с решением уравнений. Глава «Тригонометрические уравнения», на её изучение отведено 12 часов. Основными темами являются «Простейшие тригонометрические уравнения», «Решение тригонометрических уравнений». После изучения у учащегося должно сформироваться умение решать простейшие тригонометрические уравнения. Он должен усвоить некоторые приемы решения тригонометрических уравнений, алгоритм решение простейших тригонометрических уравнений, основывающийся на изученных свойствах тригонометрических функций. Отдельного внимания заслуживают уравнения вида $\sin x = 1, \cos x = 0$ и т. п. Их решение нецелесообразно сводить к применению общих формул.

На изучение главы «Обобщение понятия степени» отводится 12 часов. Она состоит из тем: «Корень степени $n > 1$ и его свойства», «Иррациональные уравнения», «Решение иррациональных уравнений» «Степень с рациональным показателем и ее свойства», «Понятие о степени с действительным показателем», «Свойства степени с действительным показателем». После освоение данных пунктов ученик должен решать иррациональные уравнения, различать понятия рациональный показатель и действительный показатель.

Глава «Показательная и логарифмическая функции» является объёмной в данном учебном пособии. На её изучение отводиться 17 часов. Она состоит из таких тем как «Понятие о степени с иррациональным показателем», «Решение иррациональных уравнений», «Показательная функция, ее свойства и график», «Тождественные преобразования показательных уравнений, неравенств и систем», «Логарифм числа», «Основные свойства логарифмов», «Логарифмическая функция, ее свойства и график», «Решение логарифмических уравнений и неравенств». В конечном итоге после освоение большого объёма информации ученики должны уметь решать показательные, логарифмические и иррациональные уравнения.

В главе «Уравнения и неравенства» нас интересуют темы «Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств», «Решение иррациональных уравнений». На их изучение отводится 10 часов. Учащиеся должны знать Основные приемы решения уравнений, равносильность уравнений, уметь использовать свойства и графики функций при решении уравнений, метод интервалов, уметь изображать на координатной плоскости множества решений уравнения[3].

В конце учебного года предусмотрено повторение.

Программа «Алгебра и начала анализа» для 10класса, И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2014 г., предусматривает изучение второй главы «Тригонометрические уравнения» в количестве двух часов. После освоения данного раздела учащийся должен знать, что представляют собой простейшие тригонометрические уравнения, понятия арккосинуса, арксинуса, арктангенса, арккотангенса, формулы корней и методы решения простейших уравнений, понятие однородного тригонометрического уравнения и способы его решения. Уметь решать тригонометрические уравнения методом введения новой переменной и методом разложения на множители, решать однородные тригонометрические уравнения[8].

Далее осуществляется повторение изученного в конце учебного года.

В программе «Алгебра и начала анализа» для 11класса, И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, уравнения изучаются во главе «Показательная и логарифмическая функции». Нас интересуют только темы «Показательные уравнения», «Логарифмические уравнения». После их освоения учащийся должен обладать умением решать показательные и логарифмические уравнения. Как обычно в конце года осуществляется повторение пройденного материала[8].

Программа, составленная на основании учебника «Алгебра и начала анализа» для 10,11 классов И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, предусматривает изучение материала в главе «Рациональные уравнения и неравенства» темы «Формула бинома Ньютона», «Алгоритм Евклида», «Теорема Безу», «Корень многочлена», «Рациональные уравнения». После изучения тем учащийся должен уметь решать рациональные уравнения. При изучении этой темы сначала повторяются известные из основной школы сведения о рациональных выражениях. Затем эти сведения дополняются формулами бинома Ньютона, суммы и разности одинаковых натуральных степеней. Повторяются старые и приводятся новые способы решения рациональных уравнений.

Далее идёт глава «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства». На её освоение отводится 9 часов. Темы «Простейшие показательные и логарифмические уравнения», «Уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного». После ознакомления с материалом у учащегося должно быть сформировано умение решать показательные и логарифмические уравнения. Сначала изучаются простейшие показательные уравнения, находятся их решения. Затем аналогичная работа проводится с простейшими логарифмическими уравнениями. Далее рассматриваются уравнения, решение которых (после введения нового неизвестного t и решения получившегося рационального уравнения относительно t) сводится к решению простейшего показательного (или логарифмического) уравнения. На изучение главы «Тригонометрические уравнения и неравенства» отводится 8 часов. Она включает в себя темы «Простейшие тригонометрические уравнения», «Тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного», « Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений», «Однородные уравнения». В конечном итоге у ученика должно сформироваться умение решать тригонометрические уравнения. Сначала с опорой на умение решать задачи на нахождение всех углов x таких, что $f(x) = a$, где $f(x)$ — одна из основных тригонометрических функций ($\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$), рассматривается решение простейших тригонометрических уравнений. Затем рассматриваются уравнения, которые (после введения нового неизвестного t и решения получившегося рационального уравнения относительно t) сводятся к решению простейшего тригонометрического уравнения. Рассматриваются способы решения тригонометрических уравнений с помощью основных тригонометрических формул, наконец, рассматриваются однородные тригонометрические уравнения.

Глава «Равносильность уравнений и неравенств» маленького объёма, она изучается в течение 4 уроков. Включает интересующую нас тему

«Равносильные преобразования уравнений и неравенств». Результат, который должен быть достигнут учащимся, включает в себя умение применять равносильные преобразования при решении уравнений.

Сначала перечисляются равносильные преобразования уравнений. Подчеркивается, что при таких преобразованиях множество корней преобразованного уравнения совпадает с множеством корней исходного уравнения. Рассматриваются примеры применения таких преобразований при решении уравнений.

Глава «Уравнения-следствия» - на изучение отведено 7 часов. Включает в себя вопросы «Понятие уравнения-следствия», «Возведение уравнения в четную степень», «Потенцирование логарифмических уравнений», «Приведение подобных членов уравнения», «Освобождение уравнения от знаменателя», « Применение логарифмических, тригонометрических и других формул». После изучения учащийся должен научиться применять преобразования, приводящие к уравнению-следствию.

Сначала вводится понятие уравнения-следствия, перечисляются преобразования, приводящие к уравнению-следствию. Подчеркивается, что при таком способе решения уравнения проверка корней уравнения-следствия является обязательным этапом решения исходного уравнения. Затем рассматриваются многочисленные примеры применения каждого из этих преобразований в отдельности и нескольких таких преобразований.

Глава «Равносильность уравнений на множествах» относительно небольшая, изучается всего за 3 урока. Состоит из тем «Возведение уравнения в четную степень», «Умножение уравнения на функцию. Логарифмирование и потенцирование уравнений, приведение подобных членов, применение некоторых формул». Школьник должен научиться применять переход к уравнению, равносильному на некотором множестве исходному уравнению.

Сначала вводятся понятия равносильности двух уравнений на множестве, описываются те множества чисел, на каждом из которых получается уравнение, равносильное на этом множестве исходному уравнению при возведении уравнения в четную степень, при умножении уравнения на функцию, при логарифмировании, при потенцировании, при приведении подобных членов уравнения, применении некоторых формул. Для каждого преобразования уравнения формулируются соответствующие утверждения о равносильности и приводятся примеры их применения[41].

Тема «Решение задач на проценты, сплавы, смеси, совместную работу, движение » встречается в рабочей программе, составленной на основе учебника 6 класса «Математика 6.» Виленкина Н.Я., В.И.Жохова, А.С.Чеснокова, С.И.Шварцбурда. Ученик должен научиться решать текстовые задачи арифметическим способом на отношения «больше (меньше), на, … (в…)», на известные зависимости между величинами (скоростью, временем и расстоянием; ценой, количеством и стоимостью товара и др.). Решать текстовые задачи с помощью составления уравнения (в том числе задачи на части)[26].

По программе 8 класса составленной по учебнику «Алгебра» Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского, задачи данного типа встречаются только в теме «Решение задач с помощью квадратных уравнений». На её изучение отведено 2 часа. У учащихся должно выработаться умение решать задачи с помощью квадратных уравнений[7].

Программа, реализованная по учебнику «Алгебра 7» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича, подразумевает изучение задач по интересующей теме в пункте «Решение текстовых задач алгебраическим методом (выделение трёх различных этапов математического моделирования)». Учащиеся должны быть ознакомлены с решением текстовых задач алгебраическим способом; уметь решать две основные задачи на дроби.

Так же данный тип заданий встречается в учебнике «Алгебра 9» И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович, М. Мнемозина, 2013г. во главе Системы уравнений. Тема «Решение задач на движение с помощью систем уравнений. Решение задач на совместную работу» подразумевает, что после её изучения ученики могут решить данные задания[31].

Тема «Решение финансовых задач» изучается в 5-6 классах в теме проценты. В каждом из выше рассмотренных учебников за 5-6 классы данная тема представлена примерно в одинаковом объёме. Далее учащиеся встречаются с такими заданиями только во время подготовки к экзамену.

Анализирую сами учебники для учащихся 5-11 классов выше представленных авторов, можно сделать вывод, что всего учебного материала недостаточно для подготовки учащихся к ЕГЭ. Например, в учебниках авторов Виленкина Н.Я., В.И. Жохова, А.С. Чеснокова, С.И. Шварцбурда теоретический материал представлен в большом объёме, есть ненужная информация, а в учебниках С.М.Никольского, М.К.Потапова, Н.Н.Решетникова, А.В.Шевкина он написан очень кратко. Количество заданий разного уровня сложности во всех пособиях примерно одинаково.

Хочется отметить, что выбранные для анализа учебники являются прекрасным дополнением друг друга, так как, темы которые достаточно разобраны в одном учебнике в другом могут вовсе не изучаться, либо быть написаны размыто. Например, тема «Решение уравнений» более тщательно объяснена в учебниках авторов Виленкина Н.Я. 5-6 классы, Ю. Н. Макарычева 7-9 классы, А.Н. Колмогорова 10-11 классы. В учебниках С.М.Никольского очень хорошо представлен материал по уравнениям задания 13, больше нигде не встречается подобная информация. Решение текстовых задач явно затрагивается только в учебнике «Алгебра 9» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича. Финансовые задачи являются неотъемлемой часть экзамена, но так как они изучаются в 5-6 классах, материал забывается. А задачи повышенного уровня сложности не разбираются совсем([4],[5],[15]).

Самый удачный (относительно темы «Решение уравнений») можно считать учебник «Алгебра и начала математического анализа, 10-11» автора А.Г. Мордковича. В данном пособии уделяется достаточно внимание общим методам решения уравнений. Это замена, разложение на множители, введение новой переменной, функционально-графический метод. По учебнику «Алгебра и начала математического анализа» С.М.Никольского много внимания уделено решению более сложных уравнений, а освоение других тем происходит либо в ознакомительном порядке, либо они вовсе не изучаются([16],[39]).

Из всего выше сказанного можно сделать вывод, что темам «Решение уравнений», «Решение задач на проценты, сплавы, смеси, совместную работу, движение », «Решение финансовых задач» уделено мало внимания в содержании образования. И так же дело обстоит с учебниками: не во многих учебниках темы рассматривается отдельно. В основном во всех пособиях недостаточно теории по данной теме, даже если она присутствует в достаточном количестве, то материал не систематизирован и «разбросана» по разным главам и параграфам. В основном уравнения, задачи на смеси и сплавы, финансовые задания предложены в практической части, но их недостаточно для полного усвоения темы. В большей степени все задачи рассчитаны на среднего ученика, задачи повышенной сложности встречаются крайне редко. В учебниках многих авторов в 11 классе тему, связанную с решением уравнений высших степеней не рассматривают.

Итак, из проведенного анализа следует, что темы «Решение уравнений», «Решение задач на проценты, сплавы, смеси, совместную работу, движение », «Решение финансовых задач» в курсе изучения математики отдельно не рассматривается, не установлено точное их содержание; в школьных учебниках, входящих в Федеральный перечень темы представлены недостаточно полно, для подготовки учащихся к ЕГЭ.

2.2 Разработка содержания элективного курса «Решение задач с уравнениями»

Пояснительная записка

Элективный курс разработан для учащихся 11 классов, но может быть использован в 10 классе. Он посвящён, одной из важных тем алгебры – решение задач с уравнениями.

В школе данной темы уделяется недостаточное внимание. Важные приемы и методы в некоторых учебниках вообще отсутствуют, необходимые для решения задач с уравнениями.

Предлагаемый курс является повторением и обобщением ранее приобретённых знаний. Некоторые задания данного курса часто не просты в решении, что позволит вспомнить, и в некоторых случаях повысить учебную мотивацию учащихся. Повторение, в некоторых случаях ознакомление с методами и приемами решения уравнений необходимы для подготовке к ЕГЭ, чтобы поступить в высшее учебное заведение.

Есть много уравнений, которые считаются для школьников заданиями повышенной трудности. Для решения таких задач лучше всего применять нетрадиционные методы и приёмы. При направляющей роли учителя ученики смогут самостоятельно найти приемы решения уравнений, комбинируя данные.

Помимо общетеоретических сведений в данный курс включены и примеры для самостоятельного решения, работа над которыми будет способствовать усвоению и повторению материала и закрепление технических навыков.

Данный курс поможет ученикам повысить и обобщить уровень знаний по данной теме, а так же для подготовки к ЕГЭ.

Место курса в образовательном процессе

Элективный курс рассчитан на 17 часов в объёме 1 часа в неделю для 11 класса, рекомендуемое время проведения - вторая учебная четверть. В целом курс рассчитан для общеобразовательного класса, но его можно применить и для профильного класса, если рассматривать темы курса более подробно.

Цели и задачи курса

Цели курса*:*

1) создать целостное представление о теме «Решение задач с уравнениями», расширить спектр задач;

2) ознакомление учащихся с методами решения задач с уравнениями, обучение целенаправленному применению полученных знаний и умений на практике;

3) обеспечить подготовку к ЕГЭ.

Задачи курса:

1) углубить знание по теме: «Решение задач с уравнениями»;

2) теоретически обосновать и систематизировать методы решения задач с уравнениями;

3) сформировать умение и навыки решение задач с уравнениями;

4) развить мыслительные операции (анализ, синтез, сравнение и т.д.)

5) развить познавательный интерес;

6) развить самостоятельную умственную активность учащихся;

Условия реализации программы

Программа будет реализована при условии занятий с детьми в соответствии с предъявляемыми требованиями:

- обязана быть чётко сформулирована цель каждого занятия;
- применение разнообразных форм и методов обучения;
- поддерживание познавательного интереса и самостоятельной умственной активности детей;
- целесообразное расходование времени занятия;
- высокий положительный уровень межличностных отношений педагогов и учащихся;
- дифференцированный и индивидуальный подход к детям;
- практическая значимость полученных знаний и умений.

Эффективное усвоение знаний предполагает такую организацию познавательной деятельности учащихся, при которой учебный материал становился бы предметом активных мыслительных и практических действий каждого ребёнка.

Методы и формы обучения

Методы обучения:

- объяснительно-иллюстративный;
- эвристический метод;
- демонстративный метод;
- беседа;
- практическая работа;
- репродуктивный метод;

Формы обучения:

- занятие - практикум;
- семинар;
- самостоятельная работа;
- лабораторная работа;

Планируемый результат изучения курса

Овладение учащимися различными методами решения задач с уравнениями.

Требования к уровню подготовки учащихся

В результате изучения элективного курса:

Ученик должен знать:

- основные понятия, методы, приёмы решения задач с уравнениями;

Ученик должен уметь:

- решать на практике задачи с уравнениями;
- объяснять по какому методу или приему решается задание;
- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности при подготовке к ЕГЭ.

Тематическое планирование

Учебно – тематический план

Таблица 1.

Название темы	**Кол-во часов**	**Перечень видов занятий**
1. Входное тестирование	1	проверочная работа, решение заданий
2. Решение текстовых задач	2	лекция, лабораторная работа
3.Решение сложных логарифмических уравнений. Уравнения смешенного типа.	4	занятие-практикум, дискуссия
4. Решение уравнений высших степеней	5	практическая работа, изучение нового материала

Название темы	Кол-во часов	Перечень видов занятий
5.Решение финансовых задач	2	изучение нового материала, беседа, лабораторная работа
6. Подготовка к итоговому тестированию	1	обобщение, повторение материала, практическая работа
7. Итоговое тестирование	2	проверочная работа
Всего	17	

Содержание программы элективного курса

1. Входное тестирование.

Повторение ранее изученного материала. Практическая работа. Выявление уровня знаний учащихся по теме «Решение задач с уравнениями».

Цель: проверить уровень знаний у учащихся по данной теме;

Учащиеся должны знать:

✓ основные понятия (уравнение, решение уравнений, корень уравнения, посторонний корень, потеря корня, область определения уравнений, тождество);

✓ основные этапы решения задач с уравнениями.

Учащиеся должны уметь:

✓ приводить примеры уравнений – тригонометрические, логарифмические рациональные и другие;

✓ решать задачи на сплавы, смеси, движение и работу;

✓ различать виды финансовых задач;

2. Решение текстовых задач.

Повторить виды текстовых задач. Повторить основные формулы, применяемые при решении. Научить решать текстовые задачи. Обобщить полученные и имеющиеся знания, научиться применять их на практике.

Цели:

1) повторить с учащимися виды текстовых задач;

2) научить учащихся решать текстовые задачи разными способами;

3) научить применять полученные знания на практике.

Учащиеся должны знать:

- ✓ виды текстовых задач;
- ✓ алгоритм решения данных заданий;
- ✓ теоретически обосновывать метода решения текстовых задач.

Учащиеся должны уметь:

- ✓ решать текстовые задачи разных видов;
- ✓ применять полученные знания на практике.

3. Решение сложных логарифмических уравнений. Уравнения смешенного типа.

Обосновать решение каждого из видов уравнений и применять его на практике, повторение понятий логарифмическая и показательная функция, уравнения смешенного типа.

Цели:

1) вспомнить и познакомить учащихся с решением сложных логарифмических и показательных уравнений, уравнения смешенного типа;

2) рассмотреть виды и способы решения данных видом уравнений;

3) научиться применять методы на практике.

Учащиеся должны знать:

- ✓ основные методы решения логарифмических уравнений, уравнений смешенного типа;

- ✓ классы уравнений, требующие специальную подготовку.

Учащиеся должны уметь:

- ✓ применять методы решения уравнений на практике;
- ✓ классифицировать уравнения по методу их решения.

4. Решение уравнений высших степеней.

Дать понятие уравнениям высших степеней. Возвратные, симметрические уравнения и другие. Применение уравнений высших степеней на ЕГЭ.

Цели:

1) определить, какие уравнения являются возвратными, а какие симметричные и т.д.;
2) теоретически обосновать методы решения данных видов;
3) научить применять методы решения при подготовке к экзамену.

Учащиеся должны знать:

- ✓ определение разных видом уравнений высших степеней;
- ✓ теоремы, на которых основаны методы решения уравнений высших степеней;
- ✓ суть методов решения уравнений высших степеней.

Учащийся должен уметь:

- ✓ определять вид уравнения;
- ✓ уметь применять методы решения на практике.

5. Решение финансовых задач

Познакомить учащихся с вида финансовых задач, теоретически обосновать их. Разобрать алгоритм их решения. Научиться решать текстовые задачи, применять полученные знания на практике.

Цели:

1) познакомить учащихся с видами экономических задач;
2) научить применять алгоритм их решения на практике.

Учащийся должен знать:

- ✓ суть финансовых заданий и методы их решения.

Учащийся должен уметь:

- ✓ применять методы решения задач на практике.

6. Подготовка к итоговому занятию.

Обобщить полученные знания по теме «решение задач с уравнениями». Повторить все методы решения.

Цели:

1) обобщить и систематизировать полученные знания;
2) повторить меды решения задач с уравнениями;

Учащиеся должны знать:

- ✓ виды задач с уравнениями;
- ✓ методы решения каждого задания.

Учащиеся должны уметь:

- ✓ решать задачи с уравнениями
- ✓ применять полученные знания на практике.

7. Итоговое занятие.

Обобщить полученные знания по теме «решение задач с уравнениями». Подвести итоги курса, контроль знаний, умений и навыков.

Цели:

1) обобщить и систематизировать полученные знания;
2) проверить усвоение знаний с помощью проверочной работы;
3) подвести итоги.

Учащиеся должны знать:

- ✓ виды задач с уравнениями;
- ✓ методы решения каждого задания.

Учащиеся должны уметь:

- ✓ решать задачи с уравнениями
- ✓ применять полученные знания на практике.

Список литературы

Список литературы для элективного курса разделён на две части: для учителя и для ученика.

Список литературы для учителя.

1. *Колмогоров, А.Н.* Алгебра и начала математического анализа. 10 - 11 класс [Текст]: учебник /А.Н. Колмогоров [и др.]; под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2008. – 384 с.

2. *Большакова, О.В.* Алгебра и начала математического анализа 11класс. Тематические тестовые задания для подготовки к ЕГЭ [Текст]: учеб. пособие / О.В. Большакова, С.Д. Данилова, Е.В. Карпушина. – Ярославль: Академия развития, 2011. – 128 с.

3. *Большакова, О.В.* Готовимся к ЕГЭ., Алгебра и начала анализа 10 класс [Текст]: учеб. пособие / О.В. Большакова. – Ярославль: Академия развития, 2011. – 64 с.

4. *Глазков, Ю.А.* Тесты по алгебре и началам анализа 11 класс: к учебнику А.Н. Комогорова [Тест]: учеб. пособие / Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Экзамен, 2010. – 78 с.

5. *Литвиненко, В.Н.* Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия. [Текст] :учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1991– С. 227–253. – Библиогр.: с. 348.

6. *Ященко, И.В.* ЕГЭ Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий[Текст] / И.В.Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Федоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под.ред. И.В. Ященко. -М.: Издательство «Экзамен», 2016.-247[1]с.(Серия «ЕГЭ.50 вариантов. Типовые тестовые задания»)

7. *Сергеев, И.Н.* «ЕГЭ 100 задач (все задания группы С. «Закрытый сегмент»)».[Текст] /Н. И. Сергеев –М. - Издательство «Экзамен», 2012.

8. *Черкасов, О.Ю.* Математика. Справочник для старшеклассников и поступающих в ВУЗы[Текст]./. Черкасов О.Ю. - ООО «Аст-пресс школа», 2002.

9. *Рылов, А.С.* Домашняя работа по алгебре и началам анализа за

11 класс к учебнику А.Н. Колмогорова и др. [Текст] / А.С. Рылов, А.А. Сапожников. – М.: Экзамен, 2009. – 223 с.

10. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Уравнения». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

11. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Движение. Смеси. Работа. Прогрессии». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

12. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Уравнения высших степеней». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

13. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Показательно-степенные уравнения». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

14. Каталог заданий. Банки, вклады, кредиты [Электронный ресурс]. – Режим доступа https://ege.sdamgia.ru/test?theme=221 (дата обращения 20.05.2018)

15. Теория к заданию 17 ЕГЭ 2017 по математике - типы банковских задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/zadanie-17-ege-2017-po-matematike-tipyi-bankovskih-zadach.html (дата обращения 20.05.2018)

Список литературы для ученика:

1. *Колмогоров, А.Н.* Алгебра и начала математического анализа. 10 - 11 класс [Текст]: учебник /А.Н. Колмогоров [и др.]; под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2008. – 384 с.

2. *Большакова, О.В.* Алгебра и начала математического анализа 11класс. Тематические тестовые задания для подготовки к ЕГЭ [Текст]: учеб. пособие / О.В. Большакова, С.Д. Данилова, Е.В. Карпушина. –

Ярославль: Академия развития, 2011. – 128 с.

3. *Глазков, Ю.А.* Тесты по алгебре и началам анализа 11 класс: к учебнику А.Н. Комогорова [Тест]: учеб. пособие / Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Экзамен, 2010. – 78 с.

4. *Литвиненко, В.Н.* Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия. [Текст] :учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1991– С. 227–253.

5. *Ященко, И.В.* ЕГЭ Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий[Текст] / И.В.Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Федоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под.ред. И.В. Ященко. -М.: Издательство «Экзамен», 2016.- 247[1]с.(Серия «ЕГЭ.50 вариантов. Типовые тестовые задания»)

6. *Черкасов, О.Ю.,* Математика. Справочник для старшеклассников и поступающих в ВУЗы[Текст]./. Черкасов О.Ю. - ООО «Аст-пресс школа», 2002.

7. *Рылов, А.С.* Домашняя работа по алгебре и началам анализа за 11 класс к учебнику А.Н. Колмогорова и др. [Текст] / А.С. Рылов, А.А. Сапожников. – М.: Экзамен, 2009. – 223 с.

8. Каталог заданий. Банки, вклады, кредиты [Электронный ресурс]. – Режим доступа https://ege.sdamgia.ru/test?theme=221 (дата обращения 20.05.2018)

9. Теория к заданию 17 ЕГЭ 2017 по математике - типы банковских задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/zadanie-17-ege-2017-po-matematike-tipyi-bankovskih-zadach.html (дата обращения 20.05.2018)

План-конспекты некоторых занятий

Занятие 2.

Тема урока: Решение текстовых задач.

Цели урока:

Образовательная: систематизировать, обобщить и углубить знания учащихся при решении текстовых задач.

Воспитательная: формировать математическую грамотность и внимание учащихся.

Развивающая: развивать память, мышление, речь.

Оборудование:

Тип урока: комбинированный

Метод: объяснительно-иллюстративный.

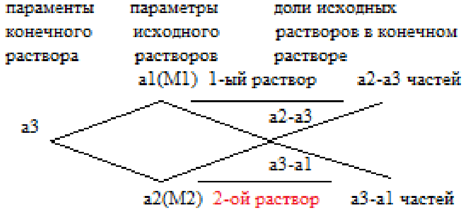
План урока:

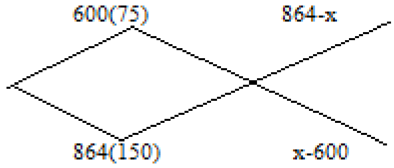
1. Организационный момент (0.5 мин)
2. Актуализация знаний (5 мин)
3. Изложение материала (10 мин)
4. Практическая работа(19 мин)
5. Домашняя работа (0.5 мин)
6. Подведение итогов урока (5 мин)

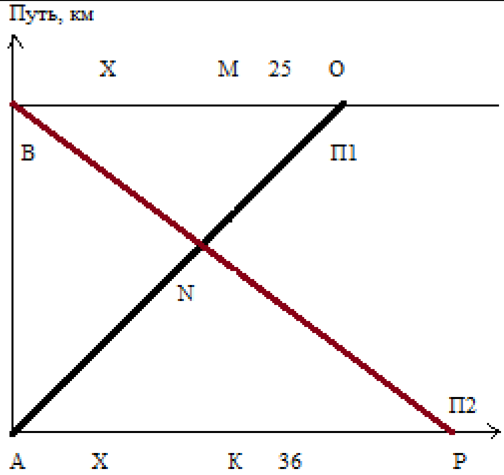
Таблица 2.

Ход урока

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	Организационный момент	Приветствует, проверяет готовность учащихся к уроку, организует внимание.	При заходе учителя выполняют приветствие, на столах приготовлены письменные принадлежности. Присаживаются.
2	Актуализация	Просит учащихся ответить на вопрос,	Учащиеся

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	знаний	какие способы решения текстовых задач вы знаете?	отвечают, что задачи решаются с помощь таблицы, с помощью схемы.
3	Изложение материала	Учитель сообщает, что решать текстовые задачи можно не только известными вам способами. Существуют так же и другие методы, чаще всего в школьном курсе они не изучаются. На сегодняшнем занятии мы рассмотрим старинный способ решения задач (метод рыбки) и метод подобия при решении задач на движение.	Ученики конспектирую т определение и формулы. Записывают и запоминают способы решения задач.
4	Практическая работа	1.Старинный способ решения задач. (Метод рыбки) Впервые о нем было упомянуто в первом печатном учебнике математики Леонтия Магницкого. Ввиду большой простоты предложенный способ применялся купцами и ремесленниками при решении различных задач. Но в задачниках и различных руководствах для мастеров и торговцев никаких обоснований и разъяснений не приводилось. Просто давался рецепт решения: либо словесно описывалась последовательность действий-поступай так и получишь ответ. Рис.1  $\frac{M_1}{M_2} = \frac{\alpha_2 - \alpha_3}{\alpha_3 - \alpha_1}$ Задача №1 Сплавили два слитка серебра: 75г. 600-й пробы и 150г. 864-й пробы. Определите пробу получившегося сплава серебра. Пусть проба сплава равна х. Составим диагональную схему. Рис.2	Учащиеся внимательно слушают, конспектирую т и записывают. Совместно с учителем решают задачи.

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		 Получаем $\frac{864-x}{x-600}=\frac{75}{150}$ 1728-2x=x-600 -2x-x=-600+1728 3x=2328 x=776 Ответ: 776 проба. 2.Основное преимущество геометрического метода в его наглядности. Выполненный рисунок позволяет рассуждать, делать выводы. Рассмотрим данный метод на примере. Задача№2.Два пешехода вышли одновременно из двух сел А и В навстречу друг другу . После встречи первый пешеход шел 25 минут до села В, а второй шел 36 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи? Метод подобия часто помогает избежать громоздких рассуждений и составления сложных уравнений. Решение: Пусть до встречи пешеходы шли х минут. Построим графики движения пешеходов. Так как в задаче скорость рассматривается как равномерный процесс, то отрезок АО-график движения первого пешехода, а отрезок ВР-график движения второго пешехода, АК- изображает время движения до встречи, МО- время движения первого пешехода после встречи до села В, МО=25,КР- время движения второго пешехода после встречи до села А,КР=36. Проведём МК параллельно АВ и рассмотрим образовавшийся треугольники. Рис.3	

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		 Из подобия двух пар треугольников BNM и PNK, MNO и KNA(по двум углам) следует, что $\frac{MN}{NK}=\frac{X}{36}$ и $\frac{MN}{NK}=\frac{25}{X}$. Составим уравнение: $\frac{X}{36}=\frac{25}{X}, x^2=25*36$ Это уравнение имеет один положительный корень x=30. Следовательно, пешеходы до встречи шли 30минут. Учитель даёт учащимся решить задачи: 1.Собрали 8 кг свежих цветков ромашки, влажность которых 85%. После того как цветки высушили, их влажность составила 20%. Чему равна масса цветков ромашки после сушки? (Ответ:1,5) 2.Три пункта A,B,C- расположены на одной прямой, причём пункт B расположен между A и C. Из пунктов A и B по направлению к C одновременно выехали две машины. Через 5 часов расстояние между ними составило треть расстояния BC, а ещё через 5 часов они одновременно прибыли в C. Найдите отношение скоростей автомобилистов? (Ответ:5/3)	
5	Домашняя работа	Учитель задаёт учащимся решить задачи(на карточках): 1.Имеется два сплава. Первый содержит 5% олова, второй 25% олова. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 20%	Учащиеся записывают домашнее задание в дневники.

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		олова. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго? (Ответ:125) 2.Сколько нужно взять 10% и 30% растворов марганцовки, чтобы получить 200 г 16% раствора марганцовки? (Ответ:140-10%,60-30%) 3.Из двух городов одновременно на встречу друг другу вышли два курьера. После встречи один был в пути 16 часов, а другой 9 часов. Сколько времени был в пути каждый? (Ответ:21;28) 4.Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Вслед за ним через 2 часа выехал велосипедист, а ещё через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист, мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время после выезда мотоциклиста оказалось, что к этому моменту времени все трое преодолели одинаковую часть пути от А до В. На сколько минут раньше пешехода в пункт В прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт В на 1 час позже мотоциклиста? (Ответ:48)	
6	Подведение итогов урока	Итак, мы с вами разобрали несколько способов решения текстовых задач. У вас на столах лежат карточки с задачами на дом. Вы должны решить эти задачи любым подходящим и понравившемся вам способом. Сделайте для себя вывод, кто какую работу выполнил сегодня на уроке. Что нового вы узнали на уроке? Можете ли вы решать текстовые задачи? Что вы можете сказать о том, как часто встречаются такие задачи в реальной жизни?	Учащиеся отвечают, что кроме привычных нам методов и способов решения есть и другие. Они помогают сэкономить время при решении задач. Этот

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
			факт очень важен на экзамене. Данные задачи часто встречаются в жизни.

Занятие 8.
Тема урока: Решение уравнений высших степеней.

Цели урока:

Образовательная: изучить разные виды уравнений высших степеней, обобщить и углубить знания учащихся при решении данных уравнений.

Воспитательная:_формировать математическую грамотность и внимание учащихся.

Развивающая: продолжать развивать память, мышление, речь.

Оборудование: доска, мел, компьютер.

Тип урока: изучение нового материала.

Метод: объяснительно-иллюстративный, репродуктивный.

План урока:

1. Организационный момент (2 мин)
2. Актуализация знаний (5 мин)
3. Изложение материала (8 мин)
4. Практическая работа(19 мин)
5. Домашняя работа (1 мин)
6. Подведение итогов урока (5 мин)

Таблица 3.

Ход урока

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	Организационный момент	Приветствует, проверяет готовность учащихся к уроку, организует	При заходе учителя выполняют приветствие,

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		внимание.	на столах приготовлены письменные принадлежно сти. Присаживают ся.
2	Актуализация знаний	Какие уравнения называются уравнениями высших степеней? Какие методы решения уравнений высших степеней вы знаете?	Учащиеся отвечают, что уравнения выше 2 степени называются уравнениями высших степеней. Методы решения: метод подбора, разложение на множители, замена переменной.
3	Изложение материала	Учитель объясняет учащимся, что кроме известных им способов есть и другие. С их помощью можно легко и быстро решить уравнения, встречающиеся на экзамене. На сегодняшнем уроке мы рассмотрим только деление уголком и схему Горнера.	Ученики внимательно слушают и запоминают.
4	Практическая работа	Решить уравнение $8x^3-4x+1=0$. Т.к. $x=\frac{1}{2}$ – действительный корень уравнения $8x^3-4x+1=0$, то справедливо разложение *P(x)=D(x)Q(x)+R(x),* где $P(x)=8x^3$ $-4x+1$ – делимое, Q(x)=$x-\frac{1}{2}$ делитель, R(x)=0 - остаток. Найдём частное Q(x). $8x^3-4x+1$ | $x-\frac{1}{2}$ $8x^3-4x^2$ | $8x^2-4x-2$ $4x^2-4x$ $4x^2-2x$	Учащиеся внимательно слушают, конспектирую т и записывают. Самостоятель но решают уравнения, если ответы не сходятся решают все

<table>
<tr><th>Номер этапа</th><th>Название этапа</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
$$\begin{array}{r} \_2x-2 \\ 2x-2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$8x^3-4x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)(8x^2-4x-2)+0$$

Получаем, что Q(x)= $8x^2-4x-2$. Тогда и $\left(x-\frac{1}{2}\right)(8x^2-4x-2)=0$
Далее решение сводится к решению квадратного уравнения.

$$8x^2-4x-2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}.$$

Ответ: $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}, x_3=\frac{1}{2}.$
2. Схема Горнера
Решите уравнение: $4x^3-19x^2+19x+6=0$
Для начала нужно методом подбора найти один корень. Обычно он является делителем свободного члена. В данном случае делителями числа 6 являются ±1, ±2, ±3, ±6.
При x=1: 4 - 19 + 19 + 6 = 10 ⇒ число 1 не является корнем многочлена
При x=-1: -4 - 19 - 19 + 6 = -36 ⇒ число -1 не является корнем многочлена.
При x=2 : 4 · 8 - 19 · 4 + 19 · 2 + 6 = 0 ⇒ число 2 является корнем многочлена
Мы нашли 1 из корней многочлена. Корнем многочлена является 2 , а значит, исходный многочлен должен делиться на $x-2$. Для того, чтобы выполнить деление многочленов, воспользуемся схемой Горнера:
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>-19</td><td>19</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
В верхней строке выставляются коэффициенты исходного многочлена. В первой ячейке второй строки ставится найденный нами корень 2. Во второй строке пишутся коэффициенты многочлена, который получится в результате деления. Они считаются так:
Таблица 3.1
</td><td>вместе.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Номер этапа</th><th>Название этапа</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>-19</td><td>19</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>-19</td><td>19</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>-11</td><td></td><td></td></tr>
</table>
2 · 4 - 19 = -11
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>-19</td><td>19</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>-11</td><td>-3</td><td></td></tr>
</table>
2 · (-11) + 19 = -3
<table>
<tr><td></td><td>4</td><td>-19</td><td>19</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>-11</td><td>-3</td><td>0</td></tr>
</table>
2 · (-3) + 6 = 0
Во вторую ячейку второй строки запишем число 1, просто перенеся его из соответствующей ячейки первой строки.
Последнее число - это остаток от деления. Если он равен 0, значит мы все верно посчитали.
Таким образом, мы исходный многочлен разложили на множители:
$4x^3-19x^2+19x+6=(x-2)(4x^2-11x-3)$
И теперь, всего лишь, осталось найти корни квадратного уравнения
$$4x^2-11x-3=0$$
$D=b^2-4ac=(-11^2)-4*4*(-3)=169$
$169\ >0$ уравнение имеет 2
$x_{1,2}=\frac{11\pm13}{2*8}$; $x_1=-0{,}25$, $x_2=3$
Ответ: $x_1=-0{,}25$, $x_2=3$
Учитель даёт задание учащимся решить следующие уравнения двумя способами:
1. $x^3-7x-6=0$.
</td><td></td></tr>
</table>

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		2. $x^5+5x-42=0$ 3. $x^4+4x^3+3x^2+2x-1=0$	
5	Домашняя работа	Учитель задаёт учащимся решить уравнения двумя способами: 1) $x^7+2x^6-5x^5-13x^4+13x^3-5x^2+2x+1=0$ 2) $x^4+4x^3+3x^2+2x-1=0$ 3) $21x^3+x^2-5x-1=0$	Учащиеся записывают домашнее задание в дневники.
6	Подведение итогов урока	Итак, мы с вами рассмотрели некоторые два способа решения уравнений высших степеней. Сделайте для себя вывод, кто какую работу выполнил сегодня на уроке. Что нового вы узнали на уроке? Что вы можете сказать о том, можете ли вы теперь решить такие уравнения?	Учащиеся отвечают, что изучили метод деления уголком, схему Горнера. С помощью данных методом можно быстро решить уравнения.

Занятие 13.

Тема урока: Решение финансовых задач.

Цели урока:

Образовательная: обобщить и углубить знания учащихся при решении финансовых задач.

Воспитательная: формировать математическую грамотность и внимание учащихся.

Развивающая: продолжать развивать память, мышление, речь.

Оборудование:

Тип урока: изучение нового материала

Метод: объяснительно-иллюстративный, демонстративный.

План урока:

1. Организационный момент (0.5 мин)
2. Актуализация знаний (5 мин)

3. Изложение материала (8 мин)
4. Практическая работа(21 мин)
5. Домашняя работа (0.5 мин)
6. Подведение итогов урока (5 мин)

Таблица 4.

Ход урока

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	Организационный момент	Приветствует, проверяет готовность учащихся к уроку, организует внимание.	При заходе учителя выполняют приветствие, на столах приготовлены письменные принадлежности. Присаживаются.
2	Актуализация знаний	Просит учащихся ответить на следующие вопрос, какие виды финансовых задач они знают. Как они решаются?	Учащиеся затрудняются предлагают гипотезы, затрудняются в ответе.
3	Изложение материала	Учитель сообщает, что по методам решения существует 4 вида экономических задач. 1. Нахождение количества лет выплаты кредита. 2.Вычисление процентной ставки по кредиту. 3.Нахождение суммы кредита. 4.Нахождение ежегодного транша. На сегодняшнем занятии мы на примерах рассмотрим только 2 типа финансовых задач. Они своего рода теория для того, чтобы освоить этот новый тип задач.	Ученики внимательно слушают и запоминают.
4	Практическая работа	*Задача №1. Нахождение количества лет выплаты кредита.* Максим хочет взять в банке кредит 1,5 миллиона рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными платежами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка- 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Максим взять	Учащиеся внимательно слушают, конспектируют и записывают. Совместно с учителем решают

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тысяч рублей? Решение. 1)В конце первого года долг составит: 1500000 · 1,1 – 350000 =1300000 (руб) 2) В конце второго года долг составит: 1300000 · 1,1 – 350000 = 1080000 (руб) 3)В конце третьего года долг составит: 1080000 · 1,1 – 350000 = 838000 (руб) 4)В конце четвертого года долг составит: 838000 · 1,1 – 350000 = 571800 (руб) 5)В конце пятого года долг составит: 571800 · 1,1 – 350000 = 278980 (руб) 6) В конце шестого года долг составит: 278900 · 1,1 =306878 (руб) Эта сумма менее 350000 руб. Значит, кредит будет погашен за 6 лет. Ответ: 6 лет *Задача №2. Вычисление процентной ставки по кредиту.* 31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая. 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Валерий переводит в банк очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, то есть за два года. В первый раз Валерий перевел в банк 660000 рублей, во второй раз – 484000 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию? Решение. Пусть a - процентная ставка по кредиту. 1)В конце первого года долг составит: 1000000 · (1 + 0,01· a) – 660000 = 340000 + 10000·a 2) В конце второго года долг составит: (340000 + 10000·a) · (1 + 0,01·a) – 484000. По условию задачи кредит будет	задачи. Далее выполняют предлагаемые задания самостоятельно, оглашают ответы, если они не сходятся разбирают решение задач всем классом.

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		погашен за два года. Составляем уравнение: (340000 + 10000·a) · (1 + 0,01·a) – 484000 = 0; + 134·a – 1440 = 0 Решая уравнение, получаем, что a = 10. Ответ: 10% Учащимся предлагается самим попробовать решить задачи: 1. Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?(Ответ: 6) 2. По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».(Ответ:9)	
5	Домашняя работа	Учитель задаёт учащимся решить по 2 финансовые задачи из единого банка заданий ЕГЭ рассмотренных на уроке.	Учащиеся записывают домашнее задание в дневники.
6	Подведение итогов урока	Итак, мы с вами рассмотрели два вида задач. Сделайте для себя вывод, кто какую работу выполнил сегодня на уроке. Что нового вы узнали на уроке? Что вы можете сказать о том, как часто встречаются такие задачи в реальной жизни?	Учащиеся отвечают, что существует 4типа задач: 1. Нахождение количества лет выплаты кредита. 2.Вычисление процентной ставки по кредиту. 3.Нахождение суммы

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
			кредита. 4.Нахождение ежегодного транша. Учащиеся рассказывают как часто такие задачи встречаются в жизни.

Занятие 14.

Тема урока: Решение финансовых задач.

Цели урока:

Образовательная: обобщить и углубить знания учащихся при решении финансовых задач.

Воспитательная: формировать математическую грамотность и внимание учащихся.

Развивающая: продолжать развивать память, мышление, речь.

Оборудование:

Тип урока: изучение нового материала

Метод: объяснительно-иллюстративный, демонстративный.

План урока:

1. Организационный момент (0.5 мин)
2. Актуализация знаний (5 мин)
3. Изложение материала (8 мин)
4. Практическая работа(21 мин)
5. Домашняя работа (0.5 мин)
6. Подведение итогов урока (5 мин)

Таблица 5.

Ход урока

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	Организацион	Приветствует, проверяет готовность	При заходе

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	ный момент	учащихся к уроку, организует внимание.	учителя выполняют приветствие, на столах приготовлены письменные принадлежно сти. Присаживают ся.
2	Актуализация знаний	Просит учащихся ответить на следующие вопрос, какие виды финансовых задач они уже изучили.	1. Нахождение количества лет выплаты кредита. 2.Вычисление процентной ставки по кредиту.
3	Изложение материала	Учитель сообщает, что сегодня будут изучены оставшиеся два вида уравнений, а именно: нахождение суммы кредита, нахождение ежегодного транша. На сегодняшнем занятии мы на примерах рассмотрим их решение. Они так же являются своего рода теорией для того, чтобы освоить эти новые типы задач.	Ученики внимательно слушают и запоминают.
4	Практическая работа	*Задача №3 Нахождение суммы кредита.* 31 декабря 2014 года Максим взял в банке некоторую сумму денег в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Михаил переводит в банк 2928200 рублей. Какую сумму взял Михаил в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами, то есть за 4 года? Решение. Пусть S – сумма кредита. 1)В конце первого года долг составит: (1,1x – 2928200) рублей 2) В конце второго года долг (в рублях) составит:	Учащиеся внимательно слушают, конспектирую т и записывают. Совместно с учителем решают задачи. Далее выполняют предлагаемые задания самостоятель но, оглашают ответы, если

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		(1,1x – 2928200)·1,1 – 2928200 = 1,21x – 3221020 – 2928200 = 1,21x – 6149220 3) В конце третьего года долг (в рублях) составит: (1,21x – 6149220)·1,1 – 2928200 = 1,331x – 6764142 – 2928200 = 1,331x – 9692342 4) В конце четвертого года долг (в рублях) составит 2928200 рублей: (1,331x – 9692342)·1,1 = 2928200; 1,4641x – 10661576 = 2928200; 1,4641x = 13589776; x = 9281999,8. Значит, сумма кредита равна 9282000 рублей. Ответ: 9282000 руб *Задача №4. Нахождение ежегодного транша.* 31 декабря 2014 года Роман взял в банке 8599000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(то есть увеличивает долг на 14%), затем Роман переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Роман выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)? Решение. 1)В конце первого года долг составит: 8599000·1,14 – X = 9802860 – X 2) В конце второго года долг составит: (9802860 - X)·1,14 – X=11175260 – 2,14·X 3) В конце третьего года долг (в рублях) составит: (11175260 – 2,14·X) ·1,14 – X=12739796 – 3,4396·X. Составим уравнение: 12739796 – 3,4396·X= 0 X=3703860 рублей Ответ: ежегодный транш составит 3703860 рублей. Учащимся предлагается самим	они не сходятся разбирают решение задач всем классом.

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
		попробовать решить задачи: 1. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплат кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк *x* рублей. Какой должна быть сумма *x*, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)? (Ответ: 2 296 350) 2. 1 марта 2010 года Аркадий взял в банке кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 1 марта каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Аркадий переводит в банк платеж. Весь долг Аркадий выплатил за 3 платежа, причем второй платеж оказался в два раза больше первого, а третий – в три раза больше первого. Сколько рублей взял в кредит Аркадий, если за три года он выплатил банку 2 395 800 рублей? (Ответ: 1923000)	
5	Домашняя работа	Учитель задаёт учащимся решить по 2 финансовые задачи из единого банка заданий ЕГЭ рассмотренных на уроке.	Учащиеся записывают домашнее задание в дневники.
6	Подведение	Итак, мы с вами рассмотрели два вида	Учащиеся

Номер этапа	Название этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	итогов урока	задач. Сделайте для себя вывод, кто какую работу выполнил сегодня на уроке. Что нового вы узнали на уроке? Что вы можете сказать о том, как часто встречаются такие задачи в реальной жизни?	отвечают, что существует 4типа задач: 1. Нахождение количества лет выплаты кредита. 2.Вычисление процентной ставки по кредиту. 3.Нахождение суммы кредита. 4.Нахождение ежегодного транша. Учащиеся рассказывают как часто такие задачи встречаются в жизни.

Вывод ко второй главе

В данной главе мы проанализировали перечень школьных учебников, соответствующих федеральным государственным стандартам. А так же рабочие программы, составленные на основе данной литературы. Количество пособий очень разнообразно, поэтому выбрать какое из них подходит больше, сразу не получиться. Для этого необходимо детально изучить каждый из учебников, так как у них есть свои недостатки и преимущества. Только тогда можно выбрать более приемлемый вариант.

Далее в данной главе присутствует разработка содержания элективного курса «Решение задач с уравнениями» и планы конспекты некоторых занятий. Задания с уравнениями составляют значительную часть в КИМах, поэтому некоторые из них были разделены на отдельные блоки по темам. Это может способствовать более качественному повторению уже изученного материала и более глубокому освоению нового.

Заключение

Поставленные нами в начале исследования цели и задачи были полностью достигнуты. Проанализировав учебно-методическую литературу, связанную с ЕГЭ, в своей работе мы хотели показать, насколько эффективно обучение школьников по уже имеющимся образовательным программам. Детально изучив результаты учащихся, было выявлено, что обучение по данным учебникам и программам сможет должным образом подготовить учащихся к сдаче экзамена. Например, недостатки заключается в следующем: материал в учебниках по интересующей нас теме расположен не целым блоком, а разбросан по книге. Информация, которая находится в одном пособии, зачастую отсутствует в другом. Так же в данной работе были проанализированы требования к умениям учащихся, особенности развития учеников среднего школьного возраста.

Разработанный элективный курс может помочь старшеклассникам выявить уровень своих способностей. Уже на основе данного анализа осознанно выбрать сферу профессиональной деятельности, активно действовать в современной реальности, научиться разбираться в мире профессий.

Главная цель дипломной работы, разработка содержания элективного курса «Решение задач с уравнениями» была достигнута.

В процессе работы были решены следующие задачи:

– изучили и проанализировали учебно-методическую литературу по теме «Решение задач с уравнениями»;

– разработали программу элективного курса «Решение задач с помощью уравнений»;

– разработали содержание занятий элективного курса;

– провели апробацию элективного курса.

В нашей дипломной работе мы обосновывали, что создание элективных курсов – важнейшая часть обеспечения качественного обучения. Эти занятия обязательны для посещения старшеклассниками и направлены, прежде всего, на удовлетворение индивидуальных образовательных интересов, потребностей, склонностей школьника.

Таким образом, из всего вышесказанного можно сделать вывод, что каждое занятие элективного курса – это тот же самый урок, требуемый подготовки, отличных знаний изучаемого материала, поиск дополнительных интересных сведений и фактов и др.

Проанализировав школьные учебники, входящий в Федеральный базовый уровень, просмотрев результаты ЕГЭ, мы определились с содержанием элективного курса.

Нами была разработана программа, содержание элективного курса «Решение задач с помощью уравнений».

Данная программа может быть использована учителями по математике для проведения курсов по выбору в 11 классах. Разработанный нами дидактический материал можно использовать для проведения кружков и подготовки к олимпиадам.

Список литературы

1. *Большакова, О.В.* Алгебра и начала математического анализа 11класс. Тематические тестовые задания для подготовки к ЕГЭ [Текст]: учеб. пособие / О.В. Большакова, С.Д. Данилова, Е.В. Карпушина. – Ярославль: Академия развития, 2011. – 128 с.
2. *Большакова, О.В.* Готовимся к ЕГЭ., Алгебра и начала анализа 10 класс [Текст]: учеб. пособие / О.В. Большакова. – Ярославль: Академия развития, 2011. – 64 с.
3. *Бурцева, И.А.* Рабочая программа по алгебре и началам математического анализа для 10-11 классов к учебнику А.Н. Колмогоров. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://kopilkaurokov.ru/matematika/planirovanie/proghramma-po-alghiebrie-10-11-k-uchiebniku-kolmoghorova/ (дата обращения 15.05.2018).
4. *Виленкин, Н.Я.* «Математика 5.» [Текст]: учеб. пособие / Н.Я. Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – М.- Издательство «Мнемозина», 2013г.
5. *Виленкин, Н.Я.* «Математика 6.» [Текст]]: учеб. пособие / Н.Я. Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – М.- Издательство «Мнемозина», 2013г.
6. *Глазков, Ю.А.* Тесты по алгебре и началам анализа 11 класс: к учебнику А.Н. Комогорова [Тест]: учеб. пособие / Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Экзамен, 2010. – 78 с.
7. *Голикова, В.А.* Рабочая программа по алгебре для 7-9 классов к учебнику Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2015/11/22/rabochaya-programma-algebra-7-9/ (дата обращения 15.05.2018).
8. *Дергачёва, Е.А.* Рабочая программа по алгебре и началам математического анализа для 10-11 классов к учебнику И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. [Электронный ресурс] – Режим доступа

https://infourok.ru/rabochaya_programma_po_algebre_i_nachalam_analiza_10-11_klass_po_uchebniku_mordkovicha_a.g.-144649.htm/ (дата обращения 15.05.2018).

9. ЕГЭ 2018 на Яндексе [Электронный ресурс]. - Режим доступа https://ege.yandex.ru/ (дата обращения 21.05.2018).

10. *Зубарева, И.И* «Математика 5» [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013г.

11. *Зубарева, И.И.* «Математика 6» [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013г.

12. *Зубарева, И.И.* «Алгебра 7» [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013г.

13. *Зубарева, И.И.* «Алгебра 8» [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013г.

14. *Зубарева, И.И.* «Алгебра 9» [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2013г.

15. *Зубарева, И.И.* «Алгебра и начала анализа» 10 класс [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2014г.

16. *Зубарева, И.И.* «Алгебра и начала анализа» 11 класс [Текст]: учеб. пособие / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2014г.

17. Каталог заданий. Банки, вклады, кредиты [Электронный ресурс]. – Режим доступа https://ege.sdamgia.ru/test?theme=221 (дата обращения 20.05.2018).

18. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике. [Электронный ресурс].- Режим доступа http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory/ (дата обращения 08.05.2018).

19. Кодификатор элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ для составления контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена. [Электронный ресурс].- Режим доступа

http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory/ (дата обращения 08.05.2018).

20. *Колмогоров, А.Н.* Алгебра и начала математического анализа. 10 - 11 класс [Текст]: учебник /А.Н. Колмогоров [и др.]; под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2008. – 384 с.

21. *Козлова, О.В.* Рабочая программа по математике для 5-6 классов к учебнику С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2017/09/27/rabochaya-programma-po-matematike-5-klass-po-fgos-s-m/ (дата обращения 15.05.2018).

22. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Уравнения». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

23. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Движение. Смеси. Работа. Прогрессии». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

24. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Уравнения высших степеней». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

25. *Крутицких,* А.С. Подготовка к ЕГЭ по математике. Теория для решения заданий «Показательно-степенные уравнения». [Электронный ресурс] – Режим доступа https://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/, 21.05.2018.

26. *Лазовская, С.Л.* Рабочая программа по математике для 5-6 класса к учебнику Н.Я. Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://infourok.ru/rabochaya-programma-po-matematike-klass-k-uchebniku-vilenkin-fgos-1665097.html/ (дата обращения 08.05.2018).

27. *Литвиненко, В.Н.* Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия. [Текст] :учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / В.Н. Литвиненко, А.Г. Мордкович.- 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Просвещение, 1991– С. 227–253. – Библиогр.: с. 348.

28. *Макарычев, Ю. Н.* «Алгебра 7» [Текст]: учеб. пособие / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. - М.: Просвещение, 2012г.

29. *Макарычев, Ю. Н.* «Алгебра 8» [Текст]: учеб. пособие / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. - М.: Просвещение, 2013г.

30. *Макарычев, Ю. Н.* «Алгебра 9» [Текст]: учеб. пособие / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. - М.: Просвещение, 2015г.

31. *Мялковская, Е.Н.* Рабочая программа по алгебре для 7-9 классов к учебнику И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://infourok.ru/rabochaya-programma-po-algebre-klassi-fgos-k-uchebniku-mordkovich-1228813.html 709/ (дата обращения 15.05.2018).

32. *Моргель, О.В.* Рабочая программа по алгебре для 7-9 классов к учебнику С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2017/09/18/rabochaya-programma-algebra-i-geometriya-7-9-nikolskiy-atanasyan/ (дата обращения 15.05.2018).

33. *Никольский, С.М.* «Математика 5» [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2013г.

34. *Никольский, С.М.* «Математика 6» [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2013г.

35. *Никольский, С.М.* «Алгебра 7» [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.:

Просвещение, 2013г.

36. *Никольский, С.М.* «Алгебра 8» [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2013г.

37. *Никольский, С.М.* «Алгебра 9» [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2013г.

38. *Никольский, С.М.* «Алгебра и начала математического анализа» 11 класс [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2009г.

39. *Никольский, С.М.* «Алгебра и начала математического анализа»10 класс [Текст]: учеб. пособие / С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин - М.: Просвещение, 2009г.

40. Особенности развития учеников среднего школьного возраста. [Электронный ресурс]. - http://psylist.net/hpor/ped017.htm/ (дата обращения 15.05.2018).

41. *Платонова, Н.Ю.* Рабочая программа по алгебре и началам математического анализа для 10-11 классов к учебнику С.М.Никольский, М.К.Потапов, Н.Н.Решетников, А.В.Шевкин. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://infourok.ru/material.html?mid=50470/ (дата обращения 15.05.2018).

42. «РЕШУ ЕГЭ»: математика. Обучающая система Дмитрия Гущина. ЕГЭ – 2017: задания, ответы, решения. [Электронный ресурс]. - Режим доступа https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения 21.05.2018).

43. *Рылов, А.С.* Домашняя работа по алгебре и началам анализа за 11 класс к учебнику А.Н. Колмогорова и др. [Текст] / А.С. Рылов, А.А. Сапожников. – М.: Экзамен, 2009. – 223 с.

44. *Сергеев, И.Н.* «ЕГЭ 100 задач (все задания группы С. «Закрытый сегмент»)».[Текст] /Н. И. Сергеев –М. - Издательство «Экзамен», 2012.

45. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2018 году единого государственного экзамена по математике. [Электронный ресурс].- Режим доступа http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory/ (дата обращения 08.05.2018).

46. Теория к заданию 17 ЕГЭ 2017 по математике - типы банковских задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.ctege.info/matematika-teoriya-ege/zadanie-17-ege-2017-po-matematike-tipyi-bankovskih-zadach.html (дата обращения 20.05.2018)

47. Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. - Режим доступа http://www.fipi.ru/ (дата обращения 21.05.2018).

48. *Черняева, А.Н.* Рабочая программа по математике для 5-6 классов к учебнику И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. [Электронный ресурс] – Режим доступа https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2017/09/01/rabochaya-programma-po-matematike-5-6-klass-po-fgos-zubareva/ (дата обращения 15.05.2018).

49. *Черкасо, О.Ю.* Математика. Справочник для старшеклассников и поступающих в ВУЗы[Текст]./. Черкасов О.Ю. - ООО «Аст-пресс школа», 2002.

50. *Ященко, И.В.* ЕГЭ Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий [Текст] / И.В.Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Федоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под.ред. И.В. Ященко. -М.: Издательство «Экзамен», 2017.

Приложение 1. Методические рекомендации по подготовки учащихся к решению задач с уравнениями

Методические рекомендации по подготовки учащихся к решению задач с уравнениями

Задачи под номерами 5 и 13 включают в себя:

Линейные и квадратные уравнения

Рациональные уравнения

Иррациональные уравнения

Показательные уравнения

Логарифмические уравнения

Тригонометрические уравнения

Знание нижеуказанных формул и свойств необходимо для решения заданий данной группы:

Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Степени и корни: $a^0 = 1$. Нулевая степень любого числа равна единице.

$$a^{-1} = \frac{1}{a^n}\ , a \neq 0, n - \text{натуральное число} \neq.$$

Суть данного свойства заключается в том, что при переносе числителя в знаменатель и наоборот, знак показателя степени меняется на противоположный. Например:

$$\frac{x^7}{y^{-2}} = \frac{y^2}{x^{-7}}$$

Следствие из данного свойства: $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остаётся прежним, а показатели степеней складываются.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, m > n, a \neq 0.$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остаётся прежним, а показатели степеней вычитаются.

$$(a^m)^n = a^{m*n}$$

При возведении степени в степень основание остаётся прежним, а показатели перемножаются.

$$(a * b)^m = a^m * b^m$$

При возведении в степень произведения в эту степень возводится каждый множитель.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

При возведении в степень дроби, в эту степень возводится и числитель и знаменатель[22].

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, m > 0$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}, k > 0$$

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, \text{если } m \leq 0, \text{то } a \neq 0$$

Логарифм

Логарифмом числа а по основанию в называется показатель степени, в который нужно возвести в , чтобы получить а.

$$\log_b a = x, b^x = a \ (a > 0, b > 0, b \neq 1)$$

Например:

$$\log_3 9 = 2, \text{так как } 3^2 = 9$$

Основное логарифмическое тождество: $b^{\log_b a} = a$.

Свойства логарифмов:

$$log_a a^x = x$$

$$log_x(ab) = log_x a + log_x b$$

$$log_x(\frac{a}{b}) = log_x a - log_x b$$

$$log_a b^m = m * log_a b$$

$$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a}$$

$$log_a b = \frac{1}{log_b a}$$

Частные случаи логарифмов:

$$\ln x = \log_e x - \text{натуральный}$$

$$lgx = \log_{10} x - \text{десятичный}$$

Тригонометрические уравнения.

Таблица 6.

Некоторые значения тригонометрических функций.

Градусы	0	30	45	60	90	180	270	360
Радианы Функция	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\mathrm{tg}\, x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
$\mathrm{ctg}\, x$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	-

Тригонометрические тождества:

$$sin^2 x + cos^2 x = 1\,, tgx = \frac{sinx}{cosx}\,, ctgx = \frac{cosx}{sinx}$$

$$tgx * ctgx = 1, 1 + tg^2 x = \frac{1}{cos^2 x}, 1 + ctg^2 x = \frac{1}{sin^2 x}$$

Формулы значений тригонометрических функций от суммы и разности аргументов:

$$sin(x+y) = sinx * cosy + cosx * siny$$

$$sin(x-y) = sinx * cosy - cosx * siny$$

$$cos(x+y) = cosx * cosy - sinx * siny$$

$$cos(x-y) = cosx * cosy + sinx * siny$$

$$tg(x+y) = \frac{tgx + tgy}{1 - tgx * tgy}$$

$$tg(x-y) = \frac{tgx - tgy}{1 + tgx * tgy}$$

Формулы суммы и разности тригонометрических функций:

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{1}{2}(x+y)\cos\frac{1}{2}(x-y)$$

$$\cos x - \cos y = 2\cos\frac{1}{2}(x+y)\cos\frac{1}{2}(y-x)$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{1}{2}(x+y)\cos\frac{1}{2}(x-y)$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{1}{2}(x-y)\cos\frac{1}{2}(x+y)$$

Формулы произведений тригонометрических функций:

$$cosx * cosy = \frac{1}{2}(cos(x-y) + cos(x+y))$$

$$sinx * siny = \frac{1}{2}(cos(x-y) - cos(x+y))$$

$$sinx * cosy = \frac{1}{2}(sin(x-y) + sin(x+y))$$

Формулы двойного аргумента:

$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha;\ cos2\alpha = 2cos^2\alpha - 1; cos2\alpha = 1 - 2sin^2\alpha;$$

$$cos2\alpha = \frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha};\ sin2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha};\ sin2\alpha = 2cos\alpha * sin\alpha;$$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha};\ ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$$

Формулы половинного аргумента:

$$cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+cosx}{2};\ sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-cosx}{2};\ tg^2\frac{x}{2}=\frac{1-cosx}{1+cosx}$$

Соотношения для обратных тригонометрических функций:

$$\cos(arccosx)=x;\arccos(cosx)=x;\ \sin(arcsinx)=x;$$

$$\arcsin(sinx)=x;tg(arctgx)=x;\ arctg(tgx)=x;\ ctg(arcctgx)=x;$$

$$arcctg(ctgx)=x;arsinx+arccosx=\frac{\pi}{2};arctgx+arcctg\,x=\frac{\pi}{2};$$

$$arcsin(-x)=-arcsinx;\ arccos(-x)=\pi-arccos\,x;$$

$$arctg(-x)=-arctgx;\ \ arcctg(-x)=\pi-arcctg\,x;$$

Простейшие тригонометрические уравнения.

Таблица 7.

Уравнение	**Вид решения**
$sin\,x=a$, *где* а $\in[-1;1]$	$x=(-1)^n\,arcsin\,a+\pi n, n\in Z$
$sin\,x=0$	$x=\pi n, n\in Z$
$sin\,x=1$	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$
$sin\,x=-1$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$
$cos\,x=a$, *где*а $\in[-1;1]$	$x=\pm\,arccos\,a+2\pi n, n\in Z$
$cos\,x=0$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$
$cos\,x=1$	$x=2\pi n, n\in Z$
$cos\,x=-1$	$x=\pi+2\pi n, n\in Z$
$tg\,x=a$	$x=arctg\,a+\pi n, n\in Z$
$ctg\,x=a$	$x=arcctg\,a+\pi n, n\in Z$

Примеры решения тригонометрических уравнений.

1) Разложение на множители:

$$sinx - sin2x = 0$$

$$sinx(1 - 2cosx) = 0$$

$$sinx = 0 \text{ или } 1 - 2cosx = 0$$

$$x = \pi n, n \in Z \; x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Ответ: $x = \pi n, n \in Z \; x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$

2) Сведение к уравнениям, однородным относительно $\sin x$ и $\cos x$ и замена переменной

$$sin^2x * cos^2x - 10sinx * cos^3x + 21cos^4x = 0$$

$$cos^2x(sin^2x - 10sin * cosx + 21cos^2x) = 0$$

$$cos^2x = 0 \text{ или } sin^2x - 10sin * cosx + 21cos^2x = 0$$

$$cosx = 0 \quad tg^2x - 10tgx + 21 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \text{ Пусть у} = tgx, \text{тогда} y^2 - 10y + 21 = 0 \quad y_1 = 7 \quad y_2 = 3. \text{Значит } tgx = 7 \text{ и } tgx = 3$$

$$x = arctg7 + \pi n, n \in Z \; x = arctg3 + \pi n, n \in Z$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \, x = arctg7 + \pi n, x = arctg3 + \pi n, n \in Z$

3) Введение вспомогательного аргумента:

$$5sinx - 12cosx = -13sin3x$$

Разделим обе части уравнения на $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$, получим $\frac{5}{13}sinx - \frac{12}{13}cosx = -sin3x.$

Так как $(\frac{5}{13})^2 + (\frac{12}{13})^2 = 1,$ то существует такое значение φ, то $\frac{5}{13} = cos\varphi$,

а $\frac{12}{13} = sin\varphi$ (или то $\frac{5}{13} = sin\varphi, а \; \frac{12}{13} = cos\varphi$).

Теперь уравнение можно переписать следующим образом: $sinx * cos\varphi - cosx * sin\varphi = -sin3x,$ и далее $sin(x - \varphi) + sin3x = 0, 2\sin(2x - \frac{\varphi}{2}) * \cos\left(x + \frac{\varphi}{2}\right) = 0.$

Решив совокупность уравнений $2\sin\left(2x-\frac{\varphi}{2}\right)=0$; и $\cos\left(x+\frac{\varphi}{2}\right)=0$ получим :$x=\frac{\varphi}{4}+\frac{\pi}{2}k, k\in Z$ $x=-\frac{\varphi}{2}+\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

Ответ: $x=\frac{\varphi}{4}+\frac{\pi}{2}k, k\in Z$ $x=-\frac{\varphi}{2}+\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

Методы решения уравнений высших степеней

1) Решение уравнений с помощью деления в столбик[22].

$$x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0$$

Очевидно x=2 – корень уравнения, $(x^3-2x^2-23x+60)(x-2)=0$.

Очевидно x=3 – корень уравнения, $(x^2+x-20)(x-2)(x-3)=0$,

$$(x-4)(x+5)(x-2)(x-3)=0$$

Ответ: -5,2,3,4.

2) Возвратные уравнения и к ним сводящиеся.

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\dots+a_{n-1}x+a_n=0$$

Уравнение называется возвратным, если в нём коэффициенты равноудаленные от концов совпадают, т.е. $a_0=a_n$, $a_1=a_{n-1}, a_2=a_{n-2}$.

а) Возвратные уравнения чётной степени.

$2x^4+9x^3-x^2+9x+2=0$, так как x=0 – не является корнем уравнения, то разделим обе части уравнения на $x^2\neq 0$.

$$2x^2+9x-1+\frac{9}{x}+\frac{2}{x^2}=0 \Rightarrow 2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+9\left(x+\frac{1}{x}\right)-1=0.$$

Введём замену.

Пусть $x+\frac{1}{x}=y,\ x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$, получим

$$2y^2+9y-5=0 \Rightarrow y_1=-5, y_2=\frac{1}{2}.$$

Вернёмся к замене. $x+\frac{1}{x}=-5$ или $x+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2+5x+1}{x}=0 \qquad\qquad \frac{2x^2-x+2}{2x}=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2} \qquad\qquad \text{корней нет}$$

Ответ: $x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$.

б) Возвратные уравнения нечетной степени.

Любое возвратное уравнение нечетной степени сводится к квадратному уравнению четной степени, т.к у любого возвратного уравнения нечетной степени один из корней всегда равен –1.

$$x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

Очевидно x =-1 - корень уравнения.

$$(x + 10(x^6 + x^5 - 6x^4 - x^3 - 6x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x^6 + x^5 - 6x^4 - x^3 - 6x^2 + x + 1$$

т.к $x = 0$ - не является корнем уравнения, то разделим обе части уравнения на $x^3 \neq 0$. $x^3 + x^2 - 6x - 7 + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 0$

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) - 7 = 0$$

Введём замену. $x + \frac{1}{x} = y,\ x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2\,, x^3 + \frac{1}{x^3} = y^3 - 3y,$ получим

$$y^3 + y^2 - 9y - 9 = 0 \ \Rightarrow (y + 1)(y - 3)(y + 3) = 0$$

$y = -1$ или $y = 3$ или $y = -3$

$x + \frac{1}{x} = -1$ $\quad$ $x + \frac{1}{x} = 3$ $\quad$ $x + \frac{1}{x} = -3$

$\frac{x^2 + x + 1}{x} = 0$ $\quad$ $\frac{x^2 - 3x + 1}{x} = 0$ $\quad$ $\frac{x^2 + 3x + 1}{x} = 0$

корней нет $\quad$ $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $\quad$ $x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$; $x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}; x_5 = -1.$

3) Уравнение вида $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + l = 0,$ где $\frac{a}{l} = \frac{b^2}{d^2}$ решаются как возвратные.

4) Замена переменных по явным признакам.

5) В следующем уравнении используется «идея однородности».

$$5(\frac{x - 2}{x + 1})^2 - 44(\frac{x + 2}{x - 1})^2 + 12\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = 0$$

Введём замену.

Пусть $\frac{x-2}{x+1} = U,\ \frac{x+2}{x-1} = V,$ тогда $5U^2 - 44V^2 + 12UV = 0$

а) Если V=0, тогда U=0, тогда

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{x+1} = 0 \\ \dfrac{x+2}{x-1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$ решений нет.

б) Разделим обе части уравнения на $V^2 \neq 0,$ получим $5\left(\frac{U}{V}\right)^2 + 12\frac{U}{V} - 44 = 0.$

Решив последнее уравнение, как квадратное относительно $\frac{U}{V},$ получим

$$\frac{U}{V} = 2;\ \frac{U}{V} = -\frac{22}{5}.$$

$$U = 2V; 5U = -22V$$

Вернёмся к замене. $\frac{x-2}{x+1} = 2\frac{x+2}{x-1}$ или $5\frac{x-2}{x+1} = 22\frac{x+2}{x-1}$

$$x^2 + 9x + 2 = 0 \qquad\qquad 9x^2 + 17x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{73}}{2} \qquad\qquad \text{корней нет}$$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{-9\pm\sqrt{73}}{2}.$

6) Уравнение вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = k,$ где $a+b = c+d$ эффективно решать перемножением $(x-a)(x-b)$ и $(x-c)(x-d),$ а затем делать замену.

7) В уравнениях вида $\frac{Ax}{ax^2+b_1x+c} + \frac{Bx}{ax^2+b_2x+c} = k$ и в уравнениях к ним сводящимся, в знаменателях обоих дробей необходимо вынести x за скобки и сделать замену.

$$\frac{3x}{2x^2+5x+2} + \frac{5x}{2x^2+11x+2} = \frac{2}{3}\ (1)\ x \neq -2; -\frac{1}{2}; \frac{-11 \pm \sqrt{105}}{2}$$

$$\frac{3x}{x(2x+5+\frac{2}{x})} + \frac{5x}{x(2x+11+\frac{2}{x})} = \frac{2}{3}\ (2)$$

При переходе (1)⇒(2) область определения уравнения сузилась на x≠0. Проверим, является ли x=0 корнем уравнения. Не является.

$$\frac{3}{2x+5+\frac{2}{x}}+\frac{5}{2x+11+\frac{2}{x}}=\frac{2}{3}.$$

Введём замену. Пусть $2x+5+\frac{2}{x}=y, 2x+11+\frac{2}{x}=y+6,$ тогда $\frac{3}{y}+\frac{5}{y+6}=\frac{2}{3}$

$y_1=9, y_2=-3 \ \rightarrow 2x+5+\frac{2}{x}=9$ или $2x+11+\frac{2}{x}=-3$

$$2x^2-4x+2=0 \qquad 2x^2+8x+2=0$$

$$x_1=1 \qquad x_{2,3}=-2\pm\sqrt{3}$$

Ответ: $x_1=1, x_{2,3}=-2\pm\sqrt{3}$.

8) Уравнения вида $(ax^2+bx+c)(ax^2+bx+c)=Ax^2$, не имеет корня $x=0$, поэтому, разделив уравнение на $x^2\neq 0$, получим равносильное ему уравнение $(ax+c+b_1)(ax+c+b_2)-A=0.$ Которое, после замены неизвестного $y=ax+\frac{c}{x}$ перепишется в виде квадратного уравнения, решить которое не составит большого труда.

Пример .Решить уравнение $(x^2+x+2)(x^2+2x+2)=2x^2.$

Решение. Так как x =0 не является корнем уравнения, то, разделив на x, получим равносильное уравнение $\left(x+1+\frac{2}{x}\right)\left(x+2+\frac{2}{x}\right)=2x.$ Делая замену неизвестного $y=x+\frac{2}{x}$, получим уравнение $(y-1)(y+2)=2$,которое имеет два корня $y_1=0, y_2=-3$.. Следовательно, исходное уравнение равносильно совокупности уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} x+\frac{2}{x}=0, \\ x+\frac{2}{x}=-3. \end{array}\right.$$

Эта совокупность имеет два корня: $x_1=-1, x_2=-2.$

Ответ: $x_1=-1, x_2=-2$.

9) Выделение полного квадрата.

Иногда многочлен можно разложить на множители, если воспользоваться сначала методом выделения полного квадрата, а затем, как правило, формулой разности квадратов.

Пример. Решить уравнение $x^4 + 4x^2 - 12 = 0$

Решение. Выделяя полный квадрат, а затем, применяя формулу разности квадратов, имеем

$$x^4 + 4x^2 - 12 = 0$$

$$(x^2)^2 + 2 \cdot 2 \cdot x^2 + 2^2 - 2^2 - 12 = 0$$

$$(x^2 + 2)^2 - 16 = 0$$

$$(x^2 + 2)^2 - (4)^2 = 0$$

$$(x^2 + 2 - 4) \cdot (x^2 + 2 + 4) = 0$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{2}.$$

Ответ: $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$.

10) Метод неопределённых коэффициентов.

Суть этого метода состоит в том, что предполагается вид множителей многочленов, на которые разлагается данный многочлен.

Метод опирается на следующие утверждения:

- два многочлена тождественно равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях.

- Любой многочлен третьей степени разлагается в произведение линейного и квадратного многочленов.

Любой многочлен четвертой степени разлагается в произведение двух многочленов второй степени.

Поясним примером. Пусть надо решить уравнение

$$x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 37x - 14 = 0$$

Предположим, что левая часть этого равнения разлагается на множители второй степени с целыми коэффициентами. Обозначим один из множителей $x^2 + rx + s$, а второй – через $x^2 + px + q$. Коэффициенты p, q, r, s пока не определены. Задача состоит в том, чтобы найти их.

Имеем $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 37x - 14 = (x^2 + px + q)(x^2 + rx + s)$.

Приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой части равенства. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} p + r = -4, \\ s + q + pr = -10, \\ ps + qr = 37, \\ qs = -14. \end{cases}$$

Последнее уравнение показывает, что для q возможны следующие значения: 1, 2, 7, 14, -1, -2, -7, -14 (так как по условию p, q, r, s – целые). Предположим, что q=1, тогда s=-14 .Второе и третье уравнения в этом случае дают систему:

$$\begin{cases} pr = 3, \\ -14p + r = 37. \end{cases}$$

Умножим первое уравнение на 14, второе на r и сложим их почленно. Получим $r^2 - 37r - 42 = 0$. Берем теперь для испытаний другое число q. Пусть q=2, тогда s=-7. Второе и третье уравнения в этом случае дают систему:

$$\begin{cases} pr = -5, \\ -7p + 2r = 37. \end{cases}$$

Исключив из этой системы p, получим $2r^2 - 37r + 35 = 0$. Очевидно, что если r=1, тогда p=-5. Первое уравнение системы удовлетворяется при r=1, p=-5. Итак, имеем $x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 37x - 14 = (x^2 - 5x + 2)(x^2 + x - 7)$. Следовательно, заданное уравнение можно записать $(x^2 - 5x + 2)(x^2 + x$

$-7)=0.$ Остается решить два квадратных уравнения $x^2 \ -5x+2=0; x^2 \ +x-7 =0$.

Ответ: $\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$, $\frac{-1\pm\sqrt{29}}{2}$.

11) Уравнение вида $a(cx^2+p_1x+q)^2+b(cx^2+p_2x+q)^2=Ax^2$.где числа a, b, c, q, A таковы, $q\neq 0, A\neq 0, c\neq 0, a\neq 0, b\neq 0$ не имеет корня x=0, тогда разделим обе части уравнения x^2.

Получим равносильное уравнение $a(\frac{cx^2+p_1x+q}{x})^2+b(\frac{cx^2+p_1x+q}{x})^2=A,$ которое после замены неизвестной $y=cx+\frac{q}{x}$ перепишется в виде квадратного уравнения , решение которого не представляет трудностей.

Пример. Решить уравнение $3\left(x^2+2x-1\right)^2-2\left(x^2+3x-1\right)^2+5x^2=0$ (6)

Решение. Так как x =0 не является корнем уравнения, поэтому, разделив уравнение на x^2, получим равносильное ему уравнение([24],[25]).

$$3(\frac{x^2+2x-1}{x})^2-2\left(\frac{x^2+3x-1}{x}\right)^2+5=0. \ (7)$$

Делая замену неизвестного $y=x-\frac{1}{x}$ уравнение (7) перепишется в следующем виде $3(y+2)^2-2(y+3)^2+5=0$ (8). Квадратное уравнение (8) имеет 2 корня $y_1=1, y_2=-1$.

Следовательно, исходное уравнение (7) равносильно совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} x-\frac{1}{x}=1, \\ x-\frac{1}{x}=-1. \end{array}\right.$

Совокупность уравнений имеет 4 корня $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, x_2=-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, x_3=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_4=-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Ответ: $x_1=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, x_2=-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, x_3=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_4=-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Уравнение вида $f(x)^{g(x)}=f(x)^{k(x)}$. Ему соответствуют пять случаев решения:

$$1)\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = 1 \\ g(x) = k(x) \end{cases}$$

$$2)\ f(x) = 1 - \text{обязательна проверка}$$

$$3)\ f(x) = 0 - \text{обязательна проверка}$$

$$4)\ f(x) = -1 - \text{обязательна проверка}$$

$$5)\begin{cases} f(x) < 0 \\ f(x) \neq -1 - \text{обязательна проверка} \\ g(x) = k(x) \end{cases}$$

Задание 11. Задачи на движение

Здесь два правила:

1. Эти задачи решаются по формуле: $S = v * t$, то есть расстояние скорость время. Из этой формулы можно выразить скорость $v = \frac{S}{t}$ или время $t = \frac{S}{v}$.

2. В качестве переменной удобнее всего (в большинстве случаев) выбирать скорость. Тогда задача точно решится.

Для начала внимательно читайте условие. В нем всё уже есть. Помните, что текстовые задачи на самом деле труда не представляют.

На ЕГЭ вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость не равна среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{общее}}}{t_{\text{общее}}}$$

Если участков пути было два, то $V_{\text{средняя}} = \frac{S_{1+}S_2}{t_1+t_2}$.

Задачи на работу

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы:

$$A = p * t.$$

Здесь A — работа, t — время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, Вася красит забор. Количество метров, которые он красит за час — это и есть его производительность. Правила решения задач на работу.

1. $A = p * t$, то есть работа = производительность время. Из этой формулы легко найти t или p.

2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один), покрашен забор (один), наполнен резервуар. А вот если речь идет о количестве кирпичей, количестве деталей, литрах воды — работа как раз и равна этому количеству.

3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два мастера, Даша и Маша...) или трое (не важно) — их производительности складываются. Очень логичное правило.

4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность. Так же, как в задах на движение мы за x принимаем скорость.

Вы убедитесь, что задачи на работу и движение очень схожи.

Задания на проценты, смеси, сплавы, растворы.

Предлагаем вам запомнить простые формулы:

-если величину x увеличить на p процентов, то получим $x * \left(1 + \frac{p}{100}\right)$.

Действительно, раскроем скобку $x + \frac{xp}{100}$, видим, что x увеличивается на p процентов.

- если величину x уменьшить на p процентов, получим $x * \left(1 - \frac{p}{100}\right)$. Действительно, раскроем скобку $x - \frac{xp}{100}$, видим, что x уменьшается на p процентов.

- если величину x увеличить на p процентов, а затем уменьшить на q процентов, то получим $x * \left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{q}{100}\right)$.

- если величину x дважды увеличить на p процентов, то получим $x * \left(1+\frac{p}{100}\right)^2$.

- если величину x дважды уменьшить на p процентов, то получим $x * \left(1-\frac{p}{100}\right)^2$.

Задание 17. Существует 4 типа банковских задач, которые могут встретиться в заданиях 17 ЕГЭ по математике профильного уровня.

К каждому типу задания приведено подробное решение, которое поможет усвоить данный способ решения. Своего рода теория для того, чтобы освоить этот новый тип задач[23].

Задача №1. Нахождение количества лет выплаты кредита.

Максим хочет взять в банке кредит 1,5 миллиона рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными платежами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка- 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Максим взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тысяч рублей? Решение.

1)В конце первого года долг составит: 1500000 · 1,1 – 350000 =1300000 (руб).

2) В конце второго года долг составит: 1300000 · 1,1 – 350000 = 1080000 (руб) .

3)В конце третьего года долг составит: 1080000 · 1,1 – 350000 = 838000 (руб).

4)В конце четвертого года долг составит: 838000 · 1,1 – 350000 = 571800 (руб).

5)В конце пятого года долг составит: 571800 · 1,1 – 350000 = 278980 (руб).

6) В конце шестого года долг составит: $278900 \cdot 1{,}1 = 306878$ (руб)

Эта сумма менее 350000 руб. Значит, кредит будет погашен за 6 лет.

Ответ: 6 лет

Задача №2. Вычисление процентной ставки по кредиту.

31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая. 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Валерий переводит в банк очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, то есть за два года. В первый раз Валерий перевел в банк 660000 рублей, во второй раз – 484000 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?

Решение.

Пусть а - процентная ставка по кредиту.

1)В конце первого года долг составит:

$1000000 \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) – 660000 = 340000 + 10000 \cdot a$

2) В конце второго года долг составит:

$(340000 + 10000 \cdot a) \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) – 484000$.

По условию задачи кредит будет погашен за два года.

Составляем уравнение: $(340000 + 10000 \cdot a) \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) – 484000 = 0$; + $134 \cdot a – 1440 = 0$. Решая уравнение, получаем, что $a = 10$.

Ответ: 10%

Задача №3 Нахождение суммы кредита.

31 декабря 2014 года Максим взял в банке некоторую сумму денег в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Михаил переводит в банк 2928200 рублей. Какую сумму взял Михаил в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами, то есть за 4 года?

Решение.

Пусть S – сумма кредита.

1)В конце первого года долг составит:

(1,1x – 2928200) рублей

2) В конце второго года долг (в рублях) составит:

$(1{,}1x - 2928200)\cdot 1{,}1 - 2928200 = 1{,}21x - 3221020 - 2928200 = 1{,}21x - 6149220$

3) В конце третьего года долг (в рублях) составит:

$(1{,}21x - 6149220)\cdot 1{,}1 - 2928200 = 1{,}331x - 6764142 - 2928200 = 1{,}331x - 9692342$

4) В конце четвертого года долг (в рублях) составит 2928200 рублей:

$(1{,}331x - 9692342)\cdot 1{,}1 = 2928200;$

$1{,}4641x - 10661576 = 2928200;$

$1{,}4641x = 13589776;$

$x = 9281999{,}8.$

Значит, сумма кредита равна 9282000 рублей.

Ответ: 9282000 руб

Задача №4. Нахождение ежегодного транша.

31 декабря 2014 года Роман взял в банке 8599000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(то есть увеличивает долг на 14%), затем Роман переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Роман выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

Решение.

1)В конце первого года долг составит:

$8599000\cdot 1{,}14 - X = 9802860 - X$

2) В конце второго года долг составит:

$(9802860 - X)\cdot 1{,}14 - X = 11175260 - 2{,}14\cdot X$

3) В конце третьего года долг (в рублях) составит:

$(11175260 - 2{,}14\cdot X)\cdot 1{,}14 - X = 12739796 - 3{,}4396\cdot X$.

Составим уравнение:

$12739796 - 3{,}4396\cdot X = 0$

$X = 3703860$ рублей

Ответ: ежегодный транш составит 3703860 рублей.

Приложение 2. Проверочная работа для входного и итогового тестирования

Инструкция по выполнению работы по математике.

Проверочная работа состоит из двух частей, включающих в себя 13 заданий. Часть 1 содержит 9 заданий с выбором ответа, часть 2 содержит 2 заданий с кратким ответом и 2 задания с развёрнутым ответом.

На выполнение проверочно работы по математике отводиться 90 минут.

При выполнении заданий 1-9 испытуемый выбирает один ответ из всех возможных вариантов.

В заданиях с 10-11 требуется записать ответ, а при выполнении 12-13 требуется записать полное решение и ответ.

Все ответы должны быть записаны разборчивым подчерком и аккуратно.

Задания

1.Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin\frac{\pi x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1) 5
2) 3
3) 1
4) 7

2.Найдите корень уравнения $(\frac{1}{2})^{6-2x} = 4^{2x}$.

1) 2
2) -1
3) 3
4) -3

3. Найдите корень уравнения $(x + 4)^3 = -125$.

1) 3
2) 9
3) -10

4) 1

4.Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{7x+41}{17}} = 3$.

1) 3

2) 16

3) 11

5.Найдите корень уравнения $\log_2(16 + x) = \log_2 3$.

1) 4

2) -2

3) -13

4) 2

6.Имеется два сплава. Первый содержит 5% олова, второй 25% олова. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 20% олова. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

1) 250

2) 62

3) 125

4) 100

7.Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

1)21

2) 12

3) 19

4) 2

8.Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?(Ответ: 6)

1)5

2) 6

3) 16

4) 23

9. По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».(Ответ:9

1)5

2) 6

3) 18

4) 9

Часть 2

10. Решите уравнение $(\mathrm{x}-1)^3 = 8$.

11. Решите уравнение $(36^{sinx})^{cosx} = 6^{\sqrt{3}*cosx}$

12. а) Решите уравнение $5*25^x - 51*5^x + 10 = 0$.

б) Найдите корни принадлежащие отрезку $[0{,}5; 1{,}5]$.

13. а) Решите уравнение $\frac{(\mathrm{x}-1)^2}{8} + \frac{8}{(\mathrm{x}-1)^2} = 7\left(\frac{\mathrm{x}-1}{4} - \frac{2}{\mathrm{x}-1}\right) - 1$.

б) Найдите его корни принадлежащие отрезку $[-2; 3]$.

Таблица 8.

Ключ

№ задания	Ответ
1.	3
2.	3

№ задания	Ответ
3.	**2**
4.	2
5.	3
6.	125
7.	21
8.	6
9.	4
10.	x=3
11.	$\frac{\pi}{2}+\pi k; (-1)^k * \frac{\pi}{3}+\pi k, k \in Z$
12.	**а)**$-1; \log_5 10$ б) $\log_5 10$
13.	а)$-1; 5\ ; 7 \pm 2\sqrt{11}$ б) $-1; 7-2\sqrt{11}$