

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический
университет имени В.М.Шукшина»
(АГГПУ им. В.М. Шукшина)

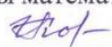
Центр довузовской подготовки

Утверждено
на заседании Ученого совета
АГГПУ им. В.М. Шукшина
Протокол № 4
от «06» ноября 2018 г.

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной и
воспитательной работе
 О.В.Попова
«06 » ноября 2018 г.



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
«МАТЕМАТИКА (ПОДГОТОВКА К ЕГЭ)»**

Разработчик:
ст. преподаватель кафедры математики, физики, информатики
И.Г.Корнева 

Бийск 2018

СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка

- 1.1. Нормативно-правовая основа программы
- 1.2. Актуальность (педагогическая целесообразность) и новизна программы
- 1.3. Направленность программы, ее цель и задачи
- 1.4. Требования к категории слушателей
- 1.5. Общая характеристика программы
- 1.6. Принципы обучения по программе
- 1.7. Организационно-педагогические условия реализации программы
- 1.8. Планируемые результаты обучения
- 1.9. Формы подведения итогов и определение результативности программы

2. Учебный план

3. Календарный учебный график

4. Рабочая программа учебного модуля «Математика (подготовка к ЕГЭ)»

1. Пояснительная записка

1.1. Нормативно-правовая основа программы

Дополнительная образовательная общеразвивающая программа «Математика» (далее – программа) составлена на основе следующих нормативных правовых документов:

- Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 29.08.2013г. №1008 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».

1.2. Актуальность (педагогическая целесообразность) и новизна программы

Знание математики в современном обществе является неотъемлемой частью личной и профессиональной жизни человека и средством включения в мировое социокультурное пространство. Именно поэтому *педагогически целесообразно* создание оптимальных условий для формирования и повышения мотивации к изучению математики через использование активных, традиционных и нетрадиционных методов и форм обучения.

Программа составлена для слушателей подготовительных курсов и включает в себя требования к уровню подготовки выпускников средней общеобразовательной школы для сдачи итоговой аттестации в форме и по материалам **Единого государственного экзамена**; построена на принципах обобщения и систематизации учебного материала по математике с учетом «Спецификации контрольных измерительных материалов» и на основе «Кодификатора элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в **2019 году** единого государственного экзамена по математике».

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и дает примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Новизна программы заключается в реализации поливариантного подхода к организации образовательного процесса, использовании системы взаимосвязанных занятий, выстроенных в логической последовательности и направленных на активизацию познавательной сферы обучающихся посредством применения разнообразных педагогических технологий и форм работы, интегрирующих разные виды деятельности на основе единой темы. Преимущество предлагаемой программы заключается в том, что при обучении математике основное внимание уделяется выработке умений и навыков решения математических задач.

1.3. Направленность программы, ее цель и задачи

Программа предназначена для подготовки к Единому государственному экзамену по математике.

Основной *целью* программы является формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области школьного курса математики, необходимых для сдачи экзамена.

Для достижения поставленной цели служат *задачи*:

- ознакомление учащихся со структурой и содержанием ЕГЭ;
- теоретическое обоснование ряда вопросов математики, которые в школьном курсе с надлежащей полнотой не могут быть раскрыты, а в содержании ЕГЭ предлагаются;
- приведение в систему методов решения математических задач;
- формирование умений и навыков решения математических задач.

1.4. Требования к категории слушателей

В результате изучения курса обучающиеся должны **знать**:

- основные понятия школьного курса математики, представленные в кодификаторе элементов содержания ЕГЭ;

- основные методы решения задач школьного курса математики.

Уметь:

- выполнять вычисления;
- выполнять преобразования алгебраических выражений;

- решать уравнения и неравенства и их системы;
- строить и читать графики функций;
- выполнять действия с геометрическими фигурами, векторами и координатами;
- работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события;
- строить и исследовать простейшие математические модели;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни.

Владеть:

- владеть навыками решения задач школьного курса математики, предлагающихся в содержании ЕГЭ;
- владеть навыками самостоятельной работы с литературой по подготовке к ЕГЭ.

1.5. Общая характеристика программы

Программа рассчитана на 36 часов аудиторной нагрузки. Структура курса предусматривает лекции и практические занятия.

На лекциях раскрываются основные теоретические положения, практические занятия направлены на закрепление теоретических знаний. Реализация программы построена на использовании активных методов обучения, совместной творческой деятельности преподавателя и слушателей.

Структура образовательной программы включает комплекс разделов:

- «Уравнения и неравенства»;
- «Функции»;
- «Начала математического анализа»;
- «Геометрия»;
- «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей».

Уравнения и неравенства

Квадратные уравнения и неравенства. Рациональные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений способами подстановки, алгебраического сложения, введения новых переменных. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем, неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет ограничений.

Функции

Функция, область определения функции и множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков функций, параллельный перенос и симметрия графиков относительно осей координат. Монотонность функций, промежутки возрастания и убывания. Четность и нечетность функций. Периодичность и ограниченность функций. Точки экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Линейная функция, ее график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график. Квадратичная функция, ее график. Степенная функция с натуральным показателем, ее график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная и логарифмическая функции, их графики.

Начала математического анализа

Производная, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производная суммы, разности, произведения и частного. Производные элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Первообразные элементарных функций. Применение интеграла в физике и геометрии.

Геометрия

Треугольник, параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник. Окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная и описанная окружности. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур. Призма, параллелепипед, куб, пирамида. Правильные многогранники. Сечения призмы, параллелепипеда и пирамиды. Цилиндр, конус, сфера, шар и их сечения. Величина угла, градусная мера угла, соотношение между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, между параллельными прямыми и параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции. Площадь круга и сектора. Площади поверхностей многогранников и тел вращения. Объемы многогранников и тел вращения.

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояния между точками, уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы, разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Вероятности событий. Использование вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Отличительной особенностью программы является то, что в процессе ее реализации формируются все необходимые навыки для полноценного решения задач, некоторые из которых отрабатываются дополнительно по выбору обучающихся.

1.6. Принципы обучения по программе

В качестве основных принципов обучения по данной программе определены:

- принцип взаимодействия и сотрудничества;
- принцип единства развития, обучения и воспитания;
- принцип систематичности и последовательности;
- принцип доступности;
- принцип наглядности;
- принцип научности;
- принцип комплексного подхода.

1.7. Организационно-педагогические условия реализации программы

Образовательный процесс осуществляется на основе учебного плана, рабочей программы и регламентируется расписанием занятий.

Сроки реализации программы. Программа реализуется в течение 3 месяцев. Учебный год начинается с 1 февраля. Обучение рассчитано на 12 учебных недель, общее количество учебных часов – 36.

Формы реализации программы и режим занятий. Занятия реализуются в очной форме, посредством проведения групповых видов работы.

Порядок организации занятий:

- режим занятий: 1 раз в неделю;
- продолжительность занятий – 3 часа.

Материально-техническая база. Занятия проводятся на базе аудиторий АГГПУ, оснащенных необходимым для организации образовательного процесса оборудованием:

- видеопроектор, интерактивная доска, персональный компьютер, выход в интернет;
- наглядные пособия и дидактические материалы.

Организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов по дополнительным общеобразовательным программам осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния их здоровья.

Занятия для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами организуются совместно с другими слушателями.

Образовательная деятельность лиц с ограниченными возможностями здоровья по дополнительным общеобразовательным программам осуществляется на основе дополнительных общеобразовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных лиц.

Сроки обучения по дополнительным общеразвивающим программам для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов с учетом особенностей их психофизического развития при необходимости могут быть увеличены.

Педагогические кадры. Образовательный процесс по образовательной программе обеспечивает преподаватель вуза, имеющий соответствующую подготовку по данному направлению.

Учебно-методическое и информационное обеспечение программы. Содержательная составляющая образовательной программы отражена в рабочей программе учебного модуля, в котором отдельным блоком представлены учебно-методические (списки основной и дополнительной литературы) и информационные материалы (ссылки на электронные ресурсы).

1.8. Планируемые результаты обучения

К ожидаемым результатам реализации программы относятся:

знание:

- основных понятий школьного курса математики, представленных в кодификаторе элементов содержания ЕГЭ;
- основных методов решения задач школьного курса математики.

умение:

- выполнять вычисления;
- выполнять преобразования алгебраических выражений;
- решать уравнения и неравенства и их системы;
- строить и читать графики функций;
- выполнять действия с геометрическими фигурами, векторами и координатами;
- строить и исследовать простейшие математические модели;
- работать со статистической информацией, находить вероятность случайного события;

владение:

- навыками решения задач школьного курса математики, предлагающихся в содержании ЕГЭ;

- навыками самостоятельной работы с литературой по подготовке к ЕГЭ.

Метапредметным результатом реализации программы является формирование у слушателей стойкой познавательной мотивации к осуществлению дальнейшей деятельности по освоению математики.

1.9. Формы подведения итогов и определение результативности программы

Результативность усвоения учебного материала отслеживается посредством:

- собеседования;
- промежуточного и итогового тестирования.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Алтайский государственный гуманитарно-педагогический
университет имени В.М. Шукшина»
(АГГПУ им. В.М. Шукшина)

Центр довузовской подготовки

Утверждено
на заседании Ученого совета
АГГПУ им. В.М. Шукшина
Протокол № 4
от «06» ноября 2018 г.

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной и
воспитательной работе
 О.В.Попова
«06» ноября 2018 г.

**УЧЕБНЫЙ ПЛАН
ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ
«МАТЕМАТИКА (ПОДГОТОВКА К ЕГЭ)»**

Категория обучающихся:
Лица в возрасте от 17 лет
Количество учебных групп: 1
Количество учебных часов: 36

Срок обучения: 01.02.2019-30.04.2019
Режим занятий: 16.00 -18.30
Место проведения: АГГПУ им. В.М. Шукшина

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ЦДП

 / Л.А. Романова /

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

№ п/п	Наименование разделов учебного модуля	Распределение учебной нагрузки			
		всего	лекции	практические	форма контроля
1	Уравнения и неравенства	3		3	тестирование
2	Функции	6	1	5	собеседование
3	Начала математического анализа	6	2	4	тестирование
4	Геометрия	12	5	7	тестирование
5	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	6	1	5	тестирование
6	Итоговая аттестация	3		3	итоговое тестирование
	ВСЕГО:	36	9	27	

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной и
воспитательной работе

О.В.Попова

«06 » ноября 2018 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК НА 2018-2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

№ п/п	Наименование разделов учебного модуля	февраль модуль 5				март модуль 6			
		28.01.-03.02.	04.02.-10.02.	11.02.-17.02.	18.02.-24.02.	25.02.-03.03.	04.03.-10.03.	11.03.-17.03.	18.03.-24.03.
1	Уравнения и неравенства	3							
2	Функции		3	3					
3	Начала математического анализа				3	3			
4	Геометрия							3	3
5	Элементы комбинаторики и теория вероятностей								

№ п/п	Наименование разделов учебного модуля	апрель модуль 7				
		01.04.-07.04.	08.04.-14.04.	15.04.-21.04.	22.04.-28.04.	29.04.-05.05.
1	Уравнения и неравенства					=
2	Функции					=
3	Начала математического анализа					=
4	Геометрия	3				=
5	Элементы комбинаторики и теория вероятностей		3	3		=
6	Итоговый тест				3	=

Примечание: 3 – кол-во учебных часов в неделю;

= – учебный процесс не осуществляется.

Бийск 2018

Программа одобрена на заседании кафедры математики, физики, информатики
Протокол № 9 от «29» июня 2018 г.
Заведующий кафедрой Дудышева Е.В.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Знание математики в современном обществе является неотъемлемой частью личной и профессиональной жизни человека и средством включения в мировое социокультурное пространство. Программа по математике составлена на основе федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Программа выполняет две основные функции.

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации обучаемых.

Цели и задачи программы

Главная цель заключается в приобретении систематизированных знаний, умений и навыков, необходимых для сдачи ЕГЭ по математике.

Основные задачи:

- теоретическое обоснование ряда вопросов школьной математики;
- приведение в систему методов решения математических задач;
- формирование умений и навыков решения математических задач.

Планируемые результаты обучения

К ожидаемым результатам реализации программы относятся:

знание:

- основных понятий школьного курса математики и методов решения задач;

умение:

- применять полученные знания в процессе решения задач, предложенных в содержании ЕГЭ по математике;

владение:

- навыками решения задач школьного курса математики, предлагающихся в содержании ЕГЭ.

Сроки реализации программы

Программа реализуется в течение 3 месяцев.

Обучение рассчитано на 12 учебных недель, общее количество учебных часов – 36.

Формы реализации программы и режим занятий

Форма проведения занятий – групповая.

Порядок организации занятий:

- режим занятий: 1 раз в неделю;
- продолжительность занятий – 3 ак. часа.

Учебно-тематический план занятий

№ п/п	Наименование раздела	Содержание	Кол. часов
1.	Уравнения и неравенства	Квадратные уравнения и неравенства. Рациональные уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений способами подстановки, алгебраического сложения, введения новых переменных. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем, неравенств с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет ограничений.	3
2.	Функции	Функция, область определения функции и множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков функций, параллельный перенос и симметрия графиков относительно осей координат. Монотонность функций, промежутки возрастания и убывания. Четность и нечетность функций. Периодичность и ограниченность функций. Точки экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Линейная функция, ее график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график. Квадратичная функция, ее график. Степенная функция с натуральным показателем, ее график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная и логарифмическая функции, их графики.	6
3.	Начала математического анализа	Производная, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производная суммы, разности, произведения и частного. Производные элементарных функций. Вторая производная и ее физический смысл. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Первообразные элементарных функций. Применение интеграла в физике и геометрии.	6

4.	Геометрия	Треугольник, параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник. Окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная и описанная окружности. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур. Призма, параллелепипед, куб, пирамида. Правильные многогранники. Сечения призмы, параллелепипеда и пирамиды. Цилиндр, конус, сфера, шар и их сечения. Величина угла, градусная мера угла, соотношение между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости, между параллельными прямыми и параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции. Площадь круга и сектора. Площади поверхностей многогранников и тел вращения. Объемы многогранников и тел вращения. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Вычисление расстояния между точками, уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов, умножение вектора на число. Коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы, разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами	12
5.	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных. Вероятности событий. Использование вероятностей и статистики при решении прикладных задач.	6
6.	Итоговое занятие	Тестирование	3
Всего:			36

Формы аттестации и оценочные материалы

Основной формой подведения итогов является тестирование.

Материалы тестирования

Задачи С4

1. Боковые стороны KL и MN трапеции KLMN равны 10 и 26 соответственно. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен 12, средняя линия трапеции равна 24. Прямые KL и MN пересекаются в точке А. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ALM.
(2 или 6)
2. Продолжение биссектрисы CD неравнобедренного треугольника ABC пересекает окружность, описанную около этого треугольника, в точке Е. Окружность, описанная около треугольника ADE, пересекает прямую AC в точке F, отличной от А. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если $AC = 8$, $AF = 3$, угол BAC равен 45° .
 $\left(\frac{11}{\sqrt{2}} \text{ или } \frac{5}{\sqrt{2}} \right)$
3. Угол C треугольника ABC равен 30° , D – отличная от А точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC как на диаметрах. Известно, что $DB:DC=2:5$. Найдите синус угла A. $\left(\frac{7\sqrt{111}}{74} \text{ или } \frac{3\sqrt{111}}{74} \right)$
4. На прямой, содержащей медиану AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C, взята точка Е, удаленная от вершины А на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника BCE, если $BC = 6$, $AC = 4$. (2,4 или 21,6)
5. Площадь трапеции ABCD равна 135. Диагонали пересекаются в точке О. Отрезки, соединяющие середину Р основания AD с вершинами В и С, пересекаются с диагоналями трапеции в точках М и N. Найдите площадь треугольника MON, если одно из оснований трапеции вдвое больше другого. (15/4 или 12/5)
6. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 15$, $AC = 9$ и $BC = 12$. На стороне BC взята точка D, а на стороне AD – точка О, причем $CD = 4$ и $AO = 3OD$. Окружность с центром О проходит через точку С. Найдите расстояние от точки С до точки пересечения этой окружности с прямой AB. (7,5 или 7,2)
7. Дан треугольник ABC. Точка Е на прямой AC выбрана так, что треугольник ABE, площадь которого равна 14, - равнобедренный с основанием AE и высотой BD. Найдите площадь треугольника ABC, если известно, что $\angle ABE = \angle CBD = \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{24}{7}$. (25 или 39).

8. Точка М лежит на отрезке АВ. На окружности с диаметром АВ взята точка С, удаленная от точек А, М и В на расстояния 20, 14 и 15 соответственно. Найдите площадь треугольника ВМС. $(54 \pm 12\sqrt{13})$

9. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами AC = 15 и BC = 8. С центром в вершине В проведена окружность S радиуса 17. Найдите радиус окружности, вписанной в угол BAC и касающейся окружности S. $\left(\frac{51}{8} \text{ или } \frac{85}{8}\right)$

10. Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырехугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключенный внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно 15/8. $(25 \text{ или } 32)$

Углы в пространстве

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки E и F - середины ребер $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$, соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AE и BF. $(0,8)$

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 . $\left(\frac{1}{4}\right)$

3. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми CA_1 и AB_1 . $\left(\arccos \frac{1}{25}\right)$

4. В основании прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной $8\sqrt{2}$. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми AC_1 и CB_1 . $\left(\arccos \frac{9}{25}\right)$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 . (30°)

6. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите тангенс угла между прямой AA_1 и плоскостью $BC_1 D$. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

7. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$, все ребра которой равны 1, точка D - середина ребра $A_1 B_1$. Найдите синус угла между прямой AD и плоскостью BCC_1 . $\left(\frac{\sqrt{15}}{10}\right)$

8. Основание пирамиды $DABC$ равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 13, AC = 24$. Ребро DB перпендикулярно плоскости основания и равно 20. Найдите тангенс двугранного угла при ребре AC . (4)
9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4, BC = 6, CC_1 = 4$ найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1 . $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$
10. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребрам $AB = 8, AD = 6, CC_1 = 5$. Найдите угол между плоскостями BDD_1 и $AD_1 B_1$. $\left(\arctg \frac{24}{25}\right)$.

Расстояния в пространстве

1. Ребра правильной четырехугольной призмы равны 1, 4 и 4. Найдите расстояние от вершины до центра основания призмы, не содержащего эту вершину. (3)
2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между точками A и E_1 . (2)
3. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ высота равна 2, сторона основания равна 1. Найдите расстояние от точки B_1 до прямой AC_1 . (8)
4. Основание прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - ромб $ABCD$, в котором $AB = 10, AC = 6\sqrt{7}$. Боковое ребро AA_1 равно $3\sqrt{21}$. Найдите расстояние от вершины B до прямой AC_1 . (8)
5. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания равна 1, боковое ребро равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Найдите расстояние от точки C до прямой SA . $\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$
6. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно $\sqrt{3}$. Найдите расстояние от вершины C до плоскости BDC_1 . (1)
7. Дан правильный тетраэдр $ABCD$ с ребром $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BDC . (2)
8. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ с вершиной P сторона основания равна 3, высота 2. Найдите расстояние от вершины A до грани PCD . (2,4)
9. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние между прямыми AB и $A_1 C_1$. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
10. В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10, BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC . $(2\sqrt{7})$

Вариант 1

1. Городской бюджет составляет 45 млн. р., а расходы на одну из его статей составили 2,5%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?
1) 5625000 р. 2) 562,5 р. 3) 50625000 р. 4) 562500 р.
2. Перед представлением в цирк для продажи было заготовлено некоторое количество воздушных шариков. Перед началом представления было продано $\frac{2}{5}$ всех воздушных шариков, а в антракте — еще 12 штуки. После этого осталась треть всех шариков. Сколько шариков было первоначально?
1) 40 2) 80 3) 120 4) 160
3. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 20% годовых. Вкладчик положил на счет 800 р. Какая сумма будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?
1) 960 р. 2) 820 р. 3) 160 р. 4) 1600 р.
4. На счет в банке, доход по которому составляет 15% годовых, внесли 24 тыс. р. Сколько тысяч рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?
5. Какая сумма (в рублях) будет проставлена в кассовом чеке, если стоимость товара 520 р., и покупатель оплачивает его по дисконтной карте с 5%-ной скидкой?
6. Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 680 р. Сколько стоил товар до распродажи?
1) 136 р. 2) 816 р. 3) 700 р. 4) 850 р.
7. Государству принадлежит 60% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 40 млн. р.. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?
1) 4000000 р. 2) 16000000 р. 3) 24000000 р. 4) 100000000 р.
8. Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:5. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 32 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?
1) 4000000 р. 2) 12000000 р. 3) 20000000 р. 4) 6400000 р.
9. На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 120 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Сколько голосов получил победитель?
1) 15 2) 24 3) 45 4) 75
10. Число хвойных деревьев в парке относится к числу лиственных как 1:4. Сколько процентов деревьев в парке составляют лиственные?

Вариант 3

1. Вычислить: $(\sqrt[10]{32})^2$

2. Вычислить: $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$

3. Вычислить: $\frac{\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}}$

4. Вычислить: $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$

5. Вычислить: $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 8^{\log_2 3}$

6. Вычислить: $\cos 150^\circ$

7. Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

8. Вычислить: $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Вариант 4

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.
2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.
3. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.
4. В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
5. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 200 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.
7. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 15 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
8. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 45 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 27 выступлений, остальные распределены поровну между

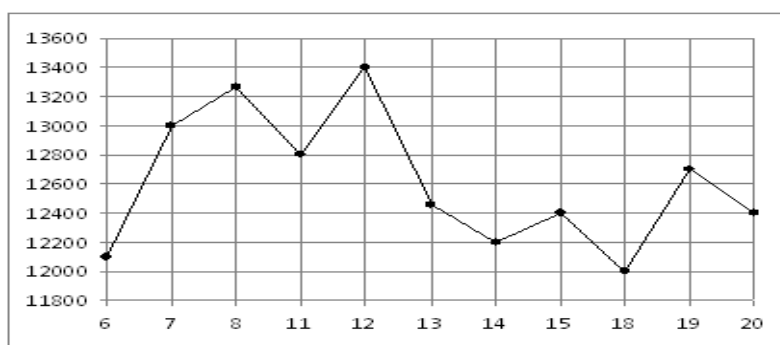
оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

9. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 участника из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашкистом из России?
10. В сборнике билетов по химии всего 50 билетов, в 20 из них встречается вопрос по углеводородам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по углеводородам.

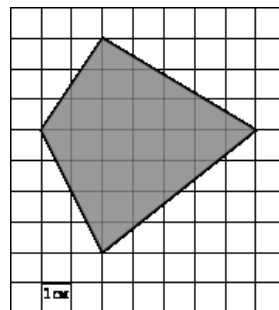
Итоговый тест

1. В отделении больницы находятся 25 больных, которым врач назначил уколы лекарства по 2,5 мл. Уколы нужно делать 3 раза в день. В упаковке 16 ампул лекарства по 2,5 мл. Какое наименьшее количество упаковок нужно заказать на один день?

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в период с 7 по 15 мая (в долларах США за тонну).



3. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см x 1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

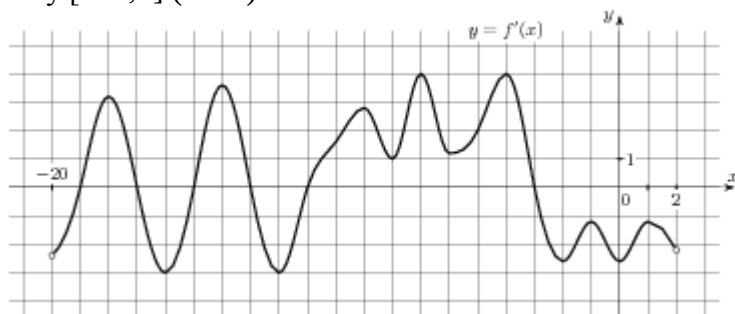


4. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 8 участников из России, в том числе Борис Барсуков. Найдите вероятность того, что в первом туре Борис Барсуков будет играть с каким-либо шашкистом из России?

5. Найдите корень уравнения $16^{x-5} = \frac{1}{2}$

6. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 74, две его стороны равны 21 и 25. Найдите большую из оставшихся сторон.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-20; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18; 1]$. (7843)



8. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда. Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

9. Вычислить: $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 7t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

11. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 32. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых ребер.

12. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 54 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

14. Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \tan x - 4x + 8$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{4}]$.

13. а) Решите уравнение $4 \sin^3 x = \cos(x - \frac{5}{2}\pi)$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3}{2}\pi; \frac{5}{2}\pi]$.

14. В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB=3$. Через точки K и C_1 плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1P : PB_1 = 1:2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1 .

б) Найдите объем большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15. Решите неравенство:

$$\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 (x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10)$$

16. К окружности, вписанной в квадрат ABCD, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.

б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P. В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM:MB=1:2$?

17. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6902000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число из отрезка $2 \leq x \leq 3$ является решением уравнения

$$|x - a - 2| + |x + a + 3| = 2a + 5.$$

19. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

а) основная литература:

1. Борзенко, Е.К. Решение стереометрических задач [Текст]: Методические рекомендации / Е.К. Борзенко, И.Г. Корнева – Бийск: РИО БПГУ им. В.М. Шукшина, 2005. – 60 с.
2. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Практикум по решению школьных задач [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. А. Далингер. - Омск: Наука, 2012. - 354 с. ил., табл. - Библиогр.: с. 262-266. – Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/645075/>
3. Далингер, В. А. Задачи в целых числах [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. А. Далингер; Омский гос. пед. ун-т. - Омск : [б. и.], 2010. - 132 с. ил. - ISBN 978-5-904947-12-5. – Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/645072/>
4. Жафяров, А. Ж. ЕГЭ. Подготовка учащихся к решению задач по стереометрии [Электронный ресурс] / А. Ж. Жафяров; Новосиб. гос. пед. ун-т [и др.]. - Новосибирск: НГПУ, 2012. - 240 с. ил. - Библиогр.: с. 237-239. - ISBN 978-5-00023-008-4. – Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/220653/>
5. Жафяров, А. Ж. Элективный курс на компетентностной основе по теме «Делимость целых чисел» [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. Ж. Жафяров; Новосиб. гос. пед. ун-т. - Новосибирск: НГПУ, 2013. - 102 с. табл. - Библиогр.: с. 99-101. - ISBN 978-5-00023-116. – Режим доступа: <http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/438523/>
6. Корнева, И.Г. Решение планиметрических задач [Текст]: Методические рекомендации / И.Г. Корнева, Г.Д. Пономарева. – Бийск: НИЦ БПГУ им. В.М. Шукшина, 2004. - 42 с.

б) дополнительная литература:

1. Жафяров, А. Ж. Профильное обучение математике старшеклассников [Текст]: учебно-дидактический комплекс/ А. Ж. Жафяров. - Новосибирск: Сибирское университетское изд-во, 2003.
2. Жафяров, А. Ж. Параметрическая паутина. Математика. ЕГЭ - уровень С [Текст]: учебное пособие / А. Ж. Жафяров. - Новосибирск: Пед. ун-т, 2007. - 457 с.
3. КИМ-2018[Электронный ресурс].- Режим доступа <http://www.fipi.ru/view/sections/222/docs/578.html>
4. Любецкая Е. Готовимся к ЕГЭ. Математика не только для отличников. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011 г. — 384 с. — Электронное издание. — ISBN 978-5-9775-0626-7 <http://ibooks.ru/reading.php?productid=22657>

БАЗЫ ДАННЫХ
ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫЕ И ПОИСКОВЫЕ СИСТЕМЫ
СВОБОДНОГО ДОСТУПА

1. Федеральный институт педагогических измерений
<http://fipi.ru/>
2. <http://mathege.ru/or/ege/Main>
На данном сайте представлены все прототипы задач школьного курса математики.
3. <http://решуегэ.рф/>
На данном сайте представлены все прототипы задач школьного курса математики. Здесь можно потренироваться в решении задач при подготовке к сдаче теста по остаточным знаниям школьного курса математики